This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

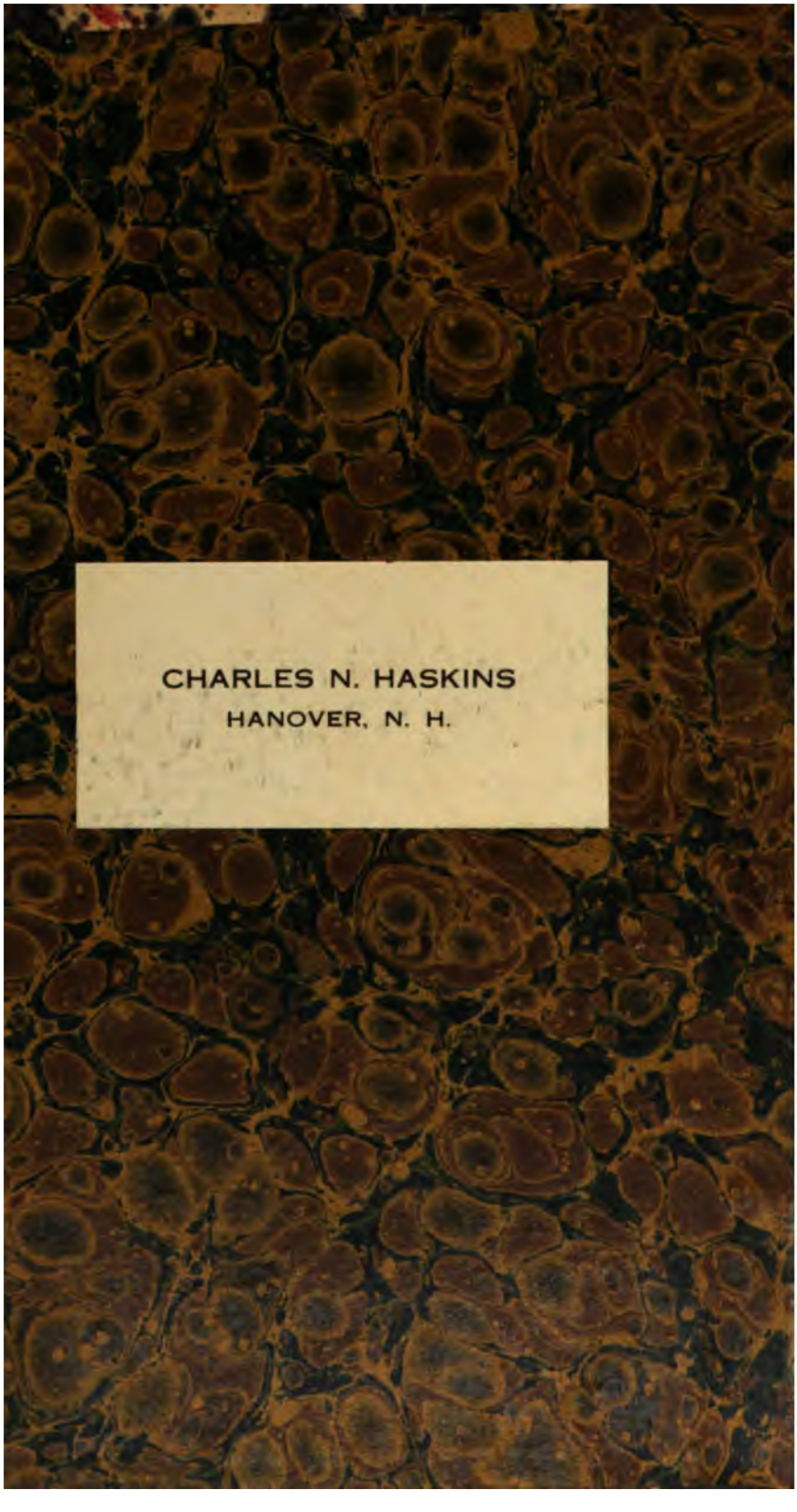
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

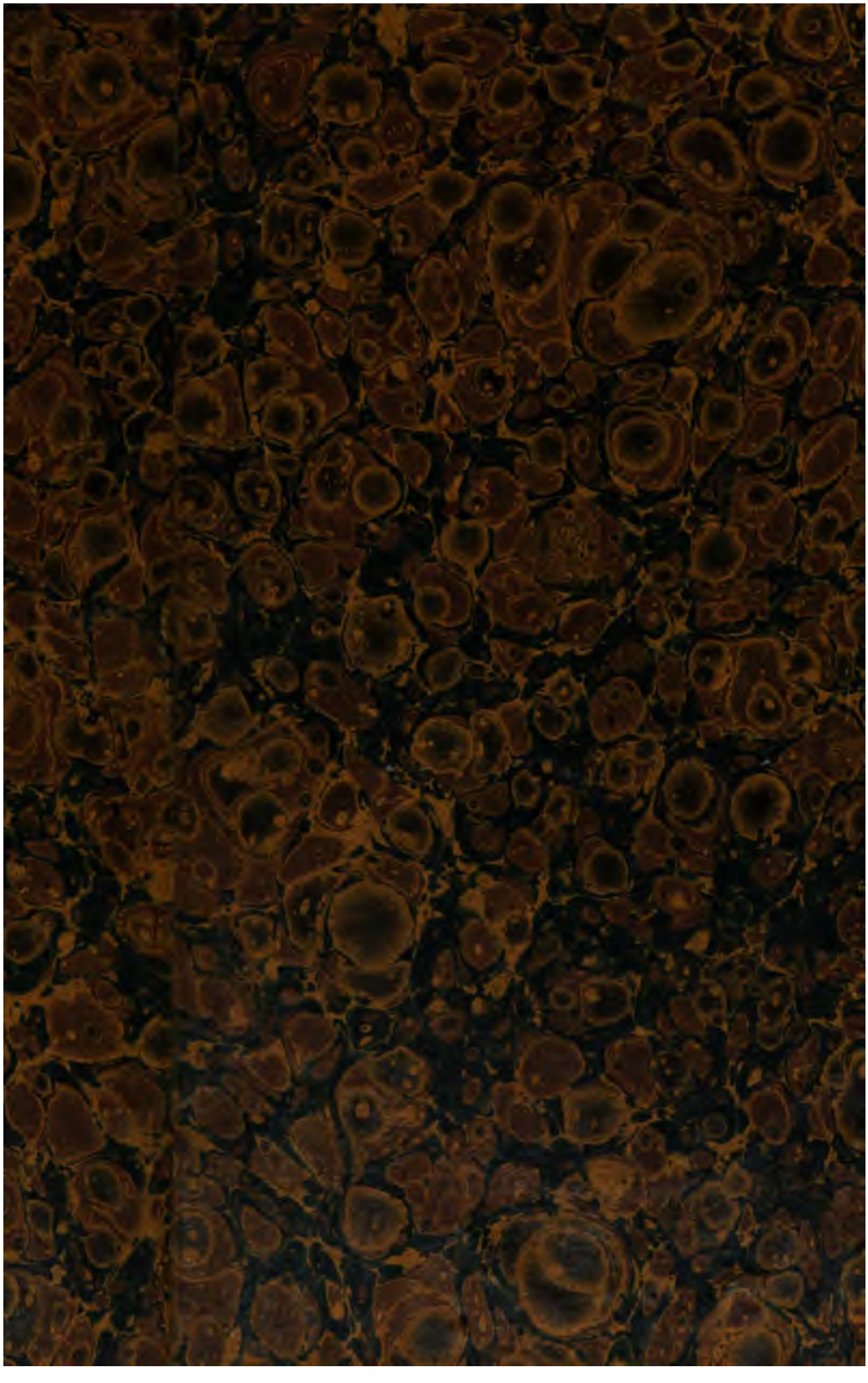
+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`


CHARLES N. HASKINS
HANOVER, N. H.



QA 815
R35
v.4
c.2
Tenn
Coll

ENGINEERING LIBRARY

16
R

TRAITÉ

DE

MÉCANIQUE GÉNÉRALE.

TRAITÉ

DE

MÉCANIQUE GÉNÉRALE

COMPRENANT

LES LEÇONS PROFESSÉES A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

PAR H. RESAL,

MEMBRE DE L'INSTITUT,

INGÉNIEUR DES MINES,

ADJOINT AU COMITÉ D'ARTILLERIE POUR LES ÉTUDES SCIENTIFIQUES.

TOME QUATRIÈME.

Des moteurs animés. De l'eau et du vent comme moteurs.
Des machines hydrauliques et élévatoires.
Des machines à vapeur, à air chaud et à gaz.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

—

1876

(Tous droits réservés.)

TABLE DES MATIÈRES.

CINQUIÈME PARTIE.

DES MOTEURS ANIMÉS. DE L'EAU ET DU VENT COMME MOTEURS. DES MACHINES HYDRAULIQUES ET ÉLÉVATOIRES.

CHAPITRE I.

DES MOTEURS ANIMÉS.

N^os		Pages
1.	Considérations générales	1
2.	Tableau des quantités de travail journalier que peuvent produire les moteurs animés	3
3.	Transport horizontal des fardeaux	5
4.	Tableau des effets utiles que peuvent produire l'homme et les animaux dans le transport horizontal des fardeaux	5
5.	Remarque relative au mouvement des terres	7

CHAPITRE II.

DE L'EAU COMME MOTEUR.

§ I. — *Des récepteurs à axe horizontale.*

6.	Puissance absolue d'une chute d'eau	8
7.	Roues à augets	10
8.	Roues de côté. — Roue vanne	16
9.	Roues à aubes planes recevant l'eau en dessous	20
10.	Roues à aubes courbes de Poncelet	21
11.	Remarque relative à l'emploi des roues à axe horizontal	26
12.	Roues pendantes des bateaux	27
13.	Propulseurs à palettes des bateaux à vapeur	28
14.	Propulseurs hélicoïdes des bateaux à vapeur	30

§ II. — *Des récepteurs hydrauliques à axe vertical.*

15.	Catégories des turbines	32
16.	Première catégorie. — Turbine Fourneyron	33

Nos Pages
17. Deuxième catégorie. — Turbines Fontaine et Jonval..... 39
18. Troisième catégorie. — Roue à injection extérieure de Poncelet.... 46

CHAPITRE III.

DU VENT COMME MOTEUR.

19. Généralités..... 50
20. Moulins à vent à axe horizontal..... 50
21. Anémomètres. — Anémomètre de Combes..... 56
Note. — Moulinet de Woltmann..... 59

CHAPITRE IV.

MACHINES ÉLÉVATOIRES.

22. Généralités..... 61
23. Des pompes à mouvement de va-et-vient. — Description de leurs principaux organes..... 61
24. Pompe aspirante..... 64
25. Pompe foulante..... 70
26. Pompe aspirante et foulante..... 72
27. Pompe Letestu..... 74
28. Application des réservoirs d'air aux pompes foulantes. — Pompes à incendie..... 75
29. Pompe rotative..... 78
30. Bélier hydraulique..... 81
Note. — Des coups de bélier dans les conduites d'eau. — Emploi des réservoirs d'air pour les éviter..... 88
31. Vis d'Archimède..... 89
32. De quelques autres machines élévatoires : 1° Roue à palettes; 2° roue élévatoire; 3° roue à tympan; 4° Noria; 5° chapelet.... 96

CHAPITRE V.

DES MACHINES A COLONNE D'EAU.

33. Généralités..... 101
34. Machine à colonne d'eau à simple effet de Huelgoat..... 101
35. Machine à colonne d'eau à double effet..... 105
36. Moteur pompe..... 106

CHAPITRE VI.

DES MACHINES SOUFFLANTES.

37. Généralités..... 111
38. Soufflets..... 111

Nos Pages
39. Machines soufflantes à cylindre..... 111
40. Ventilateurs..... 113
41. Vis pneumatique..... 113
42. Trompes..... 114

SIXIÈME PARTIE.

DES MACHINES A VAPEUR, A AIR CHAUD ET A GAZ.

CHAPITRE I.

DES MACHINES THERMIQUES EN GÉNÉRAL. — DIGRESSION SUR LA THERMODYNAMIQUE.

1. Des machines thermiques en général..... 117
2. Généralités sur le mouvement permanent d'un fluide qui n'est soumis à l'action d'aucune force extérieure..... 117
3. Examen du cas où la différence des pressions extrêmes est faible.... 118
4. Introduction de l'élément calorifique dans la formule que donne la vitesse d'écoulement d'un fluide..... 118
5. Vitesse d'écoulement d'un mélange de liquide et de vapeur qui n'éprouve ni perte ni gain de chaleur..... 119
6. Chaleur interne totale que possède le fluide lorsque toute sa force vive est éteinte à la suite de tourbillonnements dans la capacité qui le reçoit..... 120
7. Chaleur interne d'un jet d'eau chaude dans l'atmosphère après que toute sa force vive est éteinte..... 121
8. Chaleur interne d'un mélange d'un jet d'eau et d'un jet de vapeur humide s'échappant de la même chaudière lorsque sa force vive est détruite..... 121
9. Remarque relative à l'écoulement de la vapeur d'eau saturée..... 122

CHAPITRE II.

GÉNÉRALITÉS SUR LES MACHINES A VAPEUR.

10. Organes des machines à vapeur. — Machines avec ou sans condensation..... 123
11. Machines fixes, locomobiles locomotives. — Machines des bateaux à vapeur..... 124

CHAPITRE III.

DES CHAUDIÈRES A VAPEUR.

§ I. — *Des principaux types de générateurs.*

N^os^		Pages
12.	Chaudières cylindriques. — Notions sur la construction des chaudières.	127
13.	Chaudières à bouilleurs	133
14.	Chaudières à foyer intérieur	136
15.	Chaudières tubulaires	137
16.	Chaudières verticales	140
17.	Des effets destructeurs des eaux acides sur les chaudières	144
18.	Des dépôts et incrustations	145
19.	Déjecteur Dumery	146
20.	Des chaudières à circulation d'eau. — Chaudière de M. Guillemin	150
21.	Générateur de M. Belleville	151

§ II. — *Des foyers et du combustible.*

22.	Des grilles	154
23.	Consommation du combustible par heure et par mètre carré de surface de grille	155
24.	Relation entre la surface de la grille, la section des carneaux et de la cheminée. — Règle pratique	155
25.	Température des gaz provenant de la combustion	156
26.	Pouvoirs calorifiques réduits	160
27.	De la pression des gaz dans les foyers	160
28.	De la pression à l'extrémité des carneaux	161
29.	Du mouvement des gaz dans les cheminées	162
30.	Des fumivores. — Fumivore de M. Thierry. — Gazogène de M. Siemens	164

§ III. — *Production de la vapeur. Alimentation.*

31.	Poids de vapeur que peut produire 1 kilogramme de combustible	167
32.	Évaluation de la surface de chauffe d'une chaudière. — Production de vapeur par mètre carré de cette surface	168
33.	De la transmission de la chaleur par la paroi d'une chaudière	169
34.	Relation entre la surface de la grille et la surface de chauffe	173
35.	Mouvement de la vapeur dans un tuyau dont l'enveloppe est perméable à la chaleur	173
36.	Alimentation des chaudières	176
37.	Injecteur automoteur	176
38.	Du récepteur	184
39.	Du rendement de l'injecteur	186

§ IV. — *De l'explosion des générateurs et des appareils de sûreté.*

40.	De l'explosion des générateurs et des appareils de sûreté. — Ligne de niveau, tube indicateur, flotteur, sifflet d'alarme. — Flotteur magnétique	187

Nos Pages
41. Soupapes de sûreté..... 190
42. Des manomètres..... 195
43. Théorie du manomètre métallique tubulaire de M. Bourdon..... 200
44. Des épreuves des chaudières..... 212
45. Catégories des chaudières..... 213

§ V. — *De la résistance des chaudières.*

46. Résistance d'un cylindre creux soumis à des pressions uniformes extérieure et intérieure..... 216
47. Épaisseur que doit avoir un corps cylindrique ou un bouilleur en ayant égard à la clouure..... 219
48. Chaudières en tôle de fer..... 220
49. Chaudières en tôle d'acier..... 220
50. Chaudières en cuivre rouge..... 221
51. Cisaillement..... 221
52. Diamètre des rivets..... 222
53. Remarque relative aux chaudières sphériques..... 224
54. Cuissards..... 224
55. Équilibre d'élasticité d'une enveloppe très-mince limitée par deux surfaces de révolution équidistantes soumises chacune à une pression uniforme..... 225
56. Cas d'un fond plat..... 230
57. Fonds sphériques..... 232
58. Conditions de résistance d'une enveloppe cylindrique terminée par deux fonds identiques, adaptée de la même manière et soumise à une pression intérieure..... 233
59. Relation qui doit exister entre les épaisseurs du corps cylindrique d'une chaudière et les fonds sphériques qui la terminent pour que les tensions élastiques développées dans les derniers soient les mêmes que s'ils faisaient partie d'une enveloppe sphérique complète..... 237
60. Résistance d'un fond plat ajusté sur un cylindre creux..... 241

CHAPITRE IV.

DES ORGANES DES MACHINES A VAPEUR ÉTRANGERS A LA DISTRIBUTION.

61. Cylindre..... 243
62. Enveloppes des cylindres..... 244
63. Du piston..... 244
64. Du profil rationnel des segments d'un piston..... 246
65. Forme d'égale résistance..... 248
66. Hypothèse particulière sur la loi de l'épaisseur..... 249
67. Cas où l'épaisseur est uniforme..... 251
68. Des segments avec faux segments..... 255
69. Purgeurs..... 257

N^os^ Pages
70. Régulateur d'admission..... 257
71. Des organes au moyen desquels on opère la transformation du mouvement rectiligne alternatif en circulaire alternatif, machines à connexion directe, à cylindres conjugués..... 258
72. Volant et tiges à mouvement alternatif..... 259
73. Régulateur de vitesse. — Machines à détente variable..... 260
74. Condenseurs à surface, à injection et mixtes..... 261
75. De la quantité d'eau à introduire dans le condenseur..... 266
76. Cataracte..... 268
77. Des machines à basse, moyenne et haute pression..... 270
78. Indicateur de pression. — Diagramme..... 270
NOTE. — Sur les vibrations des bielles et des tiges de piston..... 274

CHAPITRE V.

DES DIFFÉRENTS SYSTÈMES DE DISTRIBUTION.

§ I. — *Distribution à simple tiroir à coquille; détente fixe.*

79. Généralités..... 282
80. Théorie analytique de la distribution..... 285
81. De l'admission..... 290
82. De la détente..... 291
83. De l'échappement..... 292
84. De la compression..... 292
85. Limites de l'angle d'avance..... 292
86. Représentation graphique du jeu de la distribution : 1° diagramme polaire de M. Zeuner; 2° diagramme polaire de M. Reuaux; 3° diagramme orthogonal de M. Fauveau; 4° diagramme de M. Muller..... 293
87. De la distribution dans les machines à balancier..... 299

§ II. — *De la distribution dans les machines oscillantes. — Renversement de la marche.*

88. Coulisse ordinaire..... 299
89. Coulisse des bateaux à vapeur des lacs suisses..... 301

§ III. — *Distribution au moyen d'un seul tiroir à renversement de marche et à détente variable.*

90. Coulisse de Stéphenson..... 301
91. Coulisse renversée..... 303
92. Coulisse d'Allan..... 304
93. Coulisse de P. Finck..... 304
94. Coulisse d'Eusinger de Waldegg..... 304
95. Marche à contre-vapeur..... 304

§ IV. — *Distribution à détente variable par un seul tiroir de M. Farcot.*

N^os^ Pages

96. Du tiroir..... 306
97. De la différence de profil des deux cames..... 311
98. Tracé des cames..... 312

§ V. — *Distribution à deux tiroirs.*

99. Généralités..... 313
100. Distribution de Gousenbach..... 313
101. Distribution de Meyer..... 318
102. Distribution de Polonceau..... 321

§ VI. — *Distribution par des soupapes.*

103. Inconvénients de la distribution par tiroir..... 323
104. Des soupapes..... 324

CHAPITRE VI.

THÉORIE DES MACHINES A VAPEUR.

105. Rendement théorique maximum d'une machine thermique. — Machine à vapeur théorique..... 327
106. Des machines à vapeur usuelles supposées parfaites : 1° machines à condensation ; 2° machines sans condensation..... 329
107. Du rendement calorifique des machines industrielles : 1° machines à condensation ; 2° machines sans condensation..... 331
108. Du rendement mécanique d'une machine à vapeur : 1° machines sans détente et sans condensation ; 2° machines à vapeur à condensation sans détente ; 3° machines à vapeur à détente sans condensation ; 4° machines à vapeur à détente et à condensation..... 333
109. Des causes qui peuvent influer sur le rendement d'une machine à vapeur..... 337
110. Influence de la pression dans la chaudière d'une machine sur le prix de revient du travail produit..... 346
111. Des chemises de vapeur considérées au point de vue économique... 348
112. Sur la limite inférieure que l'on doit attribuer à l'admission dans une machine à vapeur..... 351
113. Machines à vapeurs combinées..... 354
114. Machines à vapeur surchauffée..... 355

CHAPITRE VII.

DES PRINCIPAUX TYPES DE MACHINES A VAPEUR.

§ I. — *Machines à vapeur à simple effet.*

115. Machines de Cornwall..... 356

§ II. — *Machines fixes à double effet sans détente, à condensation.*

116. Machines de Watt..... 360

§ III. — *Machines à détente fixe.*

N^os		Pages
117.	Machines à un seul cylindre	361
118.	Machines à cylindres combinés	361

§ IV. — *Machines à détente variable. — Distribution par tiroir.*

119.	Machine du système Farcot. — Machine à vapeur horizontale	366

§ V. — *Des machines à détente variable, à admissions et échappements indépendants.*

120.	Généralités	368
121.	Machine Corliss	379
122.	Machine Sulzer	382

§ VI. — *Locomobiles.*

123.	Machines locomobiles et mi-fixes	390

§ VII. — *Locomotives.*

124.	Généralités	393
125.	Du tirage dans les locomotives	402
126.	De la marche à contre-vapeur	405

§ VIII. — *Machines à vapeur de navigation.*

127.	Types divers	410

§ VIII. — *Machines à vapeur rotatives.*

128.	Généralités	412
129.	Machine de MM. Minary frères	413
130.	Machine Behrens	419

CHAPITRE VIII.

DES MACHINES A AIR CHAUD.

131.	Généralités	423
132.	Machine à air chaud d'Ericsson	424
133.	Machine à air chaud de M. Belon	429
134.	Machine à air chaud de M. Lemoine	432

CHAPITRE IX.

DES MACHINES A GAZ.

135.	Généralités	440
136.	Machine Lenoir	440
137.	Moteur à gaz de M. Hugon	442
138.	Machine à gaz de MM. Otto et Langen	444
139.	Calcul du travail produit dans les machines à gaz	446

TRAITÉ

DE

MÉCANIQUE GÉNÉRALE.

CINQUIÈME PARTIE.

DES MOTEURS ANIMÉS. DE L'EAU ET DU VENT COMME MOTEURS. DES MACHINES HYDRAULIQUES ET ÉLÉVATOIRES.

CHAPITRE PREMIER.

DES MOTEURS ANIMÉS (1).

1. *Considérations générales.* — Les moteurs animés diffèrent des moteurs uniquement soumis aux lois physiques, en ce qu'ils ne peuvent travailler d'une manière continue que pendant un temps inférieur à une certaine limite, au delà de laquelle ils sont contraints, par suite de fatigue, de prendre un repos plus ou moins long.

Soient

V la vitesse moyenne du point d'application de l'effort moteur;

P la valeur moyenne de cet effort estimé suivant la direction de la vitesse;

(1) La substance de ce Chapitre est empruntée à l'*Introduction à la Mécanique industrielle* de Poncelet.

T la durée en secondes du travail journalier, qui est généralement coupée par plusieurs repos (*relais* ou *haltes*) dont la durée ne doit pas être comprise dans T.

Le travail journalier développé par le moteur est

$$PVT^{kgm}.$$

Les moteurs animés peuvent être considérés comme des réservoirs de travail qui doivent s'épuiser plus ou moins rapidement et qui ont besoin d'être fréquemment entretenus. Le degré de fatigue, éprouvé par un moteur de cette nature, semble être proportionnel au travail intérieur développé en lui : c'est ce degré de fatigue que l'on paye réellement dans les divers travaux qui ne réclament ni une adresse ni une intelligence particulières; il est, en un mot, l'un des éléments essentiels du prix de la journée dans chaque pays. On voit ainsi que, pour le chef d'usine, la question n'est pas de faire produire au moteur animé le maximum absolu de travail journalier, mais bien d'utiliser de la manière la plus avantageuse toute la part d'action intérieure que la nourriture et le repos rendent disponibles, ce qui revient à dire qu'*il faut rendre maximum le produit* PVT à égalité de fatigue journalière.

L'expérience seule peut faire connaître les rapports qu'il convient d'établir entre les facteurs de ce produit pour arriver au but voulu.

Les quantités V, P, T ont des limites absolues que les animaux ne peuvent dépasser et dont s'écartent notablement les valeurs qui correspondent au maximum d'effet utile dans chaque cas. Ainsi, par exemple, la limite de T paraît correspondre à 18 heures par jour, soit le double de la durée ordinaire ou la plus avantageuse au travail; en d'autres termes, un moteur, quelque petite que soit la tâche journalière qu'on exige de lui, ne peut supporter plus de 18 heures sur 24 de présence dans l'atelier. La limite de l'effort varie entre le triple ou le quintuple de celui qui convient au maximum d'effet, selon les circonstances ou la durée plus ou moins prolongée de l'effort. Enfin la vitesse limite paraît varier en raison inverse de la durée totale du travail et être comprise pour

l'homme entre 4 et 6 fois, pour le cheval entre 12 et 15 fois la vitesse la plus convenable au travail.

Entre ces limites extrêmes, le moteur peut faire varier, pour ainsi dire arbitrairement, son effort et sa vitesse, pourvu que, quand l'un augmente, l'autre diminue, et que, si tous deux excèdent les valeurs les plus convenables, la durée T soit diminuée en conséquence et d'autant plus que le travail PV relatif à chaque seconde a reçu une plus grande augmentation. En effet, dans de pareilles circonstances, la fatigue croît plus rapidement, nécessite de fréquents repos qui entraînent des pertes de temps et ne permettent plus au produit PVT d'atteindre sa plus grande valeur, sans que la santé de l'ouvrier ne soit compromise en peu de jours.

Cette faculté qu'ont les êtres animés de pouvoir accroître jusqu'à un certain point la quantité de travail PV relatif à la seconde est souvent précieuse dans l'industrie; mais, dans un pareil emploi du moteur, l'effet utile journalier PVT est inférieur à celui que l'on obtiendrait d'un travail bien réglé.

2. Dans le tableau suivant les valeurs des efforts et des vitesses sont des moyennes observées pendant le travail.

Tableau des quantités de travail journalier que peuvent fournir les moteurs animés dans différentes circonstances.

NATURE DU TRAVAIL.	EFFORT exercé.	VITESSE.	TRAVAIL par seconde.	DURÉE du travail journalier.	QUANTITÉ de travail journalier.
I. — *Élévation verticale des poids.*					
Un homme montant une rampe douce ou un escalier sans fardeau, son travail consistant dans l'élévation du poids de son corps.	kg 65	m 0,15	kgm 9,75	h 8	kgm 280800
Un manœuvre élevant des poids avec une corde et une poulie, ce qui l'oblige à faire descendre la corde à vide.....	18	0,20	3,6	6	77760
Un manœuvre élevant des poids en les soulevant avec la main.....	20	0,17	3,4	6	73440
Un manœuvre élevant des poids en les portant sur son dos au haut d'une rampe douce ou d'un escalier et revenant à vide.	65	0,04	2,6	6	56161
Un manœuvre élevant des matériaux avec une brouette en montant une rampe au $\frac{1}{11}$, et revenant à vide.....	60	0,02	1,2	10	43200
Un manœuvre élevant des terres à la pelle à la hauteur moyenne de $1^{m},60$.....	2,7	0,40	1,08	10	38880
II. — *Action sur les machines et outils.*					
Un manœuvre agissant sur une roue à chevilles ou à tambour :					
1° Au niveau de l'axe.....	60	0,15	9,0	8	259200
2° Vers le bas de la roue.....	12	0,70	8,04	8	251120
Un manœuvre marchant et poussant ou tirant horizontalement d'une manière continue.....	12	0,60	7,2	8	207360
Un manœuvre agissant sur une manivelle.	8	0,75	6,0	8	172800
Un manœuvre exercé poussant et tirant alternativement dans le sens vertical....	6	0,75	4,5	10	162000
Un cheval attelé à une voiture et allant au pas.....	70	0,90	63,0	10	2168000
Un cheval attelé à une voiture et allant au trot.....	44	2,20	96,8	4,5	1568160
Un cheval attelé à un manége et allant au pas.....	45	0,90	40,5	8	1166400
Un cheval attelé à un manége et allant au trot.....	30	2,00	60,0	4,5	972400
Un bœuf attelé à un manége et allant au pas.....	60	0,60	36,0	8	1036800
Un mulet attelé de même et allant au pas.	30	0,90	27,0	8	777800
Un âne attelé de même et allant au pas...	14	0,80	11,2	8	32256

3. *Transport horizontal des fardeaux.* — Dans le transport horizontal des fardeaux, on a été conduit à prendre pour unité le poids de 1 kilogramme transporté à 1 mètre de distance horizontale, et à mesurer l'effet utile total par le produit du poids du fardeau et du chemin parcouru. Si P est le poids dont il s'agit, V la vitesse moyenne, T la durée journalière du travail exprimé en secondes, l'*effet utile journalier* sera encore mesuré par PVT, qui exprime des kilogrammètres comme dans le véritable travail mécanique.

4. Les principaux résultats de l'observation sur le transport horizontal des fardeaux sont consignés au tableau suivant :

Tableau des effets utiles que peuvent produire l'homme et les animaux dans le transport horizontal des fardeaux.

NATURE DU TRANSPORT.	POIDS transporté.	VITESSE.	EFFET utile par seconde.	DURÉE de l'action journalière.	EFFET utile par jour.
	kg	m	kgm	h	kgm
Un homme marchant sur un chemin horizontal sans fardeau, le travail consistant dans le transport du poids de son corps...	65	1,50	97,5	10	3510000
Un manœuvre transportant des matériaux dans une charrette à deux roues et revenant à vide chercher de nouvelles charges.....	100	0,50	50	10	1800000
Un manœuvre transportant des matériaux dans une brouette et revenant à vide chercher de nouvelles charges.....	60	0,50	30	10	1080000
Un homme voyageant en portant des fardeaux sur son dos.....	40	0,75	30	7	756000
Un manœuvre transportant des matériaux sur son dos et revenant à vide chercher de nouvelles charges.....	65	0,50	32,5	6	702000
Un manœuvre transportant des matériaux sur une civière et revenant à vide chercher de nouvelles charges.....	50	0,33	16,5	10	594000
Un manœuvre employé à jeter de la terre au moyen de la pelle à 4 mètres de distance horizontale.....	2,7	0,68	1,8	10	64800
Un cheval transportant des fardeaux sur une charrette et marchant au pas continuellement chargé.....	700	1,10	770	10	27720000
Un cheval attelé à une voiture et marchant au trot continuellement chargé.....	350	1,20	770	4,5	12474 0000
Un cheval transportant des fardeaux sur une charrette, au pas, revenant à vide chercher de nouvelles charges.....	700	0,60	420	10	15120000
Un cheval chargé sur le dos, et allant au pas.....	120	1,10	132	10	47520000
Un cheval chargé sur le dos et allant au trot.....	80	2,20	176	7	4435000

5. *Remarque relative au mouvement des terres.* — Il faut à peu près autant de temps à un pelleur pour charger une brouette, un camion ou un tombereau que pour projeter la même masse de terre à une hauteur verticale de $1^m,60$ ou à une distance horizontale de 4 mètres. Dans 10 heures de travail effectif, un manœuvre très-ordinaire peut charger dans ces conditions 15 mètres de terre pesant moyennement 1800 kilogrammes le mètre cube.

CHAPITRE II.

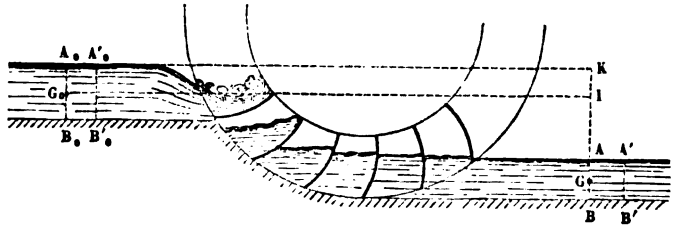
DE L'EAU COMME MOTEUR.

§ I. — *Des récepteurs à axe horizontal.*

6. ***Puissance absolue d'une chute d'eau. — Équation générale des récepteurs hydrauliques.*** — Lorsqu'un cours d'eau présente une chute utilisée par un récepteur hydraulique, on donne le nom de *bief d'amont* à la partie du cours d'eau dont le niveau est le plus élevé, ou qui amène l'eau, et celui de *bief d'aval* à l'autre partie, qui est généralement transformée en canal de fuite. Nous supposerons, dans ce qui suit, que le régime du cours d'eau est permanent.

Soient (*fig.* 1)

Fig. 1.



A_0B_0, AB deux sections transversales faites l'une dans le bief d'amont et l'autre dans le bief d'aval;

G_0, G leurs centres de gravité;

Ω_0, Ω leurs aires;

V_0, V les vitesses moyennes de l'eau dans ces deux sections;

$Q = \Omega_0 V_0 = \Omega V$ le débit du cours d'eau par seconde;

$H = AK$ la hauteur du niveau du bief d'amont au-dessus de celui du bief d'aval;

Π le poids du mètre cube d'eau;

p_a la pression atmosphérique;
I l'intersection de l'horizontale de G_0 avec la verticale AK.

Comme le mouvement de l'eau dans les deux biefs n'est généralement pas très-rapide, on peut, sans grande erreur, supposer que les pressions totales sur A_0B, AB_0 sont les mêmes qu'à l'état statique, et qu'elles ont respectivement pour valeurs

$$\Omega_0(p_a + \Pi.A_0G_0), \quad \Omega(p + \Pi.AG).$$

Si $A'_0B'_0$, $A'B'$ sont les sections dans lesquelles se trouvent, au bout du temps dt, les molécules situées primitivement dans A_0B_0, AB, le travail développé par les pressions ci-dessus dans cet intervalle a pour valeur

$$\Omega_0(p_a + \Pi.A_0G_0)\,V_0\,dt - \Omega(p_a + \Pi.AG)\,V\,dt = \Pi Q(A_0G_0 - AG).$$

Le travail dû à la pesanteur étant $\Pi Q\,dt\,IG$, la somme des travaux des pressions et de la pesanteur est

$$\Pi Q(IG + A_0G_0 - AG)\,dt + \Pi Q.AK.dt = \Pi QH\,dt.$$

Soient $\mathfrak{C}$ le travail transmis par seconde au récepteur; U^2 la somme des carrés des vitesses perdues de l'eau dans son trajet du bief d'amont au bief d'aval; la perte de travail due aux chocs est $\frac{\Pi Q}{2g}U^2dt$, et l'équation des forces vives donne

$$\frac{\Pi Q}{2g}dt(V^2 - V_0^2) + \Pi QH\,dt - \mathfrak{C}\,dt - \frac{\Pi Q}{2g}U^2\,dt,$$

d'où

$$(1) \qquad \mathfrak{C} = \Pi Q\left[\left(H + \frac{V_0^2}{2g}\right) - \frac{U^2 + V^2}{2g}\right].$$

Si l'eau pouvait entrer sans choc dans le récepteur et en sortir sans vitesse, le travail utile atteindrait son maximum,

$$\mathfrak{C}' = \Pi Q\left(H + \frac{V_0^2}{2g}\right),$$

qui doit être considéré comme *la puissance absolue de la chute*. Le coefficient d'*effet utile* ou le *rendement* du moteur,

que nous désignerons par μ, est par suite

$$\mu = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}'} = 1 - \frac{U^2 + V^2}{2gH + V_0^2}, \qquad (2)$$

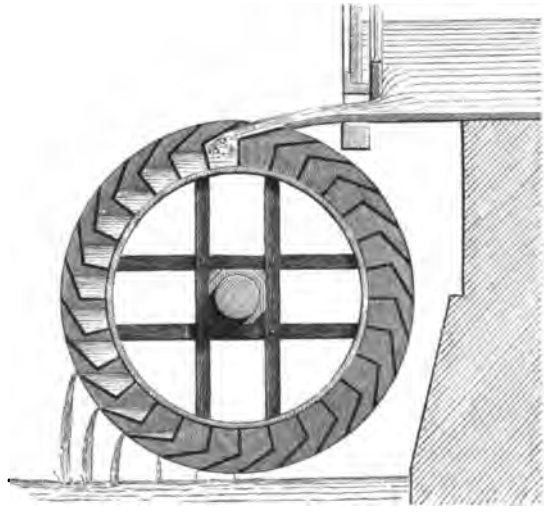
et l'on voit qu'il y a avantage à réduire autant que possible les valeurs de U et V, d'où cette ancienne règle, par trop absolue : *Il faut que l'eau entre dans le récepteur sans choc et qu'elle en sorte sans vitesse.*

Dans tous les cas que nous avons à examiner, à l'exception d'un seul, la vitesse V_0 est très-faible, de sorte que l'on peut prendre tout simplement

$$\mu = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}'} = 1 - \frac{U^2 + V^2}{2gH}. \qquad (2')$$

7. *Roues à augets.* — Une roue à augets (*fig.* 2) est formée d'un tambour cylindrique auquel sont adaptées latéralement,

Fig. 2.

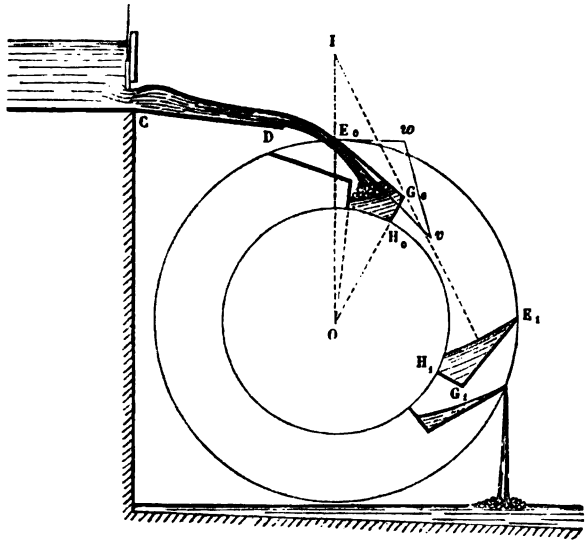


et de part et d'autre, deux joues circulaires dont la petite circonférence est la même que celle du tambour. L'espace annulaire ainsi obtenu est divisé en capacités identiques (*augets*)

par des cloisons (*aubes*), dont les arêtes sont parallèles à l'axe de rotation. Tout le système est réuni à l'arbre par des bras.

L'eau sort du bief d'amont par un vannage, est dirigée, sur une certaine étendue, par un *coursier* rectiligne CD (*fig.* 3) plus

Fig. 3.



ou moins incliné sur l'horizon et arrive dans le récepteur vers son sommet. Le filet moyen de la nappe d'eau, entre l'extrémité D du coursier et le point E_0 où il rencontre la circonférence extérieure de la roue, est une parabole qu'il est facile de tracer, puisque l'on connaît la vitesse en D, qui est due à la hauteur de ce point en contre-bas du niveau d'amont, et la direction de cette vitesse.

Soient

h la hauteur de ce niveau au-dessus du point E_0;

$v = \sqrt{2gh}$ la vitesse de l'eau à son arrivée dans la roue;

w la vitesse de la roue à sa circonférence extérieure.

La largeur de la couronne est assez faible pour que l'on puisse considérer la masse d'eau comprise dans chaque auget comme

possédant la vitesse de la roue à sa circonférence extérieure. On arriverait à une plus grande exactitude en substituant à cette vitesse celle qui a lieu à la circonférence moyenne; mais il suffit d'un changement d'interprétation dans ce qui suit pour passer de la première hypothèse à la seconde.

La quantité que nous avons désignée plus haut par U^2 se réduit ici au carré de la vitesse perdue u, due au choc de la veine fluide contre la roue; cette vitesse composée avec w devant reproduire v, on a

$$u^2 = v^2 + w^2 - 2vw\cos(w, v).$$

La vitesse à la sortie de l'eau du récepteur étant égale à w, la perte de chute due à cette vitesse et aux chocs est

$$(3) \qquad \frac{u^2 + w^2}{2g} = \frac{v^2 + 2w^2 - 2vw\cos(w, v)}{2g}.$$

La vitesse relative en E_0 de la veine fluide par rapport à la roue, $\bar{v} - \bar{w}$, n'étant autre chose que u, pour que ce liquide ne choque pas les aubes, il suffit de leur donner, sur la tangente à la circonférence extérieure, dans le sens du mouvement, une inclinaison inférieure à celle de u sur la même tangente.

Pour réduire à une proportion convenable l'effet nuisible du versement anticipé, dont nous parlerons tout à l'heure, on fait en sorte que l'eau ne remplisse que la moitié de chaque auget. Le volume total des augets peut être considéré comme égal aux $\frac{3}{4}$ de l'espace annulaire dans lequel ils sont compris.

Soient

s l'arc de la circonférence extérieure intercepté par un auget;
A la section et e la profondeur de l'auget;
l la largeur horizontale de la roue.

Le temps employé par un auget pour passer sous la lame d'eau est $\frac{s}{w}$; il reçoit, par suite, le volume d'eau $\frac{s}{w}$ Q, qui doit être égal à la moitié de celui de l'auget; on a donc

$$\frac{s}{w}\,Q = \tfrac{1}{2}\,A\,l.$$

D'après la forme même des augets, on peut prendre approximativement $A = se$, d'où

$$e = \frac{2Q}{wl}; \tag{4}$$

et il est ainsi facile de déterminer *a priori* la largeur qu'il convient de donner à la couronne lorsque l'on connaît la vitesse de la roue qui correspond au maximum de rendement.

La forme de la surface de l'eau dans les augets est à peu près celle de la surface d'équilibre résultant de la considération de la pesanteur et de la force centrifuge, c'est-à-dire celle d'un cylindre circulaire dont la trace I de l'axe se trouve sur la verticale du centre O de la roue, à une distance de ce point égale à $IO = \frac{g}{\omega^2}$, ω étant la vitesse angulaire du récepteur.

Il est facile, par quelques tâtonnements, de déterminer la position $H_1G_1E_1$ des augets pour laquelle l'eau est sur le point de se déverser et qui est déterminée par la condition que l'aire comprise entre l'aube, la circonférence intérieure et l'arc de cercle E_1H de centre I passant par le point E_1 de la circonférence extérieure soit égale à la moitié de la section des augets.

Par suite du versement anticipé, il est nécessaire d'apporter une modification à la formule générale (1).

Soient, à cet effet,

$h_1, h_2, \ldots, h_i$ les hauteurs, au-dessus du niveau du bief d'aval, des centres de gravité des sections faites, au moment considéré, dans l'auget $H_1G_1E_1$ et ceux qui se trouvent au-dessous de lui jusqu'au point le plus bas de la roue;

q la section faite dans la masse fluide contenue dans un quelconque des augets qui déversent par un plan perpendiculaire à l'axe de la roue;

z la hauteur du centre de gravité de cette section au-dessus du niveau du bief d'aval.

Il sera facile pour chaque position d'un auget de trouver les valeurs correspondantes de q et de r.

Lorsque la roue tourne de la largeur d'un auget, le travail

du poids du liquide des augets qui se déversent est évidemment

$$-\Pi l\int_{h_1}^{h_2} q\,dz-\Pi l\int_{h_2}^{h_3} q\,dz-\ldots-\Pi l\int_{h_i}^{0} q\,dz$$
$$=-\Pi l\int_{h_1}^{0} q\,dz=\Pi l\int_{0}^{h_1} q\,dz.$$

Désignons maintenant par R le rayon extérieur de la roue et par n le nombre total de ses aubes. Le nombre ν des aubes qui passent par seconde en un point déterminé est

$$\nu=\frac{w}{\frac{2\pi R}{n}}=\frac{nw}{2\pi R},$$

et la valeur correspondante du travail du poids de l'eau contenue dans les augets qui se déversent

$$\nu\Pi l\int_0^{h_1} q\,dz=\frac{nw\Pi l}{2\pi R}\int_0^{h_1} q\,dz,$$

valeur que l'on pourra toujours obtenir en faisant l'application d'une méthode de quadrature par approximation.

Le travail total transmis par seconde au récepteur par le poids du liquide est

$$Q(H-h_1)+\frac{nw\Pi l}{2\pi R}\int_0^{h_1} q\,dz.$$

Nous aurons donc, au lieu de la formule (1), en ayant égard à la valeur (3) de la perte de chute due à l'entrée et à la sortie de l'eau,

$$\mathfrak{C}=\Pi Q(H-h_1)+\frac{nw\Pi l}{2\Pi R}\int_0^{h_1} q\,dz-\frac{\omega Q}{2g}[v^2+2w^2-2vw\cos(v,w)];$$

d'où

$$(5)\qquad \mu=1-\frac{h_1+\frac{v^2+2w^2-2vw\cos(v,w)}{2g}-\frac{nwl}{2\pi RQ}\int_0^{h_1} q\,dz}{H}.$$

Comme h_1 dépend de ω ou de w, il ne paraît pas possible de déterminer, par le calcul, la valeur de la vitesse qu'il convient de donner à la roue pour obtenir le maximum de rendement.

Dans tous les cas, il convient de donner aux roues à augets le plus grand diamètre possible, subordonné à la hauteur de chute, et une faible vitesse pour réduire l'influence du versement anticipé.

Si l'on néglige ce versement, on a

$$\mu = 1 - \frac{v^2 + 2w^2 - 2vw\cos(v, w)}{2gH}, \tag{6}$$

expression dont le maximum, par rapport à w, correspond à

$$w = \frac{v}{2}\cos(v, w), \tag{7}$$

et a pour valeur

$$\mu = 1 - \frac{1}{2}\frac{v^2}{2gH}[1 + \sin^2(v, w)] = 1 - \frac{1}{2}\frac{h}{H}[1 + \sin^2(v, w)]. \tag{8}$$

On voit ainsi qu'au point de vue du rendement il convient de régler le mouvement de la roue de manière que sa vitesse soit égale à la moitié de la projection de la vitesse d'arrivée de l'eau sur la tangente à la roue au point où la lame vient la rencontrer, et de rendre aussi faible que possible l'angle compris sous ces deux directions. Si la vitesse est donnée par la formule (7), on a, en vertu de l'équation (4),

$$e = \frac{4Q}{vl\cos(v, w)} = \frac{4e'}{\cos(v, w)}, \tag{9}$$

e' étant l'épaisseur de la lame à son arrivée dans le récepteur.

Les roues à augets ne sont applicables qu'à des hauteurs de chute au moins égales à 3 mètres; leur diamètre ne doit pas dépasser 17 mètres.

Quand la vitesse w à la circonférence est comprise entre 1 mètre et 2 mètres, le coefficient d'effet utile μ est compris entre $0^m,70$ et $0^m,75$; il descend rapidement à mesure que w augmente et se réduit à $0^m,37$ pour les roues de marteaux qui marchent à des vitesses de 4 à 5 mètres, quoique leur diamètre ne soit que de 3 ou 4 mètres.

A ces renseignements pratiques nous ajouterons les suivants :

On doit faire arriver l'eau vers le troisième ou le quatrième auget au delà du sommet de la roue.

La hauteur h doit être comprise entre les limites $0^m,25$ et $0^m,50$.

L'épaisseur de la lame d'eau doit avoir pour limites $0^m,06$ et $0^m,15$.

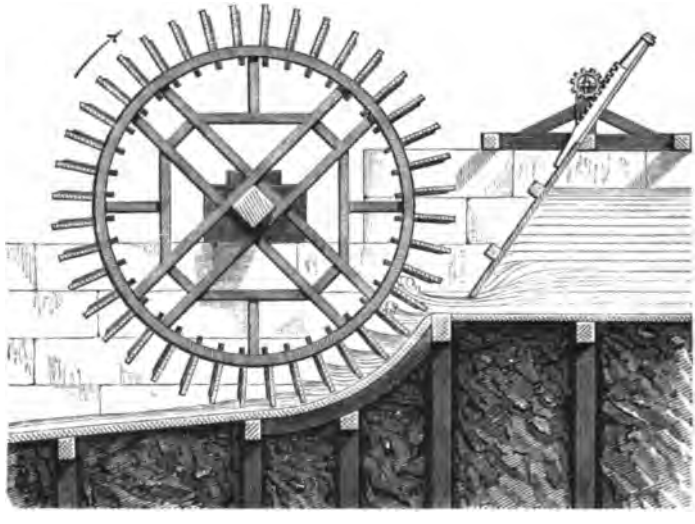
Les limites du débit sont $0^{mc},075$ et $0^{mc},250$ par mètre de largeur de la lame d'eau.

La roue doit avoir une largeur supérieure de $0^m,20$ à celle de la lame d'eau.

8. *Roues de côté.* — Lorsque le niveau de l'eau du bief d'aval est sujet à des variations notables, une roue à augets se trouverait dans l'alternative de ne pas utiliser complétement la chute en basses eaux ou d'être noyée en toute autre circonstance, d'où une résistance d'autant plus grande que la roue serait plus immergée et d'un diamètre plus faible.

On atténue ce dernier inconvénient en faisant tourner la roue de manière que sa partie inférieure se meuve dans le sens de la vitesse de l'eau sur le bief d'aval.

Fig. 4.

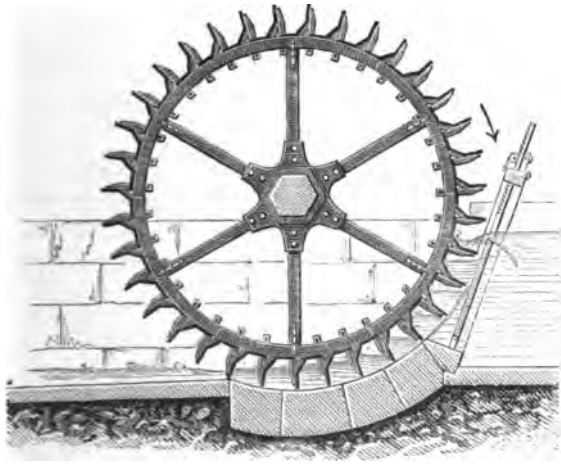


On arrive à ce résultat, pour les chutes moyennes, en employant les roues de côté, dont l'axe se trouve généralement

situé à une distance verticale, au-dessus du point d'arrivée de l'eau, comprise entre 1 mètre et 1^{m}, 5o.

Ces roues sont formées d'aubes planes dirigées suivant le rayon et fixées à une couronne circulaire reliée à l'arbre par des bras (*fig.* 4 et 5). Le récepteur est emboîté dans un *cour-*

Fig. 5.



sier circulaire (portion de cylindre limitée latéralement par des murs qui se raccordent avec le seuil du vannage); un faible jeu est ménagé entre le coursier et les extrémités des aubes.

L'eau arrive généralement sur la roue par une vanne convenablement inclinée.

La perte de chute due aux chocs s'établit de la même manière que pour les roues à augets; mais, au lieu de pertes de travail dues au déversement, il faut tenir compte ici de celle qui est due aux fuites dans l'intervalle compris entre le récepteur, le coursier et les murs latéraux. Si ω_1 désigne la section de cet intervalle, le débit des fuites par seconde sera à très-peu près $\omega_1\sqrt{2gH}$, d'où une perte de travail égale à $\Pi\omega_1 H\sqrt{2gH}$, et l'on a, au lieu de la formule (1) du n° 6,

$$\mathfrak{C} = \Pi QH - \frac{\Pi Q}{2g}\left[v^2 + 2w^2 - 2vw\cos(v, w)\right] - \Pi\omega_1 H\sqrt{2gH},$$

d'où

$$\mu = 1 - \frac{1}{2gH}\left[v^2 + 2w^2 - 2vw\cos(v, w)\right] - \frac{\omega_1\sqrt{2gH}}{Q}.$$

Le maximum de cette expression par rapport à w correspond à

$$w = \frac{v}{2}\cos(v, w) = \tfrac{1}{2}\sqrt{2gh}\cos(v, w),$$

et a pour valeur

$$\mu = 1 - \frac{1}{2}\frac{h}{H}\left[1 + \sin^2(v, w)\right] - \frac{\omega_1\sqrt{2gH}}{Q}.$$

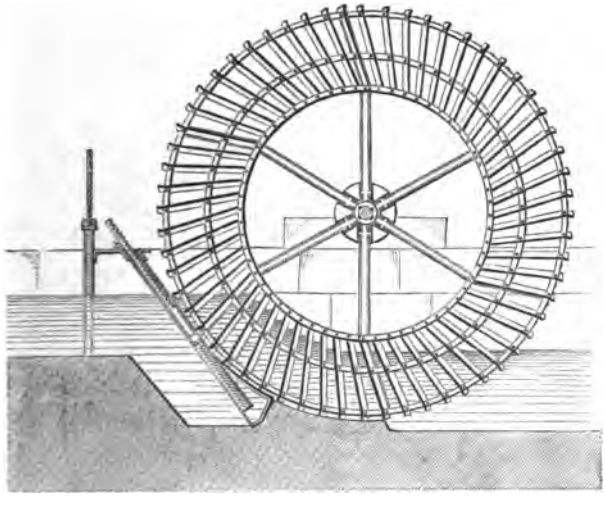
Comme pour la roue précédente, on voit qu'il y a avantage à réduire autant que possible l'angle formé par les directions des vitesses v et w.

Dans la pratique on prend généralement $w = 0{,}45\,v$, et l'on s'arrange de manière que la vitesse w reste comprise entre 1 et 2 mètres; les limites du jeu sont 2 et 3 millimètres; pour $H = 2{,}50$, l'expérience donne comme chiffre moyen $\mu = 0{,}70$ et $\mu = 0{,}50$ lorsque $H = 1{,}20$.

La modification suivante, due à M. Sagebien, est une application très-heureuse des roues de côté, lorsque l'on a à débiter une grande épaisseur de lame d'eau (*fig.* 6). L'eau est distribuée au récepteur par une vanne plongeante inclinée, constituant un déversoir dont on peut faire varier à volonté la hauteur du seuil. Les aubes, qui sont suffisamment prolongées vers le centre pour que l'eau ne puisse jamais se déverser par-dessus le bord intérieur des palettes entre les couronnes qui les maintiennent, sont inclinées sur le rayon, dans le sens du mouvement, pour faciliter leur entrée dans l'eau et le remplissage des intervalles compris entre les palettes; toutefois cette inclinaison est supprimée sur une longueur de $0^m,12$ à $0^m,15$ à partir des extrémités des aubes, pour éviter les broutements sur le coursier. Cette roue ne peut, avec la même vitesse, recevoir qu'un même volume d'eau, déterminé par la hauteur du niveau dans le bief d'amont, et remplit ainsi le rôle d'un véritable compteur; d'où la dénomination de *roue-vanne* qui lui a été donnée. On éprouve une certaine diffi-

culté à la mettre en train, attendu qu'elle ne se remplit que lentement et uniquement en raison du jeu déterminé par le coursier. Si les résistances viennent à augmenter, le mouvement

Fig. 6.



de la roue se ralentit; elle débite moins d'eau et reçoit par cela même moins de travail moteur, tandis que le contraire devrait avoir lieu. Il convient par ce motif de n'employer ce système de roues que dans le cas de cours d'eau réguliers et pour faire fonctionner des opérateurs qui doivent effectuer un travail sensiblement constant.

D'après MM. Tresca et Alcan (1), la roue Sagebien peut donner, dans certaines circonstances, un rendement supérieur à 80 pour 100.

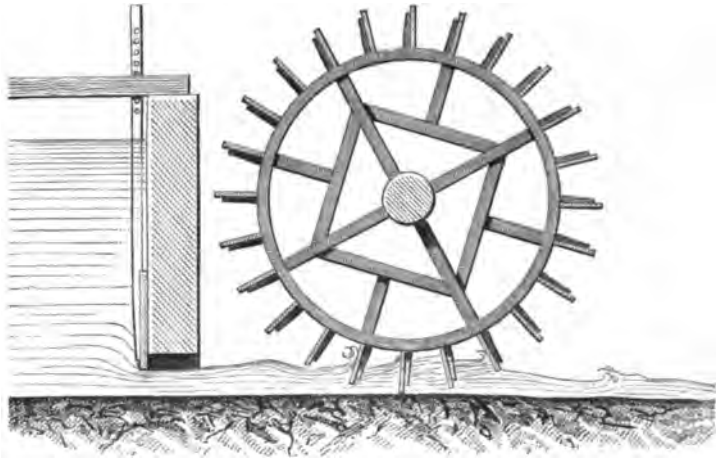
Malgré son rendement, la roue-vanne présente les inconvénients suivants : 1° on doit lui donner de grandes dimensions et une grande solidité pour supporter le poids d'eau considérable qu'elle doit dépenser; 2° comme elle marche avec une grande lenteur, il faut, lorsqu'elle doit produire un mouve-

(1) Rapport à la Société d'encouragement le 24 juillet 1868.

ment de rotation rapide, employer une transmission complexe dans laquelle se développent des résistances passives qui absorbent une partie du bénéfice que procure le système.

9. *Roues à aubes planes recevant l'eau en dessous.* — Ces roues (*fig.* 7), uniquement applicables aux chutes dont la hau-

Fig. 7.



teur est tout au plus égale à $1^m,30$, ne diffèrent des roues de côté qu'en ce que le coursier, au lieu d'être circulaire, est rectiligne, légèrement incliné sur l'horizon ($\frac{1}{12}$ à $\frac{1}{18}$), et est, au jeu près, tangent à la circonférence décrite par les extrémités des aubes.

Comme on a ici $(\widehat{v, w}) = 0$, $h = H$, le rendement maximum est

$$\mu = \frac{1}{2} - \frac{\omega_1 \sqrt{2gH}}{Q}$$

et correspond à

$$w = \frac{v}{2}.$$

Le jeu entre la roue et le coursier est généralement compris entre $0^m,01$ et $0^m,03$; la hauteur des aubes varie entre 2 et 3 fois la levée verticale de la vanne, et leur distance mesurée

sur la circonférence passant par leurs centres de gravité a pour limites leur hauteur et $1\frac{1}{2}$ fois cette hauteur. Généralement le diamètre de la roue est compris entre 3 mètres et 5 mètres.

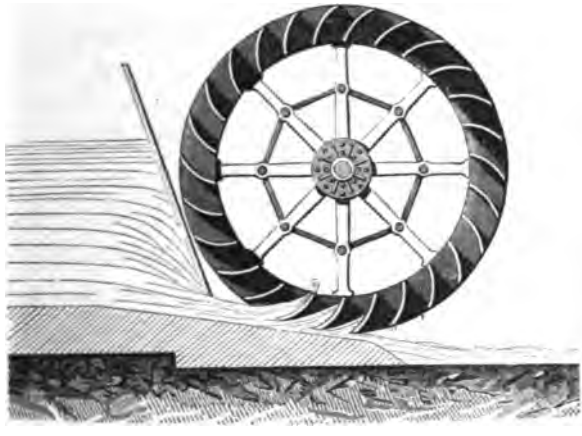
Dans la pratique, on prend ordinairement

$$w = \frac{2}{5} v,$$

et, en raison du jeu, on n'obtient qu'un rendement de 30 pour 100.

10. *Roues à aubes courbes de Poncelet.* — Cette roue (*fig.* 8) ne diffère essentiellement de la précédente qu'en ce que les

Fig. 8



aubes sont circulaires en présentant leur concavité à l'action du courant; elles font avec la circonférence extérieure un angle qui ne dépasse pas 30 degrés.

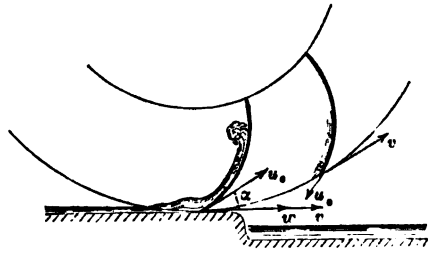
Cette modification de la roue en dessous, tout en lui conservant ses avantages, a pour effet, comme nous allons le faire voir, d'augmenter considérablement son rendement.

La pression en chaque point de la lame d'eau qui circule sur une aube, étant à peu près égale à la pression atmosphérique, ne produit pas d'effet sensible sur le mouvement de

chaque élément fluide, de sorte que chacun de ces éléments se meut à très-peu près comme s'il était isolé.

Soient α l'inclinaison (*fig.* 9) des aubes sur la circonférence

Fig. 9.



extérieure de la roue; u_0 la vitesse relative du liquide, à l'entrée d'un aubage, immédiatement après que l'effet du changement brusque de vitesse s'est produit. Concevons que l'on imprime à l'eau et à la roue un mouvement de rotation égal et de sens contraire à celui de cette dernière ramenée ainsi au repos. La vitesse relative de l'eau avant le choc, $v - w$, se décompose en deux autres, l'une

$$(a) \qquad u_0 = (v - w)\cos\alpha,$$

suivant la direction du premier élément de l'aube, et l'autre

$$(v - w)\sin\alpha,$$

normale à cet élément, qui, étant détruite par la résistance de l'aube, n'est autre chose que la vitesse perdue; il résulte de là une perte de chute dont la valeur est

$$(b) \qquad (v - w)^2 \frac{\sin^2\alpha}{2g}.$$

Soient

R_0, R_1 les rayons des circonférences extérieure et intérieure de la roue;

R la distance à l'axe de rotation d'une molécule fluide m se mouvant sur une aube;

u sa vitesse relative.

La variation de la vitesse relative est due à l'action combinée de la pesanteur et de la force centrifuge. Le travail de cette dernière, évalué à partir du moment où la vitesse relative était u_0, a pour expression

$$m\frac{\omega^2}{R_0^2}(R^2-R_0^2).$$

Le travail de la pesanteur, dans le mouvement relatif, est égal, comme on le sait, à la différence des travaux de la même force estimés dans le mouvement absolu et d'entraînement. Or l'entrée de l'eau dans le récepteur et sa sortie ont lieu en des points dont les distances au centre de la roue font de petits angles avec la verticale de ce centre; de sorte que les éléments de chemin décrits en vertu du mouvement d'entraînement sont sensiblement horizontaux; le travail de la pesanteur dû à ce mouvement est donc du second ordre et peut être considéré comme nul. Le travail de la pesanteur dans le mouvement absolu se réduit à $mg(R-R^0)$ (1), en continuant la même approximation; il vient ainsi

$$m\frac{u^2-u_0^2}{2}=mg(R-R_0)+m\frac{\omega^2}{2R_0^2}(R^2-R_0^2);$$

d'où, en ayant égard à la valeur (a),

$$(c)\qquad \frac{u^2}{2g}=\frac{(v-w)^2}{2g}\cos^2\alpha+R-R_0+\frac{\omega^2}{2R_0^2g}(R^2-R_0^2).$$

---

(1) Lorsque l'on ne veut pas s'en tenir à cette approximation, la théorie de la roue à aubes courbes présente des difficultés inextricables; en parlant des roues à aubes courbes, il est bien entendu que le profil des aubes ne doit pas être rectiligne, cas dans lequel nous avons résolu complètement la question au n° 90 de la première Partie.

Nous supposerons dans ce qui suit que les aubes sont circulaires.

Soient (*fig.* 10)

O l'axe de rotation;

a_0b_0 le profil d'une aube arrivée à son point le plus bas, où elle reçoit l'action de l'eau;

C_0 le centre de cet arc de cercle;

α l'inclinaison de l'aube a_0b_0 sur la tangente à la roue;

β l'angle formé par OC_0 avec le prolongement C_0N de a_0C_0;

$R_0=Oa_0$ le rayon de la roue;

ρ le rayon a_0C_0;

Comme à la sortie on a, de même qu'à l'entrée, $R = R_0$, la vitesse relative à ce moment est égale à $u_0 = (v - w)\cos\alpha$; mais elle est de sens contraire; la perte de chute due à la vitesse absolue à la sortie est par suite

$$(d)\qquad \frac{w^2 + u_0^2 - 2u_0 w\cos\alpha}{2g} = \frac{w^2 + (v-w)^2\cos^2\alpha - 2(v-w)w\cos^2\alpha}{2g}.$$

La perte de charge totale, ou la somme des expressions (b) et (d), est ainsi

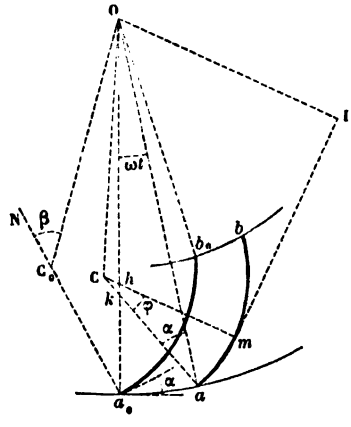
$$\frac{w^2 + (v-w)^2 - 2(v-w)w\cos^2\alpha}{2g}.$$

---

a la distance OC_0;

OCa la position que prend, au bout du temps t après l'entrée de l'eau dans l'aube, la figure invariable OC_0a_0;

Fig. 10.



m celle de la molécule liquide ayant passé par le point a_0;

φ l'angle variable mCa;

k et h les intersections des rayons Ca, Cm avec la verticale Oa_0.

Il est clair que α et β dépendent des éléments R_0, ρ, a, supposés donnés.

D'après la figure, on a

$$(a)\qquad \begin{cases} a = \sqrt{R_0^2 + \rho^2 - 2R_0\rho\cos\alpha}, \\ \sin\beta = \dfrac{R_0\sin\alpha}{\sqrt{R_0^2 + \rho^2 - 2R_0\rho\cos\alpha}}; \end{cases}$$

Son minimum correspond à

$$(f) \qquad w = \frac{v}{2},$$

et a pour valeur

$$(g) \qquad \frac{1}{2}\,\frac{v^2}{2g}\sin^2\alpha.$$

On a donc, en remarquant que $h = H$ et faisant abstraction des fuites,

$$(h) \qquad \mu = 1 - \tfrac{1}{2}\sin^2\alpha,$$

et l'on aurait $\mu = 1$ si les aubes étaient tangentes à la roue, ce qui ne peut pas avoir lieu, comme nous le verrons plus loin.

En supposant $\alpha = 90°$, on retombe sur le cas des aubes planes, pour lequel la valeur limite de μ est 0,50.

Si l'on prend $\alpha = 30°$, on trouve

$$\mu = \tfrac{7}{8} = 0{,}875.$$

En portant la valeur (f) dans l'expression (d), on obtient pour résultat

$$\frac{1}{4}\,\frac{v^2}{2g}\sin^2\alpha;$$

---

puis

$$\widehat{u_0 ka} = \omega t + \alpha, \quad \widehat{ahm} = \varphi + \omega t + \alpha.$$

La composante tangentielle de l'accélération g a pour valeur

$$-g\sin(\varphi + \omega t + \alpha).$$

Si I est la projection de O sur la tangente à l'aube en m, on voit que la composante tangentielle de l'accélération centrifuge

$$-\omega^2 . mI = -\omega_0 a \sin(\widehat{OC_0 a_0} - \varphi) = -\omega^2 a \sin(180° - \beta - \varphi) = -\omega^2 a \sin(\varphi + \beta).$$

Le principe des forces vives dans le mouvement relatif donne

$$\rho\,\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -g\sin(\varphi + \omega t + \alpha) - \omega^2 a \sin(\varphi + \beta).$$

Il est fort heureux que l'angle ωt reste assez petit pour qu'on puisse le négliger sans grand inconvénient, ce qui revient à prendre l'équation du texte, car il paraît impossible, eu égard aux valeurs de $\varphi + \alpha$, $\varphi + \beta$, d'intégrer autrement que par approximation l'équation précédente.

la vitesse absolue de l'eau à la sortie de chaque aube est ainsi égale à

$$\frac{v}{2}\sin\alpha,$$

et il est facile de reconnaître qu'elle est normale à l'aube.

On voit aussi que, si l'angle α était nul, l'eau ne pourrait pas se dégager de la roue.

D'après d'anciennes expériences, le rendement de ces roues serait de 65 pour 100. Depuis, M. le général Didion, en appliquant le frein dynamométrique à une roue exécutée sur des plans qu'il a dressés avec le plus grand soin, a obtenu un rendement de 75 pour 100, qui s'approche beaucoup de la limite maximum donnée par la théorie.

La largeur de la couronne doit être déterminée de manière que le liquide revienne sur lui-même, en atteignant ou avant d'avoir atteint le fond des aubes, pour qu'il ne se produise pas de nouvelles pertes de chute comme nous l'avons supposé; il faut donc que R_1 soit au moins égal à la valeur de R obtenue en supposant $u = 0$, dans la formule (c); cette valeur limite, en ayant égard à la valeur (f), est donnée par l'équation

$$\frac{v^2}{8g}\cos^2\alpha + R - R_0 + \frac{v^2}{8R_0^2 g}(R^2 - R_0^2) = 0$$

ou

$$HR^2 + 4R_0^2 R^2 - 4R_0^3 - R_0^2 H\sin^2\alpha = 0,$$

d'où

$$(i) \qquad R = \frac{2R_0}{H}\left(-R_0 + \sqrt{R_0^2 + R_0 H + \frac{H^2\sin^2\alpha}{4}}\right).$$

Telle est la valeur minimum que l'on peut assigner à R_1.

Le nombre des aubes doit être 36 pour $R_0 \begin{matrix} > 3^m \\ < 6^m \end{matrix}$ et 48 pour $R_0 \begin{matrix} > 6^m \\ < 7^m \end{matrix}$.

11. *Remarque.* — Les roues dont nous nous sommes occupé jusqu'ici offrent un inconvénient grave quand elles sont placées sur des cours d'eau à régime très-variable. Lorsque le débit descend bien au-dessous de sa moyenne, le niveau du

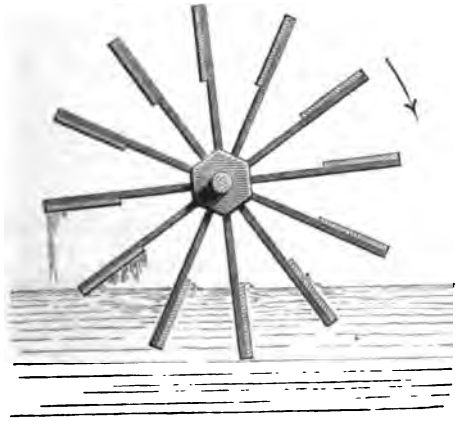
bief d'aval s'abaisse et un intervalle le sépare de la roue, d'où une perte de chute qui, ajoutée à la variation de vitesse éprouvée par sa valeur normale, réduit notablement le travail transmis. Si, au contraire, le débit dépasse beaucoup sa moyenne, le niveau du bief d'aval s'élève, d'où une résistance qui réduit également le travail transmis au récepteur, travail que, le plus souvent, on ne peut plus utiliser.

On obvie à cet inconvénient, pour les roues à palettes planes, en rendant mobile à volonté le support de la roue, autour d'un axe fixe qui est en même temps celui d'une roue dentée, qui transmet le mouvement à l'usine, engrenant avec un système de rouages partant de l'arbre et monté sur le même support. Un système de chaînes et de treuils permet d'abaisser ou d'élever la roue de manière à la placer dans des conditions convenables.

Sur le bord du Rhône, à Genève, le déplacement de la roue est produit automatiquement en la rendant solidaire avec une capacité cylindrique remplie d'air, placée dans son intérieur et qui remplit les fonctions de flotteur.

12. *Roues pendantes des bateaux.* — On voit souvent, sur

Fig. 11.



des cours d'eau plus ou moins rapides, des roues à aubes planes (*fig.* 11) montées sur l'un des côtés d'un bateau ou

entre deux bateaux sur lequel ou lesquels on établit une usine.

Les formules (1) et (2) du n° 6 s'appliquent ici en y supposant $H = 0$, et $U = V_0 - w$, V_0 étant la vitesse du courant; et l'on a ainsi

$$\mu = 1 - \frac{(V_0 - w)^2 + w^2}{V_0^2},$$

dont le maximum, qui correspond à

$$w = \frac{V_0}{2},$$

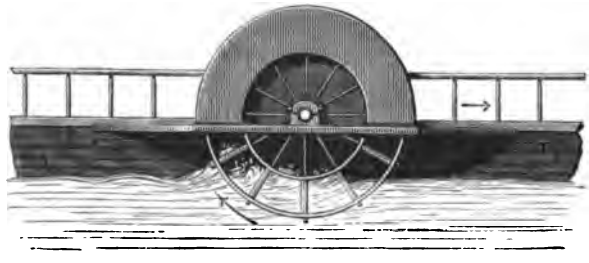
est égal à 0,50.

Dans la pratique on prend généralement $w = \frac{2}{3} V_0$, et l'expérience donne $\mu = 0{,}30$, tandis qu'on aurait théoriquement $\mu = 0{,}40$; la différence est due à certaines pertes que l'on ne peut pas faire entrer dans le calcul.

Le diamètre de ces roues ne dépasse pas ordinairement 5 mètres, et leur longueur varie entre $2^m,50$ et $5^m,00$; la hauteur des aubes, qui ne doit pas être inférieure à $0^m,33$, varie entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ du rayon; le nombre des aubes est compris entre 12 et 24. Les aubes peuvent être complétement immergées; l'immersion atteint même $0^m,50$ dans les moulins établis sur le Rhône à sa sortie de Genève.

13. *Propulseurs à palettes des bateaux à vapeur.* — Les

Fig. 12.

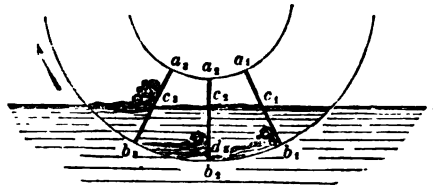


roues à palettes (*fig.* 12) des bateaux à vapeur offrent, comme forme générale, la plus grande analogie avec celles de la ca-

tégorie précédente. Par le mouvement de rotation que leur imprime la machine à vapeur, leurs aubes viennent successivement prendre un point d'appui sur le liquide, ce qui détermine le mouvement de translation du bateau.

Pour que chaque roue reste constamment en prise avec le courant, on fait en sorte que plusieurs aubes plongent en même temps dans le liquide. Ces aubes, formant avec la normale au courant de petits angles, peuvent être considérées comme parallèles. Supposons (*fig.* 13) qu'elles soient au nombre de trois, représentées par a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3, en allant de

Fig. 13.



l'avant à l'arrière ; soient c_1, c_2, c_3 leurs intersections avec le niveau et d_3 la projection de b_3 sur a_1b_1. D'après la figure, le liquide compris entre b_3c_3, b_2d_3, d_3c_2, se trouvant à très-peu près dans des conditions statiques, ne crée aucune résistance au mouvement ; il en est de même du liquide compris entre b_2c_2 et b_1c_1, de sorte que les surfaces présentées à l'action du courant sont b_3c_3, b_2d_3, dont la somme est égale à c_2b_2.

Il suit de là que les choses se passent, à chaque instant, de la même manière que si une seule aube était plongée normalement au courant.

Cela posé, soient

V_0 la vitesse du courant ;
i sa pente ;
Q le poids du bateau ;
Ω sa section transversale maximum ;
W sa vitesse de translation considérée comme positive ou négative selon qu'elle a lieu ou non dans le même sens que V_0 ;
ω la surface de la partie plongée de l'aube de chacune des deux roues ;

w la vitesse relative de son centre de gravité par rapport au bateau, dont le sens est opposé à celui de W ;

La résistance éprouvée par le bateau est de la forme

$$(a) \qquad K \frac{\Pi}{g} \Omega (V_0 - W)^2,$$

K étant une constante (n° 296 de la IIe Partie) dépendant de la forme du bateau.

La résistance opposée au mouvement de chaque palette, de sens contraire à celui de la précédente, peut également se représenter par

$$(b) \qquad k \frac{\Pi}{g} \omega (V_0 + w - W)^2,$$

k étant une autre constante.

En projetant les forces qui sollicitent le bateau sur le niveau et remarquant que les actions mutuelles disparaissent, on a, pour exprimer l'équilibre des forces ou l'uniformité du mouvement,

$$2k \frac{\Pi}{g} \omega (V_0 + w - W)^2 \pm Qi = K \frac{\Pi}{g} \Omega (V_0^2 - W)^2,$$

en prenant le signe + ou le signe — selon que le bâtiment descend ou remonte le fil de l'eau. Cette formule fait connaître la vitesse w qu'il peut donner aux aubes sur chaque cours d'eau pour obtenir une vitesse déterminée du bateau.

Le moment, par rapport à l'axe des roues, de l'effort moyen produit par la machine motrice étant égal au double du moment de la résistance (b), le travail utile rapporté à l'unité de temps a pour expression

$$2k \frac{\Pi}{g} \omega (V_0 + w - W)^2 w.$$

14. *Propulseurs hélicoïdes des bateaux à vapeur.* — Parmi les formes variées qui ont été données à ces propulseurs, nous choisirons la plus simple, qui est celle d'une spire de surface hélicoïde gauche (*fig.* 14). Pour simplifier les calculs nous supposerons, par approximation, que chaque élément gauche est compris dans le plan tangent au point correspondant de l'hélice moyenne.

Soient

r_0, r_1 les rayons des cylindres intérieur et extérieur qui limitent la surface;

α l'inclinaison de l'hélice moyenne sur un plan perpendiculaire à l'axe;

ω la vitesse angulaire de l'hélice;

z la distance d'un point de cette hélice à une section droite déterminée du cylindre;

l la longueur de la portion de l'axe correspondant à l'hélice;

u la vitesse relative du bateau par rapport à celle du cours d'eau, que nous supposerons horizontale.

Fig. 14.

L'aire d'un élément hélicoïde, d'après la convention faite plus haut, a pour expression

$$(r_1 - r_0)\,\frac{dz}{\sin\alpha}.$$

La vitesse relative du fluide par rapport à cet élément, estimée suivant la normale, étant

$$u\cos\alpha - \omega r\sin\alpha,$$

la résistance élémentaire correspondante est de la forme

$$k(u\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)^2(r_1 - r_0)\,\frac{dz}{\sin\alpha},$$

k étant une constante; sa composante perpendiculaire à l'axe

est par suite

$$k(u\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)^2 (r_1 - r_0)\, dz,$$

En la multipliant par $\omega \frac{r_1 + r_0}{2}$ et intégrant par rapport à z de zéro à l, on obtient pour le travail dépensé par seconde pour faire mouvoir l'hélice

$$(1) \qquad \mathfrak{C} = k(u\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)^2 \frac{r_1^2 - r_0^2}{2} l\omega.$$

La somme des composantes parallèles à l'axe des résistances éprouvées par les éléments de l'hélice étant

$$k(u\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)(r_1^2 - r_0^2) l\cot\alpha,$$

on a

$$(2) \qquad \Omega K u^2 = k(u\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)^2 (r_1 - r_0) l\cot\alpha,$$

Ω étant l'aire de la section maximum du bateau, K le coefficient de la résistance qu'il éprouve. Cette équation fera connaître la vitesse de rotation ω qu'il faut imprimer à l'hélice pour obtenir une vitesse de translation donnée du bateau sur un courant d'eau dont on connaît la vitesse.

On voit aussi que la formule (1) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\mathfrak{C} = \Omega K u^2 \frac{r_0 + r_1}{2} \omega \tan\alpha.$$

§ II. — *Des récepteurs hydrauliques à axe vertical.*

15. Les roues hydrauliques mobiles autour d'un axe vertical ont reçu le nom de *turbines*. Les turbines, qui peuvent être noyées sans inconvénient, sont généralement placées en contre-bas du niveau du bief d'aval lors des plus grandes sécheresses. Les formules générales (1) et (2) du n° 6 doivent évidemment s'appliquer aux turbines comme aux roues hydrauliques.

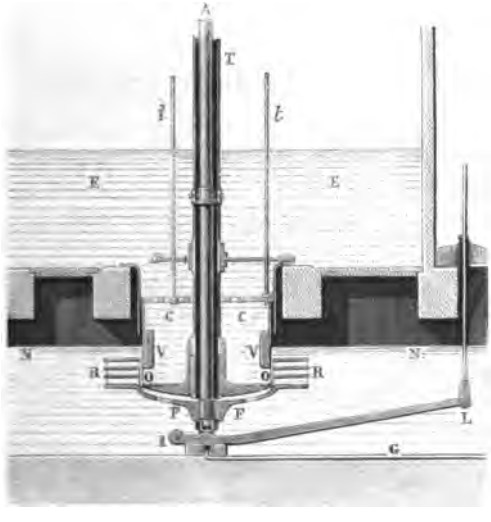
Elles forment trois catégories, savoir : 1° les turbines dans lesquelles l'eau, en produisant son effet, s'éloigne de l'axe; type, turbine Fourneyron; 2° celles dans lesquelles l'eau reste

à une distance constante de l'axe, comme dans les différentes variétés de la roue d'Euler surmontée d'un distributeur, telles que les turbines Fontaine, Jonval, etc.; 3° celles dans lesquelles l'eau agit en se rapprochant de l'axe, comme la roue à injection extérieure de Poncelet.

Nous allons étudier les principaux types de ces catégories.

16. Première catégorie. — *Turbine Fourneyron.* — Cette turbine est représentée par la *fig.* 15, dans laquelle CC est un

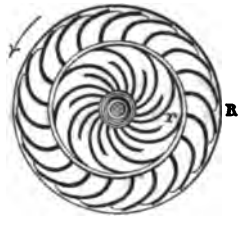
Fig. 15.



cylindre creux qui descend jusqu'au niveau NN du bief d'aval; l'eau du bief d'amont EE pénètre librement dans ce cylindre; OO est un disque d'un diamètre légèrement inférieur au diamètre intérieur du cylindre, faisant corps avec une sorte de tube central T fixé, par sa partie supérieure, au bâti établi sur un plancher placé au-dessus du bief d'amont : à ce disque sont adaptées des cloisons cylindriques verticales, identiques, reliant la base du tube à la circonférence extérieure du disque, avec lequel elles constituent le *distributeur* (*fig.* 16). Le dis-

tributeur *r* sert de noyau à une roue annulaire R, à aubes cylindriques verticales de même hauteur que les cloisons, mais dont la courbure est opposée à celle de ces cloisons. La roue,

Fig. 16.



qui est complétement noyée dans le bief d'aval, est reliée par une calotte sphérique FF à la partie inférieure d'un arbre A, qui traverse le tube T et qui transmet le mouvement. Cet arbre se termine, à sa partie inférieure, par un pivot qui s'appuie sur un levier IL mobile autour du point I; on peut déplacer ce levier, de manière à amener la roue exactement en regard du distributeur, en agissant sur un écrou engagé dans un filet de vis qui termine supérieurement une tige verticale articulée à l'extrémité L. Le graissage du pivot s'effectue au moyen du tuyau horizontal G, qui se recourbe verticalement à une certaine distance, sort de l'eau et se termine par un entonnoir dans lequel on verse de l'huile.

Le débit de l'eau dans le distributeur est réglé par des obturateurs VV, montés sur une couronne, qui correspondent aux débouchés extérieurs du distributeur, en faisant varier la hauteur du système au moyen de tringles *tt* filetées à leur partie supérieure pour s'engager dans des écrous.

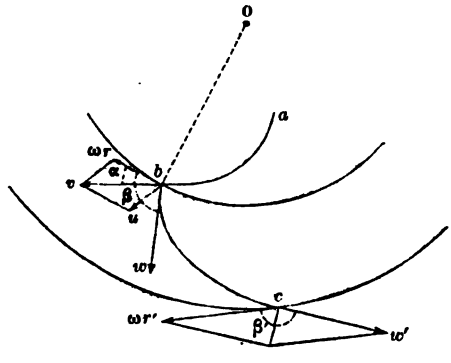
Le mouvement de la turbine est facile à comprendre : l'eau passe du cylindre CC dans les canaux du distributeur, de là dans la roue où, par sa pression sur les aubes, elle produit un mouvement de rotation dans le sens de la convexité des aubes.

Les canaux de la roue sont souvent divisés en plusieurs compartiments par des cloisons horizontales, en vue d'atténuer les effets des changements brusques de section à l'en-

trée de l'eau dans le récepteur, lorsque les orifices du distributeur ne sont pas complétement démasqués.

Soient (*fig.* 17)

Fig. 17.



ω la vitesse angulaire de la turbine;

r, r' les rayons des circonférences extérieures du distributeur et du récepteur;

v la vitesse de l'eau à sa sortie b du distributeur;

α l'angle formé par v, ou le dernier élément de la cloison ab, avec la circonférence de rayon r;

w_0 la vitesse relative, par rapport à la roue, de l'eau immédiatement avant son entrée dans le récepteur;

w la vitesse relative de l'eau dans la roue, immédiatement au delà de la zone des tourbillonnements résultant du changement brusque de vitesse à l'entrée;

w' la vitesse relative à la sortie du récepteur;

β, β' les angles connus que forment les directions de w, w' avec les circonférences de rayons r, r';

h la hauteur des centres de gravité du distributeur et du récepteur en contre-bas du niveau du bief d'amont;

h' la hauteur du niveau du bief d'aval au-dessus de ce point;

p_0, p la pression atmosphérique et la pression au débouché b du distributeur;

H la hauteur de chute;

Q le débit par seconde qui doit dépendre de H et de ω, sui-

vant une loi que nous allons d'abord chercher à établir, en négligeant, pour simplifier, les effets des contractions qui n'ont, d'ailleurs, qu'une importance secondaire.

On a d'abord

$$(a) \qquad \frac{v^2}{2g} = \frac{p_a - p}{\Pi} + h,$$

puis, comme w_0 est la différence géométrique de v et ωr,

$$(b) \qquad w_0^2 = v^2 + \omega^2 r^2 - 2\omega r v \cos\alpha.$$

Les composantes de w_0 suivant w et perpendiculairement à sa direction ont respectivement pour valeurs

$$v\cos(\beta - \alpha) - \omega r \cos\beta \quad \text{et} \quad v\sin(\beta - \alpha) - \omega r \sin\beta;$$

le carré de la vitesse perdue à l'entrée dans la roue est par suite

$$(c) \left\{ \begin{array}{l} [v\cos(\beta-\alpha) - \omega r\cos\beta - w']^2 + [v\sin(\beta-\alpha) - \omega r\sin\beta]^2 \\ \quad = v^2 + \omega^2 r^2 + w'^2 - 2vw\cos(\beta-\alpha) - 2\omega rv\cos\alpha + 2\omega rw\cos\beta. \end{array} \right.$$

Le principe des forces vives, appliqué au mouvement relatif de l'eau dans la roue, donne

$$(a) \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{w'^2 - w_0^2}{2g} = \dfrac{p - p_a}{\Pi} - h' \\ \qquad - \dfrac{v^2 + \omega^2 r^2 + w'^2 - 2vw\cos(\beta-\alpha) - 2\omega rv\cos\alpha + 2\omega rw\cos\beta}{2g} \\ \qquad + \dfrac{\omega^2(r'^2 - r^2)}{2g}. \end{array} \right.$$

Si l'on ajoute les équations (a) et (d) en ayant égard à la valeur (b) de v_0^2 et remarquant que $h - h' = \mathrm{H}$, on trouve

$$(e) \quad w'^2 + w^2 - 2vw\cos(\beta-\alpha) + 2\omega rw\cos\beta = 2g\mathrm{H} + \omega^2(r'^2 - r^2).$$

La quantité d'eau que reçoit chaque canal de la roue varie périodiquement en raison de l'obturation partielle de l'orifice d'admission par les cloisons directrices; mais, pour plus de simplicité, nous supposerons que l'orifice d'admission du canal est constant et qu'il correspond au même angle centre ε que le débouché. Comme cet angle est toujours petit, on peut prendre

$$\varepsilon r\sin\alpha, \quad \varepsilon r\sin\beta, \quad \varepsilon r'\sin\beta'$$

pour les largeurs des orifices du distributeur et ceux du récepteur aux circonférences intérieure et extérieure.

Si l'on désigne par e la hauteur de ces orifices, par n le nombre des aubes, on a évidemment

$$(f) \qquad n\varepsilon re v \sin\alpha = n\varepsilon rew \sin\beta = n\varepsilon r' e w' \sin\beta' = Q,$$

d'où

$$(1) \qquad \begin{cases} v = w' \dfrac{r'}{r} \dfrac{\sin\beta'}{\sin\alpha}, \\ w = w' \dfrac{r'}{r} \dfrac{\sin\beta'}{\sin\beta}. \end{cases}$$

L'équation (e) devient par suite

$$(2) \quad \begin{cases} w'^2\left[1 + \dfrac{r'^2}{r^2}\dfrac{\sin^2\beta'}{\sin^2\beta} - \dfrac{2r'^2}{r^2}\dfrac{\sin^2\beta'\cos(\beta-\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}\right] \\ \qquad + 2w'\omega r' \sin\beta' \cot\beta = 2gH + \omega^2(r'^2 - r^2), \end{cases}$$

et fait connaître w', par suite Q.

On prend généralement l'angle β égal à 90 degrés, et alors on a

$$(3) \qquad Q = n\varepsilon r' e \sin\beta' \sqrt{\frac{2gH + \omega^2(r'^2 - r^2)}{1 - \frac{r'^2}{r^2}\sin^2\beta'}}.$$

D'après cette formule on voit que, si, par une cause quelconque, par suite d'une réduction dans la résistance utile, la vitesse angulaire vient à augmenter, il en est de même du débit et par suite du travail moteur; de sorte que, si l'on n'arrive pas à temps pour abaisser les vannes, suivant une expression adoptée, la turbine *s'emportera* de plus en plus jusqu'au moment où sa vitesse atteindra une certaine limite que nous ferons connaître plus loin; d'où une cause de destruction et de danger qui fait à peu près renoncer à ce genre de moteur.

Pour que les choses se passent comme nous l'avons supposé, il faut que les canaux de distribution soient complétement remplis ou que p soit positif; autrement il se produirait dans le bief d'amont, au-dessus de la turbine, des tourbillonnements avec entraînement d'air, et le travail transmis au récepteur serait nul ou à peu près; il faut donc, d'après la for-

mule (*a*), que

$$\frac{p_a}{\Pi} + h > \frac{v^2}{2g}$$

ou

$$\frac{p_a}{\Pi} + h > \frac{r'^2 \sin^2\beta'}{r^2 \sin^2\beta} \frac{H + \frac{\omega^2(r'^2 - r^2)}{2g}}{1 - \frac{r'^2}{r^2}\sin^2\beta'},$$

formule qui, transformée en égalité, fera connaître la vitesse angulaire maximum que peut atteindre le récepteur.

Proposons-nous maintenant de déterminer le coefficient d'effet utile du récepteur sans attribuer de valeur spéciale à l'angle β.

Le carré de la vitesse de l'eau à sa sortie du distributeur est

$$w'^2 + \omega^2 r'^2 + 2\omega r' w' \cos\beta';$$

en l'ajoutant au carré (c) de la vitesse perdue et en se reportant à la formule générale (2) du n° 6, on trouve

$$(4)\quad \left\{ \begin{aligned} \mu = 1 &- \frac{w'^2 \left\{ 1 + \frac{r'^2}{r^2}\sin^2\beta' \left[\frac{1}{\sin^2\beta} + \frac{1}{\sin^2\alpha} - 2\frac{\cos(\beta - \alpha)}{\sin\beta \sin\alpha} \right] \right\}}{2gH} \\ &- \frac{2\omega r' w' (\sin\beta' \cot\beta + \cos\beta' - \cot\alpha) + \omega^2 (r^2 + r'^2)}{2gH}, \end{aligned} \right.$$

formule dans laquelle il faudra remplacer w' par sa valeur trouvée plus haut.

L'équation $\frac{d\mu}{d\omega} = 0$ fera connaître la valeur de ω correspondant au maximum de μ que l'on pourra ainsi calculer.

Dans la pratique on prend :

$\frac{r}{r'}$ égal à 0,75 pour les chutes qui ne dépassent pas 2 mètres, à 0,70 pour les chutes de 2 à 6 mètres, et à 0,65 pour les chutes supérieures;

$\alpha = 25$ à $35°$, $\beta = 90°$, $\beta' = 20$ à $25°$.

Le rapport des nombres des cloisons du distributeur à celui des aubes a pour limites 1,33 et 1,50.

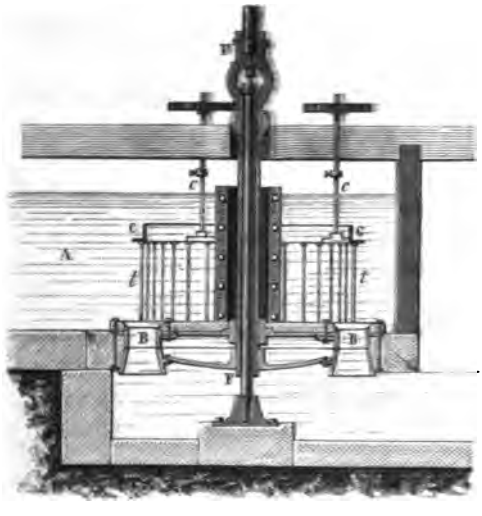
La largeur de la section droite de chaque canal du distribu-

teur, à son débouché, ne doit pas excéder $0^m,06$ pour des débits de 1 mètre cube à 1 $\frac{1}{2}$ mètre, et doit être moindre pour des dépenses plus faibles.

Dans certaines expériences [illegible] $0^m,80$.

17. Deuxième catégorie. — *Premier type. Turbine Fontaine.* — Dans cette disposition, l'eau se rend dans le récepteur par un distributeur annulaire BB (*fig.* 18 et 19) (1) adapté au fond d'un réservoir A qui termine le bief d'amont. Les cloisons du

Fig. 18.

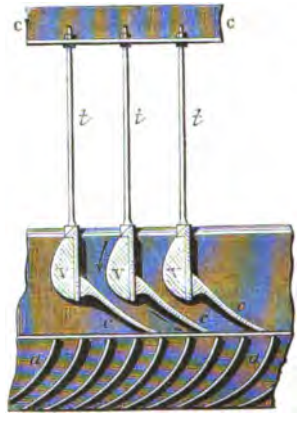


distributeur sont courbes et sont normales aux deux couronnes qui limitent la pièce. La roue, également annulaire, est noyée et a les mêmes rayons extérieur et intérieur que le distributeur au-dessous duquel elle est placé; la courbure de ses aubes est opposée à celle des cloisons. La roue est reliée par une calotte sphérique à un arbre vertical FF; cet arbre est creux et est supporté, au moyen d'un pivot, par la tête d'un

(1) La *fig.* 18 représente une coupe faite par un plan passant par l'axe de rotation et la *fig.* 19 le développement de la section faite par le cylindre moyen de la roue et du distributeur.

arbre fixe qui le traverse et qui est fortement établi sur le fond du bief d'aval.

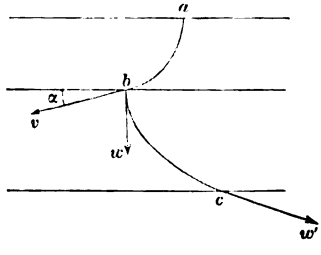
Fig. 19.



La turbine est pour ainsi dire suspendue, et le pivot se trouvant hors de l'eau peut facilement être entretenu dans un état convenable de frottement. Chacun des orifices du distributeur est muni d'une vanne spéciale V, à l'aide de laquelle on peut le fermer plus ou moins; une couronne CC réunit les tiges *tt* de ces vannes, et est soutenue par des tringles *cc* à l'aide desquelles on peut la faire monter ou descendre, et par suite faire varier la grandeur des ouvertures par lesquelles l'eau peut s'écouler.

En développant le cylindre moyen (*fig.* 20), une cloison et

Fig. 20.



une aube qui se correspondent offrent une disposition ana-

logue à celle des éléments semblables de la turbine Fourneyron, en considérant les tangentes aux circonférences intérieure et extérieure de celle-ci comme représentant les développements verticaux des circonférences supérieure et inférieure de la roue que nous étudions; ici l'on a toujours $\beta = 90°$. La théorie de la turbine Fourneyron s'applique donc à la turbine Fontaine, en y supposant $r' = r$. Les formules (3), (4) du n° 16 donnent par suite

$$(1) \qquad Q = n\varepsilon r e \operatorname{tang}\beta' \sqrt{2gH},$$

$$(2) \qquad \mu = 1 - \frac{a'^2(1 + \sin^2\beta' \cot^2\alpha) + 2\omega r a'(\cos\beta' - \cot\alpha) + 2\omega^2 r^2}{2gH}.$$

Le débit étant indépendant de la vitesse angulaire, le genre de turbine dont nous nous occupons n'offre pas l'inconvénient grave, signalé plus haut, que présente la turbine Fourneyron.

D'après l'expérience, le rapport de la vitesse de la circonférence moyenne de la roue à la vitesse due à la hauteur de la chute, correspondant au maximum d'effet, est égal à 0,55. Le rendement, qui est de 70 pour 100 lorsque les vannes sont complétement levées, diminue lorsqu'on les abaisse et atteint à 0,575 dès que le débit est réduit au quart environ de sa valeur primitive.

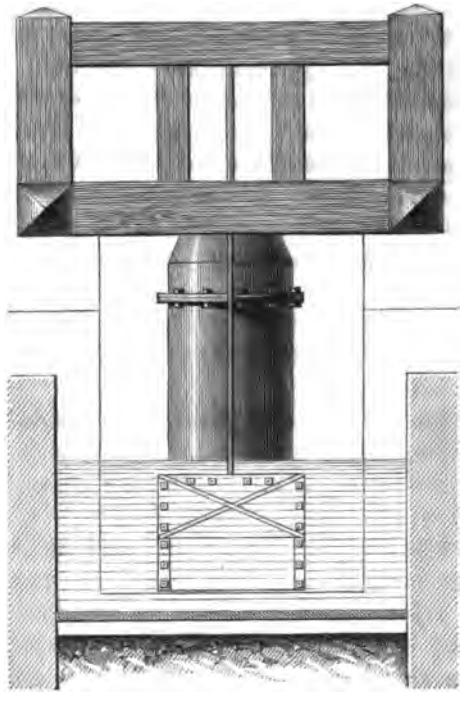
Lorsqu'un cours d'eau subit des variations considérables, on rend la turbine *double*, en la formant de deux séries distinctes d'aubes séparées par une couronne intermédiaire. Les trois couronnes et les aubes sont fondues d'une seule pièce. Le distributeur comprend également des séries de cloisons distinctes. Chacune des parties de la roue ayant un vannage semblable à celui d'une roue simple, on peut faire arriver l'eau dans l'un ou l'autre compartiment annulaire de la roue, ou dans tous les deux, selon le volume d'eau que l'on a à débiter.

Deuxième type. Turbine Jonval. — Le distributeur et la turbine sont disposés comme dans le récepteur précédent; mais le récepteur se trouve au ras du fond du bief d'amont et est placé à l'orifice supérieur d'un tuyau avec lequel il se raccorde. Ce tuyau descend verticalement au fond du bief d'aval, se recourbe horizontalement et se termine

par un orifice que l'on démasque plus ou moins en faisant manœuvrer une vanne qui règle le débit, et qui permet, lors de la mise en train, de remplir complétement le tuyau; ce tuyau doit rester plein pendant toute la marche. Cette disposition a l'avantage de rendre facile la visite et les réparations du système, avantage qui s'ajoute à celui que présente la turbine Fontaine au point de vue du pivot. Mais elle offre un grave inconvénient, la présence presque constante d'un homme chargé de régler le vannage pour obtenir un régime normal, quelle que soit la variation du travail résistant utile.

La *fig.* 21 représente l'élévation du tuyau vu du côté de sa

Fig. 21.



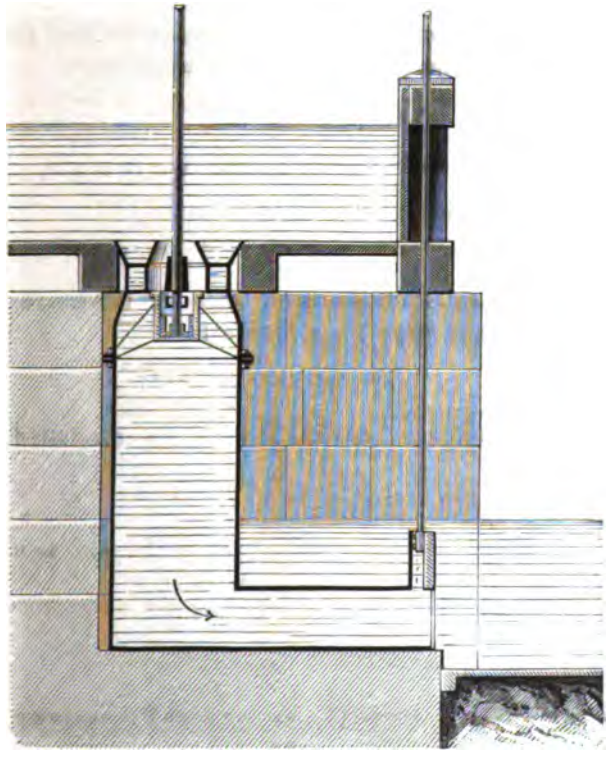
vanne inférieure et la *fig.* 22 la coupe perpendiculaire au plan de cette vanne passant par l'axe de la turbine.

Aux notations adoptées plus haut nous ajouterons les suivantes :

Soient

v_1 la vitesse de l'eau dans le tuyau, au-dessous de la turbine, immédiatement après la zone des tourbillonnements;

Fig. 22.



p_1 la pression correspondante;

Ω_1 la section de ce tuyau;

v_2, Ω_2 la vitesse dans la section contractée de l'eau à la sortie du tuyau et l'aire de cette section;

h_2 la hauteur de la circonférence inférieure de la roue au-dessus du niveau du bief d'aval.

Nous avons, comme au n° 16,

$$(a) \qquad \frac{v^2}{2g} = \frac{p_a - p}{\Pi} + h,$$

$$(b) \qquad w_0^2 = v^2 + \omega^2 r^2 - 2\omega r v \cos\alpha,$$

et pour le carré de la vitesse perdue à l'entrée du distributeur

$$(c) \quad v^2 + \omega^2 r^2 + w^2 - 2vw\cos(\beta - \alpha) - 2\omega r v \cos\alpha + 2\omega r w \cos\beta.$$

La vitesse absolue de l'eau à sa sortie du récepteur a respectivement pour composantes verticale et horizontale

$$w' \sin\beta', \quad \omega r + w' \cos\beta',$$

d'où, pour le carré de la vitesse perdue dans le tuyau,

$$(d) \qquad \begin{cases} (v_1 - w'\sin\beta') + (\omega r + w'\cos\beta')^2 \\ \quad = v_1^2 + w'^2 - 2v_1 w' \sin\beta' + \omega^2 r^2 + 2\omega r w' \cos\beta'. \end{cases}$$

Au delà des tourbillonnements le carré de la vitesse relative w_1 de l'eau par rapport à la roue est

$$(e) \qquad w_1^2 = v_1^2 + \omega^2 r^2.$$

Le principe des forces vives dans le mouvement relatif donne

$$\frac{w_1^2 - w_0^2}{2g} = c + \frac{p - p_1}{\Pi} - \frac{v^2 + v_1^2 + w^2 + w'^2 + 2\omega^2 r^2 - 2vw\cos(\beta - \alpha) - 2v_1 w' \sin\beta'}{2g} - \frac{2\omega r(w\cos\beta + w'\cos\beta' - v\cos\alpha)}{2g}$$

ou

$$(f) \qquad \begin{cases} \dfrac{2v_1^2 + w^2 + w'^2 + 2\omega^2 r^2 - 2vw\cos(\beta - \alpha) - 2v_1 w'\sin\beta' + 2\omega r(w\cos\beta + w'\cos\beta')}{2g} \\ \quad = \dfrac{p - p_1}{\Pi} + hc. \end{cases}$$

Nous avons aussi

$$(g) \qquad \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{p_1 - p_a}{\Pi} + h_2.$$

En ajoutant membre à membre les équations (a), (f), (g) et

remarquant que $H = h + h_1 + h_2$, on trouve

$$(h)\quad \begin{cases} v^2 + v_1^2 + v_2^2 + w^2 + w'^2 + 2\omega^2 r^2 - 2vw\cos(\beta - \alpha) \\ \qquad - 2v_1 w' \sin\beta' + 2\omega r(w\cos\beta + w'\cos\beta') = 2gH; \end{cases}$$

mais on a

$$v_1\Omega_1 = v_2\Omega_2 = n\varepsilon r v \sin\alpha = n\varepsilon r w \sin\beta = n\varepsilon r w' \sin\beta' = Q,$$

d'où

$$(1)\quad \begin{cases} v = w' \dfrac{\sin\beta'}{\sin\alpha}, \\ w = w' \dfrac{\sin\beta'}{\sin\beta}, \\ v_1 = w' \dfrac{n\varepsilon r e \sin\beta'}{\Omega_1}, \\ v_2 = w'_1 \dfrac{n\varepsilon r e \sin\beta'}{\Omega_2}, \end{cases}$$

par suite

$$(2)\quad \begin{cases} w'^2 \Big\{ 1 + \sin^2\beta' \Big[\dfrac{1}{\sin^2\alpha} + \dfrac{1}{\sin^2\beta} \\ \qquad + n^2\varepsilon^2 r^2 e^2 \left(\dfrac{1}{\Omega_1^2} + \dfrac{1}{\Omega_2^2} \right) \\ \qquad - \dfrac{2\cos(\beta - \alpha)}{\sin\alpha \sin\beta} - \dfrac{2n\varepsilon r e}{\Omega_1} \Big] \Big\} \\ \qquad + 2w'\omega r(\sin\beta' \cot\beta + \cos\beta') = 2gH - 2\omega^2 r^2. \end{cases}$$

Cette équation fera connaître w', par suite le débit qui diminuera, comme on le voit, quand la vitesse angulaire augmentera. Si donc le travail utile vient à éprouver une diminution, la vitesse angulaire augmentera d'abord; mais le débit et par conséquent le travail transmis diminueront, de sorte que la vitesse angulaire finira par décroître, etc. On voit ainsi qu'au bout de quelques instants la vitesse reprendra sensiblement sa vitesse normale, et la turbine se réglera à peu près d'elle-même.

Mais, pour que les choses se passent comme nous l'avons supposé, il faut que la pression p_1 soit positive; elle se déduira de la formule (g), et, en exprimant qu'elle est nulle, on obtiendra une équation qui fera connaître la valeur maximum que l'on peut donner au débouché du tuyau.

Pour calculer le coefficient d'effet utile, nous remarquerons que la perte de chute est due à la somme des carrés des vitesses (*c*) et (*d*), ajoutés à v_2^2, de sorte que l'on aura

$$\mu = 1 - \frac{\left\{\begin{array}{l} v^2 + v_1^2 + v_2^2 + w^2 + w'^2 + 2\omega^2 r^2 - 2rw\cos(\beta - \alpha) \\ \quad - 2v_1 w' \sin\beta' + 2\omega r(w\cos\beta + w'\cos\beta' - v\cos\alpha) \end{array}\right\}}{2gH},$$

expression dans laquelle on devra remplacer les vitesses par leurs valeurs déduites des équations (1) et (2).

Le rendement de cette turbine peut atteindre 0,72; le rapport de la vitesse à la circonférence extérieure de la roue, à la vitesse due à la chute totale, correspondant au maximum d'effet, paraît égal à 0,70.

Généralement la roue porte dix-huit aubes; la plus courte distance des deux aubes consécutives est prise égale au $\frac{1}{16}$ du diamètre extérieur, et la largeur de la roue au $\frac{1}{6}$ du même diamètre.

18. TROISIÈME CATÉGORIE. — *Roue à injection extérieure de Poncelet.* — Cette roue (*fig.* 23) n'est en principe autre chose

Fig. 23.

que la roue à aubes courbes du même auteur et qui est placée horizontalement. L'eau arrive tangentiellement à sa circonférence extérieure et s'échappe par son ouverture centrale.

La roue ne doit pas être noyée, mais sa face inférieure doit être très-voisine du niveau du bief d'aval pour éviter inutilement une perte de chute.

Soient

v la vitesse de l'eau avant de pénétrer dans la roue ;

H la hauteur du centre de gravité de la section correspondante en contre-bas du niveau du bief d'amont ;

p la pression en ce point, p_a continuant à représenter la pression atmosphérique ;

r, r' les rayons des circonférences extérieure et intérieure de la roue ;

α, β les inclinaisons respectives des aubes sur ces circonférences ;

w, w' la vitesse relative de l'eau à l'entrée de la roue, au delà des tourbillonnements, et à sa sortie du récepteur ;

ω la vitesse angulaire.

On a d'abord

$$(a) \qquad \frac{v^2}{2g} = \frac{p_a - p}{\Pi} + H.$$

La vitesse relative de l'eau à l'entrée est $v - \omega r$; ses composantes suivant le premier élément de l'aube et suivant sa normale sont respectivement $(v - \omega r)\cos\alpha$, $(v - \omega r)\sin\alpha$.

Le carré de la vitesse perdue à l'entrée est par suite

$$(b) \qquad \begin{cases} [(v - \omega r)\cos\alpha - w]^2 + (v - \omega r)^2 \sin^2\alpha \\ \quad = (v - \omega r)^2 + w^2 - 2w(v - \omega r)\cos\alpha. \end{cases}$$

On a donc pour l'équation des forces vives dans le mouvement relatif

$$\frac{w'^2 - (v - \omega r)^2}{2} = \frac{p - p_a}{\Pi} - \frac{(v - \omega r)^2 + w^2 - 2w(v - \omega r)\cos\alpha}{2g} - \frac{\omega^2(r^2 - r'^2)}{2g}$$

ou

$$(c) \qquad \frac{w^2 + w'^2 - 2w(v - \omega r)\cos\alpha}{2} = \frac{p - p_a}{\Pi} - \frac{\omega^2(r^2 - r'^2)}{2g}.$$

En ajoutant entre elles les équations (a) et (b), on trouve

$$(d) \qquad \frac{v^2 + w^2 + w'^2 - 2w(v - \omega r)\cos\alpha}{2g} = H - \frac{\omega^2(r^2 - r'^2)}{2g}.$$

Supposons que l'eau se meuve dans la roue comme si elle était guidée par deux aubes.

Soient

e la hauteur de la roue;

η l'épaisseur de la lame d'eau immédiatement avant l'entrée dans le récepteur;

ε l'angle au centre correspondant à un canal.

On a pour déterminer ε la relation

$$\eta = r(1 - \cos\varepsilon),$$

d'où, en remarquant que ε est toujours un petit angle,

$$\varepsilon = \sqrt{2\frac{\eta}{r}}.$$

Nous avons maintenant

$$we\varepsilon r\sin\alpha = w'e\varepsilon r'\sin\beta = ve\eta,$$

d'où

$$(1) \qquad w = \frac{w'r'}{r}\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}, \quad v = w'r'\sin\beta\sqrt{\frac{2}{r\eta}}.$$

L'équation (d) donne par suite

$$(2) \quad w' = \sqrt{\frac{2gH - \frac{\omega^2(r^2 - r'^2)}{2}}{1 + r'^2\sin^2\beta\left(\frac{1}{r^2\sin^2\alpha} + \frac{2}{r\eta} - \frac{2}{r}\sqrt{\frac{2}{r\eta}}\cot\alpha\right) + 2\omega r'\sin\beta\cot\alpha}}.$$

D'après cette formule, on voit que la turbine comme celle de Jonval se règle d'elle-même par le fait de la force centrifuge, quand le travail résistant vient à diminuer.

Le carré de la vitesse de l'eau à la sortie étant

$$w'^2 + \omega^2 r'^2 - 2\omega r' w'\cos\beta,$$

la perte de chute est, en se reportant à l'expression (b),

$$w^2 + w'^2 + (v - \omega r)^2 + \omega^2 r'^2 - 2\omega r' w'\cos\beta - 2w(v - \omega r)\cos\alpha.$$

Le coefficient d'effet utile est, par suite,

$$\mu = 1 - \frac{\omega^2 + \omega'^2 + v^2 + \omega^2(r^2 + r'^2) - 2\omega(rv + r'\omega' \cos\beta + rw\cos\alpha) - 2vw\cos\alpha}{2gH},$$

formule dans laquelle on devra remplacer les vitesses par leurs valeurs (1) et (2), après quoi on déterminera la valeur de ω qui rend μ maximum.

CHAPITRE III.

DU VENT COMME MOTEUR.

19. La demi-force vive de l'air en mouvement, comme celle de l'eau, se transforme en travail en faisant agir le fluide sur des roues construites d'une certaine façon. Comme une pareille utilisation du vent a été, dès l'origine, appliquée à la mise en mouvement des moulins, et quoiqu'elle ait été ensuite étendue au travail d'huileries, de pompes, etc., le nom de *moulin à vent* est resté attaché aux récepteurs dont il s'agit.

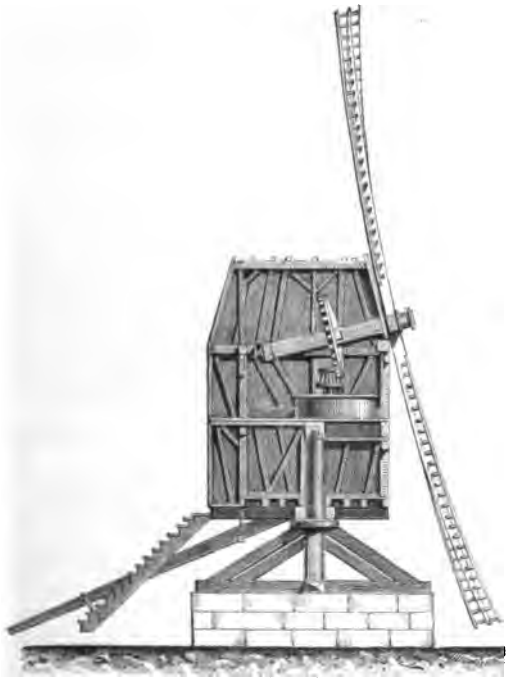
Ces récepteurs sont à axe vertical ou à axe à peu près horizontal.

Ceux de la première catégorie sont peu employés, en raison de leur faible rendement, et nous ne nous y arrêterons que quelques instants. Parmi les récepteurs de cette catégorie, nous citerons : 1° les *Panémores*, dont les aubes ou *ailes*, adaptées aux extrémités de bras horizontaux fixés à l'arbre, ont la forme de conoïdes qui, tantôt présentent leur concavité à l'action du vent et tantôt leur convexité, de sorte que la roue ne marche qu'en vertu de l'excès des actions sur la concavité et la convexité ; 2° les moulins dits *à la Polonaise*, formés de plusieurs ailes rectangulaires verticales dont les plans passent par l'axe, qui tournent dans une enveloppe cylindrique ouverte d'un côté pour permettre l'accès de l'air dans la direction la plus convenable.

20. *Moulins à vent à axe horizontal.* — L'arbre (*fig.* 24) est placé dans la direction du vent et fait un angle de 10 à 15 degrés avec l'horizon, en raison de ce que, en général, cette direction fait un petit angle avec la surface de la terre. Quatre bras,

formant une sorte de croix, sont fixés à l'arbre vers son extrémité. Chaque bras sert d'axe à une aile ayant la forme d'un rectangle gauche. Les ailes sont identiques et disposées de la

Fig. 24.



même manière par rapport à l'axe de rotation. Les éléments de leur surface sont perpendiculaires à la direction des bras. Elles sont généralement formées de lattes transversales également espacées, normales aux bras et recouvertes d'une voile en toile ou en natte. Un frein placé dans l'intérieur du moulin permet de maintenir, en temps voulu, la roue dans l'immobilité. Lorsque le moulin ne doit pas marcher, on serre les voiles en les rapprochant de l'axe (1).

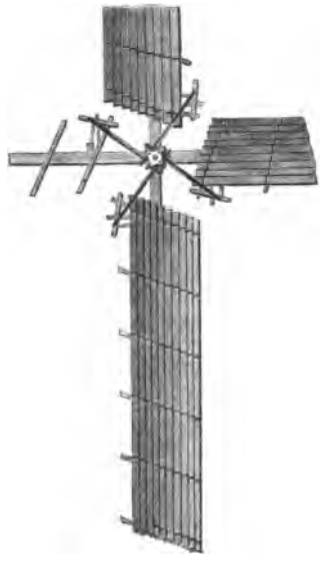
(1) M. Berton évite cette opération, qui n'est pas commode et qui est dangereuse lorsque le vent est violent, en formant chaque aile de planchettes lon-

Pour se trouver dans de bonnes conditions de rendement, l'inclinaison de la surface des ailes sur la direction de l'arbre doit aller en augmentant depuis 30 degrés, à partir du point le plus voisin de l'arbre jusqu'à 60 degrés à l'extrémité de l'aile. Tout le bâtiment est supporté par une forte pièce de bois verticale autour de laquelle on peut le faire tourner

---

gitudinales (*fig.* 25) se recouvrant partiellement, et qui offrent la plus grande analogie avec celles des jalousies. Chaque planchette est articulée, au moyen de

Fig. 25.



brides, à des lattes transversales pouvant elles-mêmes tourner autour de leurs points d'attache sur les bras; une des extrémités de la première traverse de chaque aile est articulée à une tige à crémaillère engrenant avec un pignon central, dont l'axe traverse l'arbre d'un bout à l'autre et se termine par une manivelle. En agissant sur cette manivelle on peut faire varier, dans certaines limites, l'obliquité des lattes transversales et par suite la surface de l'aile qui peut être réduite à la largeur des bras. Dans ce système, la surface de chaque aile est également inclinée dans toute sa longueur sur la direction du vent, ce qui est un défaut; car cette condition n'est pas celle qui correspond au maximum de rendement, comme on le fera voir dans le texte.

comme sur un pivot, en agissant un levier de manière à diriger l'arbre du côté du vent.

La *fig.* 26 représente une section faite dans une aile vue de face par un plan perpendiculaire à l'axe de rotation O, et la

Fig. 26.

Fig. 27.

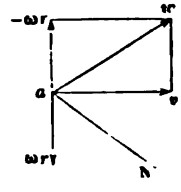


fig. 27 le plan de la section normale en un point quelconque *a* de l'axe d'un bras, milieu de la génératrice correspondante.

Soient

l la largeur *bc* de l'aile;
r la distance O*a*;
v la vitesse du vent;
ω la vitesse angulaire de l'arbre;
α l'angle que forme la normale *a*N au point *a* de l'aile avec l'axe;
ρ le poids spécifique de l'air.

Comme approximation et en vue de simplifier les calculs, nous supposerons que l'élément superficiel, déterminé par *bc* et la génératrice qui en est distante de *dr*, est compris dans le plan tangent à la surface en *a*, qu'il a par suite pour valeur *ldr*, et nous estimerons en conséquence la résistance opposée par l'air à cet élément.

La vitesse relative du vent par rapport à l'aile est la résultante de *v* et de la vitesse ω*r* prise en sens contraire; sa composante normale est par suite

$$v\cos\alpha - \omega r\sin\alpha,$$

et doit être positive pour que le vent ait prise sur l'élément considéré.

La résistance opposée par l'air à cet élément est

$$k\rho(v\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)^2 l\,dr,$$

k désignant une constante. La composante perpendiculaire au bras étant

$$k\rho(v\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)^2\sin\alpha l\,dr,$$

le travail développé par seconde sur l'élément est

$$k\rho(v\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)^2\omega r\sin\alpha l\,dr,$$

et sur l'aile entière

$$(1)\qquad \mathfrak{C} = k\rho l\int_{r_1}^{r_2}(v\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)^2\omega\sin\alpha r\,dr,$$

r_1 et r_2 étant les valeurs extrêmes de r.

Proposons-nous de déterminer, pour des valeurs données de v et ω, la relation qui doit exister entre α et r pour que $\mathfrak{C}$ soit maximum.

Comme tous les éléments de l'intégrale ci-dessus sont positifs, on n'a qu'à rendre maximum chacun d'eux, ou exprimer que la dérivée par rapport à α de

$$(v\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)^2\sin\alpha$$

est égale à zéro, ce qui donne

$$(2)\qquad \operatorname{tang}^2\alpha + \frac{3}{2}\frac{\omega r}{v}\operatorname{tang}\alpha - \frac{1}{2} = 0,$$

d'où

$$(3)\qquad \operatorname{tang}\alpha = -\frac{3}{2}\frac{\omega r}{v} + \sqrt{\frac{9}{4}\frac{\omega^2 r^2}{v^2} + \frac{1}{2}},$$

en laissant de côté la racine négative qui correspond au cas où le vent agirait sur le derrière de l'aile.

La condition (3) étant supposée remplie, cherchons à déterminer la valeur de ω qui rend $\mathfrak{C}$ maximum; posons, à cet effet,

$$F = (v\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)^2\omega r\sin\alpha.$$

En considérant α comme fonction de ω, en vertu de la relation (3), la condition pour que $\mathfrak{C}$ soit maximum s'exprime par

$$\int_{r_1}^{r_2}\left(\frac{dF}{d\omega} + \frac{dF}{d\alpha}\frac{d\alpha}{d\omega}\right)dr = 0;$$

mais l'équation (2) n'est autre chose que $\frac{dF}{d\alpha} = 0$, de sorte que la précédente se réduit à

$$\int_{r_0}^{r_1} \frac{dF}{d\omega}\, dr = 0$$

ou à

$$\int_{r_0}^{r_1} (v\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)\left(1 - 3\frac{\omega r}{v}\tang\alpha\right) r\sin\alpha\cos\alpha\, dr = 0,$$

ou encore, en ayant égard à l'équation (2),

$$\int_{r_0}^{r_1} (v\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)\frac{r\sin^2\alpha}{\cos\alpha}\, dr = 0. \tag{4}$$

Prenons maintenant α pour variable; l'équation (2) donne

$$r = \frac{v}{3\omega}\frac{1 - 3\sin^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}, \quad dr = -\frac{v}{3\omega}\frac{1 + \sin^2\alpha}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}\, d\alpha$$

et l'équation (4) se réduit à

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{(1 - 3\sin^2\alpha)(1 + \sin^2\alpha)}{\cos^2\alpha}\, d\alpha = 0, \tag{5}$$

α_1, α_2 étant les valeurs de α correspondant aux valeurs r_1, r_2 de r, et qui sont données par l'équation (2).

En intégrant et posant

$$\varphi(\alpha) = \frac{5\sin^2\alpha - 3\sin\alpha}{2\cos^2\alpha} - \frac{1}{2}\log\tang\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right),$$

l'équation (5) deviendra

$$\varphi(\alpha_1) - \varphi(\alpha_0) = 0$$

et fera connaître la valeur de ω.

Coriolis, à qui sont dues ces considérations, a trouvé, en comparant les résultats du calcul à ceux de l'expérience, que l'on pouvait prendre $k = \frac{1}{2}$.

D'après les expériences de Smeaton et Coulomb, la valeur la plus avantageuse de $\frac{\omega}{v}$ devrait être comprise entre $\frac{2,5}{r_1}$

et $\frac{2,7}{r_1}$. Dans ces conditions, si l'on désigne par A la surface totale des ailes exprimée en mètres carrés, le travail total transmis au récepteur peut être représenté empiriquement par l'expression

$$0,0325\,A\,v^3\ ^{kgm}.$$

La largeur de l'aile est généralement comprise entre $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{6}$ de sa longueur et ne doit jamais dépasser $\frac{1}{4}$. Supposons que l'on divise la longueur de l'aile en six parties égales, et que l'on désigne par les n°s 1, 2,... les génératrices de la surface gauche comptées à partir de l'axe. D'après Smeaton, pour obtenir le maximum d'effet, il faudrait se conformer aux données consignées au tableau suivant :

Numéros des génératrices.	Angles avec le plan du mouvement des ailes.
	°
1.....	18,0
2.....	19,0
3.....	18,0
4.....	16,0
5.....	12,5
6.....	7,0

Les angles formés par les génératrices avec l'axe devraient être complémentaires des précédents.

Il existe des moulins à vent qui s'orientent d'eux-mêmes, c'est-à-dire qu'ils font automatiquement la manœuvre nécessaire pour placer l'arbre dans la direction du vent lorsqu'elle vient à changer; on établit, à cet effet, du côté opposé aux ailes et dans le plan vertical passant par l'axe, une sorte de queue fixée à la partie amovible du moulin. Cette queue porte un cadre sur lequel on monte une toile, de manière à constituer une sorte de girouette qui détermine l'orientation.

21. *Anémomètres.* — On désigne sous ce nom les instruments propres à déterminer la vitesse d'une masse fluide aériforme.

L'anémomètre de Combes (*fig.* 28 et 29), que nous nous bornerons à considérer, est un moulinet formé de quatre bras

Fig. 28.

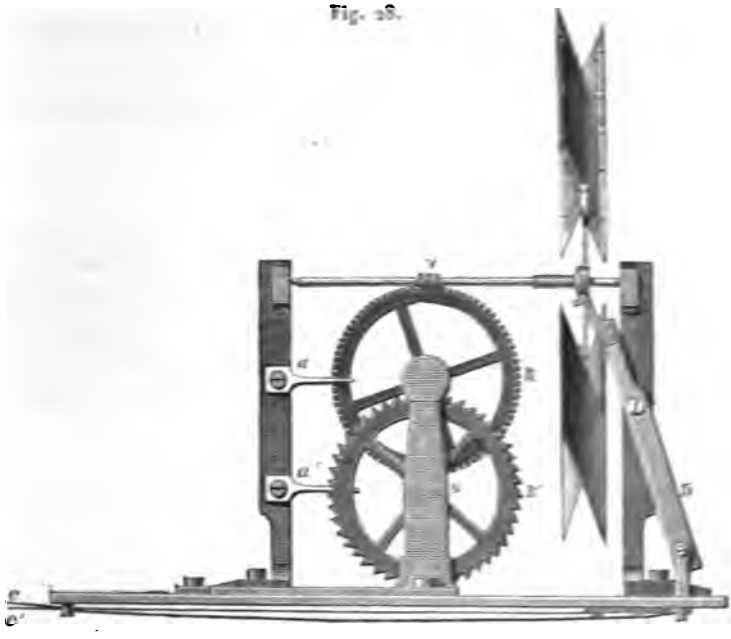
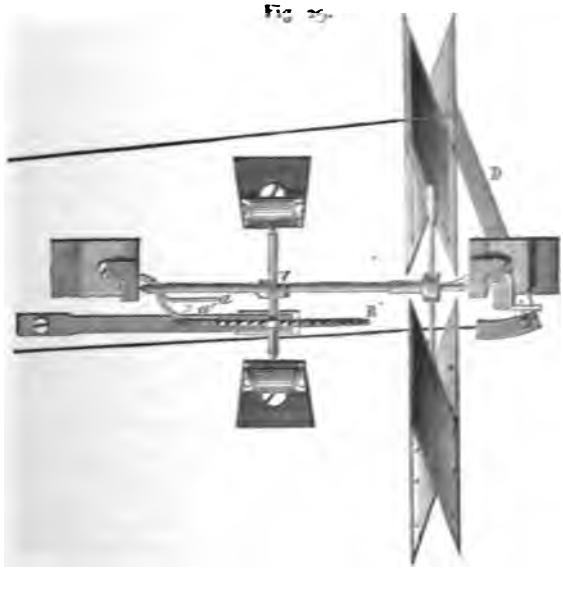


Fig. 29.



rectangulaires de même longueur, fixés normalement à un arbre et terminés chacun par une ailette rectangulaire. Les quatre ailettes sont identiques, très-légères (clinquant de cuivre) et également inclinées (30 degrés environ) sur le plan moyen des bras.

Une partie V de l'arbre, qui est filetée, engrène avec une roue R ayant 100 dents, et dont la circonférence est divisée en dix parties égales; l'arbre de cette roue porte une came qui à chaque révolution pousse une dent d'une seconde roue R′ dont la circonférence est divisée en cinq parties égales. Des index a, a', fixés au bâti du moulin, permettent de constater le nombre des dents dont chaque roue a avancé dans un temps donné, et par suite le nombre des révolutions exécutées par seconde par le moulinet. Au moyen d'une détente D et de deux cordons qui servent à la déplacer, on peut, à distance, arrêter le mouvement du moulinet ou lui permettre de tourner sous l'action du courant fluide. Lorsque l'on veut se servir de l'instrument, on ramène d'abord les zéros des deux roues en regard de leurs index respectifs, puis, après avoir fixé le moulinet au moyen de la détente, on dirige l'arbre dans le sens du mouvement du fluide. Dans un moment donné, on débraye le moulinet, en même temps que l'on met en mouvement un compteur à secondes. Au bout d'un certain temps on arrête simultanément le compteur et le moulinet, et l'on détermine le nombre des révolutions effectuées par seconde par l'arbre. C'est au moyen de ce nombre n que l'on peut déterminer la vitesse v du courant, comme nous allons le faire voir.

Il est clair que l'on peut, du moins approximativement, assimiler chaque ailette à un élément d'aile d'un moulin à vent. Conservons les notations du n° 20, en supposant que r représente la distance de l'aire A d'une ailette à l'axe de rotation. Le travail développé par l'action du fluide dans le temps dt a pour expression

$$(a) \qquad 4Ak\rho(v\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)^2\omega r\sin\alpha\, dt.$$

Le travail correspondant des frottements peut être considéré

comme se composant d'un terme

$$(b) \qquad 4\varepsilon A k\rho(v\cos\alpha - \omega r\sin\alpha)^2\omega r\sin\alpha\, dt$$

proportionnel au travail moteur, et d'un terme dû à des forces constantes (les poids des différentes parties de l'instrument), et que l'on peut représenter par

$$(b') \qquad AH\omega r\sin\alpha\, dt,$$

H étant une constante de même que ε.

Lorsque le mouvement est devenu uniforme, l'expression (*a*) est égale à la somme des expressions (*b*) et (*b'*), et l'on a

$$(1) \qquad v = \omega r\,\mathrm{tang}\,\alpha + \frac{1}{2\cos\alpha}\sqrt{\frac{H}{k\rho(1-s)}}.$$

Comme la vitesse angulaire ω est proportionnelle à *n*, on peut poser

$$(2) \qquad v = an + b,$$

a et *b* étant deux constantes pour chaque appareil, dont la seconde varie en raison inverse de la racine carrée de la densité du fluide (1).

Pour déterminer *a* et *b*, on place l'anémomètre à l'extrémité d'un grand levier horizontal, mobile autour d'un axe vertical, de manière que l'arbre du moulinet se trouve dans la direction du mouvement que l'on veut imprimer au levier. On détermine les valeurs de *n*, correspondant à un certain

(1) Un appareil analogue à l'anémomètre, le *moulinet* de Woltmann, dont nous avons omis de parler au n° 298 du tome II, permet de déterminer la vitesse en un point quelconque d'un cours d'eau. Ici les deux roues (*fig.* 30) sont supportées par un levier L mobile autour de l'une de ses extrémités; la came qui sert à communiquer le mouvement de la première roue à la seconde est remplacée par un pignon; un ressort tient éloigné le levier L de l'arbre, de manière que la première roue n'engrène pas naturellement avec la vis. Au moyen d'une vis de pression, on fixe l'instrument sur une tige S, de manière à le faire fonctionner à la profondeur voulue.

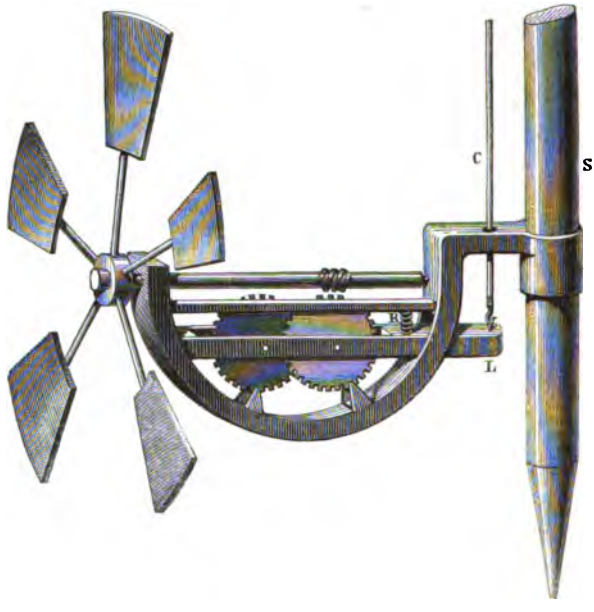
Lorsque le moulinet est en mouvement depuis quelques instants, on tire le cordon C de manière à embrayer la vis et le corps de rouages pendant un

nombre de valeurs connues de la vitesse v à l'extrémité du levier, et l'on calcule a et b par la méthode des moindres carrés.

---

temps donné. On obtient ainsi n, et une formule analogue à (2) permet de calculer la vitesse cherchée v.

Fig. 30.



Les constantes a et b se déterminent en déplaçant l'instrument avec des vitesses différentes dans une pièce d'eau tranquille.

CHAPITRE IV.

MACHINES ÉLÉVATOIRES.

22. Les *pompes* sont des machines qui ont pour objet d'élever les liquides en agissant sur une pièce à laquelle on imprime un mouvement rectiligne alternatif ou un mouvement circulaire continu. Les pompes se divisent ainsi en deux catégories, les pompes à *mouvement de va-et-vient* et les *pompes rotatives.*

23. *Des pompes à mouvement de va-et-vient.* — Chacune de ces pompes se compose d'une capacité cylindrique (*corps de pompe*) dans laquelle se déplace une pièce mobile (*piston*) qui s'adapte exactement contre ses parois, à laquelle on imprime un mouvement alternatif dans toute la hauteur du corps de pompe.

Piston. — Le piston, dans les pompes ordinaires, est formé (*fig.* 31) de deux sortes de disques en métal ou en bois

Fig. 31.

bouilli dans l'huile, que l'on peut approcher plus ou moins l'un de l'autre, déterminant sur leur pourtour une gorge qui reçoit une garniture d'étoupes; en serrant les deux dis-

ques à l'aide de boulons et d'écrous, on comprime les étoupes de manière à les repousser au dehors quand la garniture s'use.

Pour les pompes de quelque importance, le corps du piston est en fonte ou en bronze (*fig.* 32), et est muni, sur ses deux

Fig. 32.

faces, d'une garniture de cuir, à contours flexibles, que la pression de l'eau applique contre la paroi du corps de pompe, ce qui donne une garniture *autoclave.*

Dans d'autres circonstances, le piston dit *plongeur* est un cylindre métallique plein ou creux, très-long par rapport à son diamètre, qui est inférieur de 3 ou 4 millimètres à celui du cylindre. Il ne frotte que sur une garniture à étoupes (*presse-étoupes, stuffing-box*) adaptée à la partie supérieure du corps de pompe et qui lui sert de guide.

Soupapes. — La communication intermittente, entre le corps de pompe et les tuyaux qui y aboutissent, s'établit au moyen de soupapes dont les principales dispositions sont les suivantes :

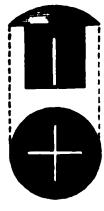
Le *clapet* (*fig.* 33) se compose d'une plaque métallique à

Fig. 33.

charnière qui peut s'appliquer sur une ouverture pratiquée dans la pièce qui porte cette charnière. Le clapet est doublé de cuir pour établir un contact plus intime entre lui et le bord de l'ouverture. Dans les pompes communes, on supprime la charnière, qui est remplacée par le prolongement du cuir au delà de la plaque et que l'on fixe vers le bord de l'ouverture.

La *soupape à ailettes* (*fig.* 34) se compose d'un segment sphérique en bronze dont la base repose sur le siége pour produire la fermeture au repos. Elle porte quatre ailettes pris-

Fig. 34.



matiques dont la section normale a la forme d'une croix à branches égales; elles glissent à frottement doux dans un cylindre creux qui termine le tuyau aboutissant à la soupape et servent ainsi de guides.

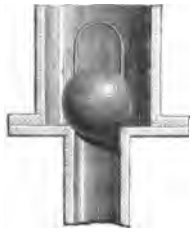
La *soupape conique* (*fig.* 35) est munie d'une tige traver-

Fig. 35.

sant une bride disposée en dessous, et qui se termine par une tête destinée à limiter le déplacement de la soupape.

La *soupape à boulet* (*fig.* 36) est une sphère creuse qui s'ap-

Fig. 36.



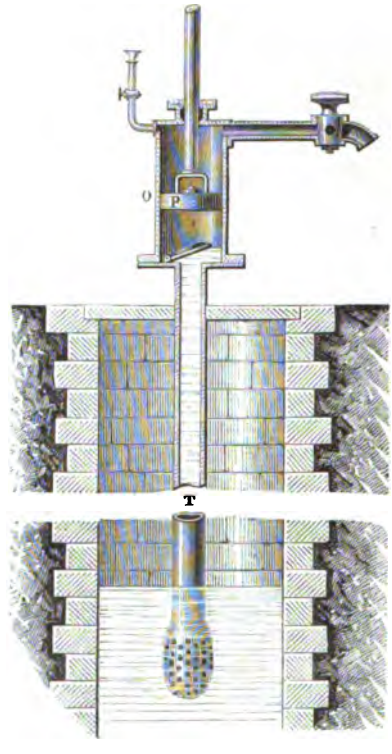
puie sur le bord d'une ouverture circulaire au-dessus de laquelle est disposée une cloche à jour destinée à limiter son déplacement.

Pour vérifier facilement l'état des soupapes et en rendre rapides les réparations, les tuyaux présentent un renflement aux points où elles se trouvent; ce renflement, appelé *chapelle*, porte une ouverture fermée par une plaque boulonnée.

Les pompes de la catégorie dont nous nous occupons se divisent en trois classes : les *pompes aspirantes*, les *pompes foulantes*, les *pompes aspirantes et foulantes*.

24. *Pompe aspirante.* — Sur la face supérieure (*fig.* 37) du piston P on dispose une soupape (quelquefois deux) recouvrant

Fig. 37.



une ouverture qui traverse la pièce. Le fond du cylindre est muni d'un clapet (*soupape d'aspiration* ou *dormante*) recou-

vrant l'orifice supérieur du tuyau d'aspiration T qui plonge, d'autre part, dans le réservoir d'où le liquide, soit de l'eau pour fixer les idées, doit s'élever; vers le haut du corps de pompe, est adapté un tuyau latéral par lequel s'écoule l'eau fournie par la machine.

Il est facile de comprendre le jeu de la pompe. Supposons que T ne renferme pas d'eau au-dessus du niveau du réservoir d'alimentation et que le piston se trouve au bas de sa course; si l'on élève ce piston, il tendra à se produire un vide au-dessous de lui; le clapet s'ouvrira, et l'eau s'élèvera dans T jusqu'au moment où P sera arrivé au sommet de sa course. En faisant descendre le piston, il comprimera l'air placé au-dessous de lui, ce qui produira la fermeture du clapet en même temps que la soupape du piston s'ouvrira pour laisser échapper cet air; pendant toute la descente du piston, le niveau de l'eau restera stationnaire dans le tuyau. Après la double oscillation suivante, la hauteur de la colonne d'eau aura subi un accroissement dans T, tandis qu'une nouvelle quantité d'air aura été expulsée, et ainsi de suite jusqu'au moment où la pompe sera *amorcée*, ou que tout l'air aura été remplacé par de l'eau dans T. A partir de là, l'eau du réservoir sera appelée dans chaque oscillation ascendante et versée au dehors, et dans l'oscillation suivante elle ne fera que passer de la partie inférieure du piston à la partie supérieure. On devrait théoriquement pouvoir élever l'eau à la hauteur de $10^m,33$ de la colonne d'eau qui fait équilibre à la pression atmosphérique lorsque la hauteur de la colonne barométrique est de $0^m,76$; mais on a reconnu par expérience que l'on ne pouvait guère espérer que 8 mètres et rarement 9 mètres, en raison de ce que les joints se laissent toujours traverser par de l'air, quelle que soit leur perfection, et d'autres causes que nous mettrons plus loin en évidence.

Nous avons maintenant à résoudre les deux questions suivantes :

1° *Déterminer le nombre de coups de piston qu'il faut donner pour expulser l'air de la pompe.*

Dans ce qui suit nous négligerons l'espace nuisible, c'est-

à-dire le vide compris entre le piston à fond de course et le fond inférieur du cylindre.

Soient

h la hauteur de ce fond au-dessus du niveau du réservoir;
z_k la hauteur à laquelle s'est élevée l'eau dans le tuyau d'aspiration, supposé rectiligne et vertical, après la $k^{ième}$ oscillation ascendante;
a la section du tuyau;
Π le poids spécifique de l'eau;
$p_0 = \Pi\varepsilon$ la pression atmosphérique;
δ_0 le poids spécifique de l'air à cette pression;
$a\zeta$ le volume engendré par le piston.

Le piston étant à fond de course après le $k^{ième}$ coup, le volume occupé par l'air est $a(h - z_k)$ et le poids de cet air

$$(a) \qquad a\delta_0(h - z_k)\frac{\varepsilon - z_k}{\varepsilon}.$$

Lorsque le piston a exécuté sa $k+1^{ième}$ oscillation ascendante, le volume de l'air est devenu $a(h - z_{k+1} + \zeta)$, et son poids a pour expression

$$(b) \qquad a\delta_0(h - z_{k+1} + \zeta)\frac{\varepsilon - z_{k+1}}{\varepsilon}.$$

En égalant les quantités (a) et (b), on trouve

$$(c) \qquad z_{k+1}^2 - (h + \varepsilon + \zeta)z_{k+1} = z_k^2 - (h + \varepsilon)z_k - \varepsilon\zeta,$$

d'où

$$(d) \qquad z_{k+1} = \frac{h + \varepsilon + \zeta}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{h + \varepsilon + \zeta}{2}\right)^2 + z_k^2 - (h + \varepsilon)z_k - \varepsilon\zeta}.$$

Il faut prendre la racine qui se réduit à z_k, lorsqu'on suppose $\zeta = 0$, c'est-à-dire celle qui correspond au signe supérieur du radical. En remarquant que l'on a $z_0 = 0$, on calculera successivement z_1, z_2,.... Supposons que $z_n < h$ et $z_{n+1} > h$; pour trouver la fraction du volume que doit engendrer le piston pour amener l'eau jusqu'à la soupape d'aspiration, lorsque l'on donnera le $n+1^{ième}$ coup de piston, on supposera $z_{k+1} = h$

dans le premier membre de l'équation (c), $k = n$ dans le second, et ζ, changeant de signification, sera l'inconnue de la question.

2° *Rendement de la pompe.*

Soient

H la hauteur du niveau moyen du liquide dans le corps de pompe au-dessus du niveau du réservoir d'alimentation;
Ω la section du corps de pompe;
e l'épaisseur du piston;
$2l$ l'amplitude de ses oscillations;
η la hauteur du liquide du corps de pompe au-dessus de la face supérieure du piston arrivé au point le plus bas;
x la distance de la face inférieure au milieu O de sa course considérée comme positive en allant de bas en haut.

Nous admettrons, comme cela se fait habituellement, que la tige du piston est mise en mouvement par une manivelle à laquelle on imprime une vitesse angulaire constante ω, ce qui nous donnera la relation

$$x = -l\cos\omega t, \tag{1}$$

en prenant pour origine du temps l'instant où le piston est à fond de course.

Soient de plus

$$V = \frac{dx}{dt} = \omega l \sin\omega t \tag{2}$$

la vitesse du piston au bout du temps t;
N l'intégrale, pour toute la longueur du tuyau, de l'élément de son axe divisé par la section correspondante; la quantité analogue relative au volume du corps de pompe situé au-dessous du piston est $\frac{l+x}{\Omega}$;
p la pression, par unité de surface, que supporte la base inférieure du piston.

Le frottement du liquide dans le tuyau introduira, dans le second membre de l'équation du mouvement du liquide, un terme négatif proportionnel à V^2; la perte de force vive éprou-

vée par l'eau à son entrée dans le corps de pompe donnera un terme semblable; en faisant passer ces deux termes dans le premier membre où se trouve déjà V^2, nous obtiendrons, après réduction, un seul terme de la forme $\alpha^2 V^2$, α^2 étant un coefficient plus grand que l'unité, et que l'on sait calculer.

Nous avons, par suite,

$$\alpha^2 V^2 + 2\left(N + \frac{l+x}{\Omega}\right)\Omega\frac{dV}{dt} = 2g\frac{p_a - p}{\Pi} - 2g[H - \eta - e + (l+x)]$$

ou

$$(3)\quad \begin{cases} \alpha^2\omega^2 l^2\dfrac{1-\cos 2\omega t}{2} + 2\left(N + l\dfrac{1-\cos\omega t}{\Omega}\right)\Omega\omega^2 l\cos\omega t \\ \qquad = 2g\dfrac{p_a - p}{\Pi} - 2g[H - \eta - e + l(1-\cos\omega t)]. \end{cases}$$

Pour que la pompe fonctionne comme nous l'avons supposé, il faut que la pression p soit positive, quel que soit t, ou que la hauteur $H - \eta - e$ du clapet d'aspiration au niveau du réservoir soit inférieure au minimum de

$$\frac{p_a}{\Pi} - 2l\sin^2\frac{\omega t}{2} - \left(N + \frac{2l}{\Omega}\sin^2\frac{\omega t}{2}\right)\Omega\frac{\omega^2 l}{g}\cos\omega t - \alpha^2\frac{\omega^2 l^2}{2g}\sin^2\omega t,$$

que nous ne chercherons pas à calculer même par approximation; nous nous bornerons à faire remarquer que la différence entre $\frac{p_a}{\Pi} = \varepsilon$ et ce minimum croît avec la vitesse angulaire ω, c'est-à-dire avec la vitesse moyenne du piston.

La pression p' sur la base supérieure du piston différant peu de

$$p' = p_a + \Pi(\eta - l + x) = p_a + \Pi[\eta - l(1+\cos\omega t)],$$

l'équation (3) donne, par l'élimination de p_a,

$$(4)\quad \begin{cases} p' - p = \Pi\left[\alpha^2\omega^2 l^2\dfrac{1-\cos 2\omega t}{4g}\right. \\ \qquad\qquad \left. + \dfrac{1}{g}\left(N + l\dfrac{1-\cos\omega t}{\Omega}\right)\Omega\omega^2 l\cos\omega t + H - e\right]. \end{cases}$$

Le travail moteur développé dans l'oscillation considérée est $\Omega\int_{-l}^{l}(p'-p)\,dx$, et, en ayant égard aux formules (1) et (2),

on trouve

$$(5)\qquad \Omega\int_{-l}^{l}(p'-p)\,dx=\Pi\left[\frac{2}{3}\,\frac{\omega^2 l^3}{g}(\alpha^2+1)+2(H-e)\,l\right]\Omega.$$

Dans sa descente, le piston ne fait que déplacer l'eau qui se trouve au-dessous de lui, à travers sa soupape, pour la faire arriver de l'autre côté; le travail dépensé est, par suite, la demi-force vive totale du liquide à travers l'ouverture de cette soupape.

La vitesse à travers cet orifice, dont nous désignerons l'aire par σ, étant $\frac{V\Omega}{\sigma}$, la demi-force vive perdue dans le temps dt est

$$\frac{\Pi}{2g}V^3\,\frac{\Omega^3}{\sigma^3}\,dt.$$

En intégrant cette expression entre les valeurs de t correspondant à $x=-l$, $x=l$, on trouve

$$(6)\qquad \frac{2\Pi}{3}\,\omega^2 l^3\,\frac{\Omega^3}{\sigma^3}.$$

En négligeant le frottement du piston contre le corps de pompe, le travail moteur dépensé dans la double oscillation est la somme des expressions (5) et (6) ou

$$(7)\qquad \mathfrak{C}_m=2\Pi\left[\frac{1}{3}\,\frac{\omega^2 l^3}{g}\left(1+\alpha^2+\frac{\Omega^3}{\sigma^3}\right)+(H-e)\,l\right]\Omega.$$

Or avec ce travail on n'a élevé que le volume liquide $2l\Omega$ à la hauteur H; c'est-à-dire que l'on n'a produit que le travail utile

$$(8)\qquad \mathfrak{C}_u=2\Pi\Omega l\,H.$$

Le rendement est, par suite,

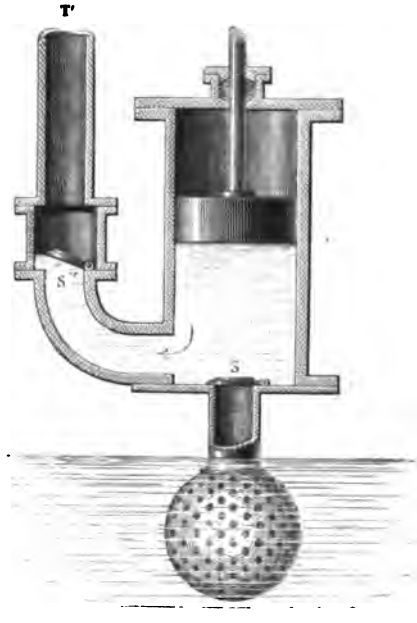
$$(9)\qquad \mu=\frac{\mathfrak{C}_u}{\mathfrak{C}_m}=\frac{1}{1-\frac{e}{H}+\frac{1}{3}\,\frac{\omega^2 l^2}{gH}\left(1+\alpha^2+\frac{\Omega^3}{\sigma^3}\right)}.$$

On voit, d'après cela, que μ sera d'autant plus grand que ω, α seront plus faibles et σ plus grand, ou que le mouvement de

la pompe sera moins rapide et que les sections des ouvertures des soupapes et du tuyau d'aspiration seront plus grandes.

25. ***Pompe foulante.*** — Dans la pompe foulante (*fig.* 38), le piston est plein. Le corps de pompe plonge dans le réservoir

Fig. 38.

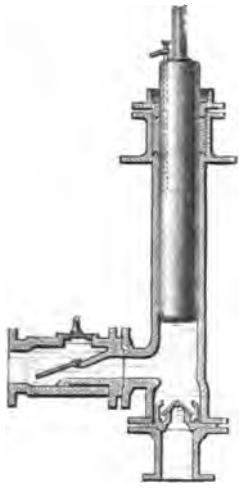


d'alimentation et son fond est muni d'une soupape dormante S comme dans la pompe précédente. Un clapet dit *de refoulement* S″, s'ouvrant du dedans au dehors, établit une communication entre la partie inférieure du corps de pompe et le tuyau ascensionnel T′. Quand on élève le piston, la soupape S s'ouvre et laisse entrer l'eau dans le cylindre, tandis que, par suite d'une diminution de pression à l'intérieur, S″ se ferme. Dans l'oscillation suivante, c'est l'inverse qui a lieu, S se ferme et S′ s'ouvre pour laisser passer le liquide qui est refoulé dans le tuyau T′.

La *fig.* 39 représente une pompe foulante dite à *piston plongeur*, en raison de la forme du piston dont nous avons donné

plus haut (23) la description. La pompe est munie d'un double clapet d'aspiration.

Fig. 39.



Dans l'oscillation ascendante, il y a bien une aspiration, mais assez faible pour que l'on puisse en faire abstraction; si l'on voulait toutefois calculer le travail qu'elle exige, il suffirait de se reporter à la formule (3) du numéro précédent et d'y supposer $\alpha = 1$, $N = 0$, $\eta = 0$, $l = 0$, et d'y remplacer H par la hauteur h du niveau du réservoir au-dessus du fond du corps de pompe. On n'aura plus alors qu'à déterminer l'intégrale $\Omega \int_{-l}^{l} (p_a - p)dx$.

Occupons-nous maintenant du refoulement.

Soient

H′ la hauteur à laquelle on doit élever l'eau au-dessus du fond du corps de pompe;

Ω′ la section contractée de son débouché;

N′ l'équivalent de N pour le tuyau T′.

Nous conserverons d'ailleurs les autres notations du numéro précédent.

La vitesse dans cette section étant $\frac{V\Omega}{\Omega'}$, la perte de charges due aux frottements et aux changements brusques de sections sera de la forme εU^2. Si l'on pose $\alpha'^2 = \frac{\Omega^2}{\Omega'^2} + \varepsilon - 1$, l'equation du mouvement du liquide sera

$$\alpha'^2 V^2 + 2\Omega\left(N' + \frac{l+x}{\Omega}\right)\Omega\frac{dV}{dt} = 2g\left[\frac{p-p_a}{\Pi} - H' + (x+l)\right],$$

d'où l'on déduira le travail

$$\Omega\int_{-l}^{l}\frac{p-p_a}{\Pi}\,dx = \mathfrak{T}_m;$$

on trouve ainsi

$$\mathfrak{T}_m = 2\Pi\left[\frac{1}{3}\frac{\omega^2\beta}{g}(1+\alpha'^2) + (H'-l)l\right]\Omega.$$

En négligeant la faible hauteur du niveau du réservoir au-dessus du fond du corps de pompe, le travail utile est

$$\mathfrak{T}_u = 2\Pi\Omega l H';$$

d'où, pour le coefficient d'effet utile,

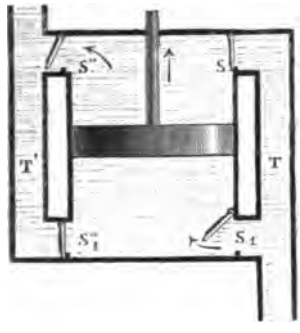
$$\mu = \frac{1}{1 - \frac{l}{H'} + \frac{1}{3}\frac{\omega^2 l^2}{gH'}(1+\alpha'^2)}.$$

26. *Pompe aspirante et foulante.* — Si l'on adapte un tuyau d'aspiration T à l'ouverture S de la pompe ci-dessus, disposée en conséquence au-dessus du niveau du réservoir d'alimentation, on aura une pompe aspirante et foulante, dont, d'après ce qui précède, il est facile de trouver le travail développé dans deux oscillations successives, et par suite le rendement.

Cette pompe est dite *à simple effet*, parce que l'eau ne s'élève dans le tuyau ascensionnel que pendant une oscillation descendante, et dans le tuyau d'aspiration pendant une oscillation ascendante. On supprime l'intermittence du mouvement du liquide dans l'un et l'autre tuyau en employant une *pompe à double effet*. Dans cette pompe, les tuyaux d'aspiration T et de refoulement T′ (*fig.* 40) communiquent avec le

haut et le bas du corps de pompe; les soupapes S, S_1 des orifices de T s'ouvrent du dehors au dedans du cylindre et se

Fig. 40.

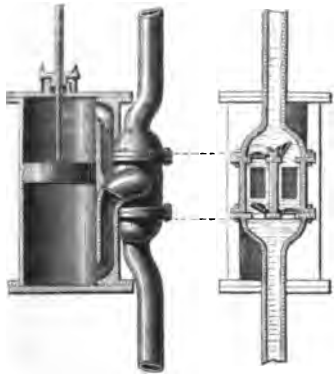


trouvent en regard des soupapes S'', S''_1 correspondant à T', qui s'ouvrent au contraire du dedans au dehors.

On voit, par exemple, que, dans une oscillation ascendante du piston, l'eau est aspirée à la partie inférieure du corps de pompe en même temps qu'il y a refoulement dans T' du liquide qui se trouve sur le piston.

La disposition le plus généralement adoptée pour les pompes

Fig. 41.



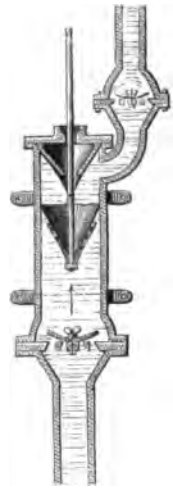
aspirantes et foulantes à double effet est représentée par la *fig.* 41. Les deux extrémités du corps de pompe communiquent

chacune, par un tuyau, avec une chapelle unique où sont placés les quatre clapets d'aspiration et de refoulement.

Pour l'établissement d'une pompe, il ne faut pas compter sur un rendement de plus de 50 pour 100, quoique cependant, dans certaines circonstances, on soit arrivé à 0,75.

27. *Pompe Letestu.* — Dans cette pompe, qui est à simple effet (*fig.* 42), le piston est remplacé par un cône métallique

Fig. 42.



criblé de trous, auquel est fixé dans l'intérieur, et par son sommet, un cône en cuir flexible qui dépasse le premier cône et dont les bords s'appliquent sur les parois du corps de pompe quand il est pressé au dedans.

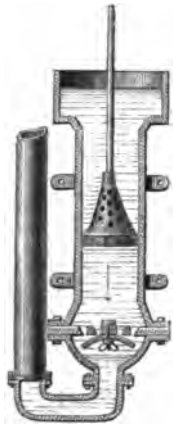
Quand on enfonce le cône métallique, les soupapes d'aspiration se ferment, et l'eau passe par les trous du cône métallique, écarte le cuir du corps de pompe et se rend dans la partie supérieure de ce corps de pompe. Dans le mouvement inverse, l'eau soulevée presse les bords du cuir contre les parois du cylindre, et tout passage est intercepté.

Il n'est pas nécessaire d'aléser le cylindre : l'eau peut être chargée de gravier sans entraver la marche de la machine, et

enfin il ne se développe pas de frottement contre le cylindre dans la période d'ascension.

La *fig.* 43 représente une pompe du même système plon-

Fig. 43.



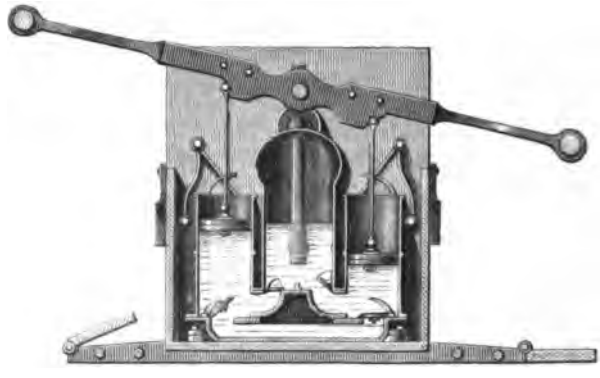
gée dans le réservoir d'alimentation ; le refoulement a lieu lors de la descente du piston.

28. *Application des réservoirs d'air aux pompes foulantes.* — *Pompes à incendie.* — Lorsqu'une pompe foulante à simple effet refoule de l'eau dans un bassin supérieur, par un tuyau d'une certaine longueur, le volume liquide n'étant pas fourni d'une manière continue, mais seulement dans une demi-oscillation du piston, le mouvement de l'eau contenue dans le tuyau se ralentit dans la demi-oscillation suivante, où le piston produit une aspiration ; dans la troisième demi-oscillation, il faut qu'il rende à la masse fluide du tuyau la vitesse qu'elle a perdue par l'effet de la pesanteur et du frottement. Il peut résulter de là des variations notables dans la résistance à vaincre, par suite des secousses dans la machine et des pertes de travail. On évite ces inconvénients en plaçant un réservoir d'air sur le tuyau d'ascension près du clapet de refoulement ; l'eau refoulée s'emmagasine en partie dans le réservoir dont le volume liquide va néanmoins en diminuant ; dans l'oscillation

suivante, l'air, en se détendant, continue à faire monter l'eau dans le bassin.

Dans les pompes à double effet, l'intermittence est insensible et n'est due qu'aux arrêts très-courts qui suivent chaque point mort; mais, comme la vitesse du piston est périodique, il convient, lorsqu'on veut avoir une grande régularité dans le débit, d'établir également un réservoir d'air sur le tuyau d'élévation : c'est ce qui a lieu notamment dans les pompes à incendie (*fig.* 44), dont les deux pistons à simple effet, mais

Fig. 44.



dont les mouvements sont inverses l'un de l'autre, constituent, à proprement parler, une pompe à double effet.

Le calcul des effets d'une pompe à incendie présente des difficultés de calcul inextricables, que nous croyons toutefois devoir faire ressortir.

Nous pouvons toujours représenter le déplacement de chaque piston par une expression de la forme

$$l(1-\cos\omega t),$$

l et ω étant deux constantes.

Soient

p_a la pression atmosphérique;
U_a le volume du réservoir;
Π le poids spécifique de l'eau;

U_1 le volume de l'air qu'il renferme au moment où le piston est sur le point de descendre;

p_1 la pression correspondante;

Ω la surface des pistons;

h la hauteur à laquelle on doit élever l'eau;

p la pression dans le réservoir d'air au bout du temps t;

V la vitesse correspondante de l'eau dans le tuyau de refoulement;

a la section de ce tuyau;

L'équation du mouvement de l'eau dans le tuyau sera de la forme

$$AV^2 + B\frac{dV}{dt} = \frac{p - p_a}{\Pi} - h, \tag{1}$$

A et B étant deux constantes que l'on sait calculer. Si l'on admet qu'il s'établisse une compensation entre l'air introduit avec l'eau dans le réservoir et l'air qui est entraîné par l'eau qui se rend dans le tuyau, on a

$$U_a p_a = U_1 p_1. \tag{2}$$

Le volume d'eau introduit dans le réservoir au bout du temps t étant

$$l(1 - \cos\omega t)\Omega - a\int_0^t V\,dt, \tag{3}$$

on a

$$\left\{\begin{aligned} p &= \frac{U_1 p_1}{U_1 + l(1 - \cos\omega t) - a\int_0^t V\,dt} \\ &= \frac{U_a p_a}{U_1 + l(1 - \cos\omega t) - \int_0^t V\,dt}. \end{aligned}\right. \tag{4}$$

En posant

$$x = \int_0^t V\,dt, \tag{5}$$

l'équation (1) devient

$$A\frac{dx^2}{dt^2} + B\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{p_a}{\Pi}\left[\frac{U_a}{U_1 + l(1 - \cos\omega t) - ax} - 1\right] - h \tag{6}$$

équation qui paraît ne pouvoir être intégrée que par série ordonnée suivant les puissances ascendantes de t; mais admettons que l'intégrale ait été obtenue; elle renfermera deux constantes arbitraires, dont l'une s'éliminera par la condition $x = 0$ pour $t = 0$.

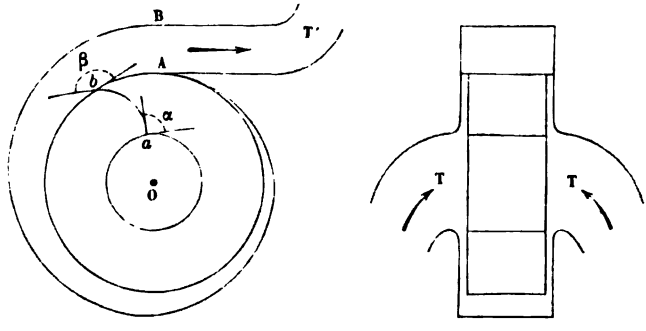
Le volume d'air devant être le même pour $t = 0$ et pour la valeur $t = \frac{\pi}{\omega}$ qui correspond au moment où le second piston est au point le plus haut de sa course, on a la condition

$$2\Omega l - a\int_0^{\frac{\pi}{\omega}} V\,dt = 0. \tag{7}$$

Si enfin on exprime que V a la même valeur pour $t = 0$ et $t = \frac{\pi}{\omega}$, on obtiendra une dernière relation qui, jointe à l'équation (7), permettra de déterminer l'arbitraire introduite par l'intégration ainsi que l'inconnue U_1; on déterminera alors le maximum et le minimum de la vitesse V, et, en exprimant que leur différence ne doit pas dépasser une fraction déterminée de leur demi-somme, on aura les éléments voulus pour calculer le volume U_0 qu'il convient de donner au réservoir d'air.

29. *Pompe rotative.* — Nous nous bornerons à étudier le type suivant des pompes de ce genre (*fig.* 45).

Fig. 45.



La pompe dont nous nous proposons d'étudier les effets mécaniques se compose d'une roue à aubes droites ou courbes,

mobile autour d'un axe horizontal O, à laquelle on imprime un mouvement de rotation. Cette roue est renfermée dans une enveloppe dont les parois latérales sont planes et ne déterminent qu'un faible jeu; ces parois sont percées chacune d'un orifice central, d'un diamètre égal à celui de la circonférence intérieure de la roue, où aboutissent deux tuyaux d'aspiration T, T. Sur son pourtour, l'enveloppe est limitée par une surface cylindrique en spirale d'Archimède, partant d'un point A de la circonférence extérieure de la roue et qui se termine en B sur la direction du rayon OA. L'enveloppe se raccorde suivant la section AB avec le tuyau d'ascension T'. La forme spiraloïde donnée à l'enveloppe a pour objet de rendre la section de l'espace, dans lequel l'eau se rend en sortant de la roue, proportionnelle à l'arc de la circonférence extérieure suivant lequel le débouché a lieu, ce qui rend égales les vitesses relatives de l'eau dans les aubes, et constante la vitesse dans l'espace ci-dessus.

Soient

e la largeur de la roue ;
ω sa vitesse angulaire ;
r, r' les rayons de ses circonférences intérieure et extérieure ;
α, β les inclinaisons, sur la tangente à ces circonférences menées dans le sens du mouvement de rotation, des aubes qui sont censées opposer leur convexité à la direction de ce mouvement ;
n le nombre des aubes ;
ε l'angle au centre correspondant aux orifices d'entrée et de sortie des aubes ;
p_a la pression atmosphérique ;
U la vitesse de l'eau sous la partie centrale de la pompe ;
p la pression correspondante ;
h la hauteur de l'axe O au-dessus du niveau du réservoir d'alimentation ;
w, w' la vitesse relative de l'eau entre les aubes, à l'entrée et à la sortie ;
h' la hauteur du débouché du tuyau T' au-dessus du centre de gravité de la section AB, que nous désignerons par Ω ;

V la vitesse dans cette section, à laquelle est censée égale la vitesse dans tout l'espace spiraloïde ;
p' la pression correspondante ;
Ω' la section du débouché du tuyau T' ;
V' la vitesse dans cette section.

On a d'abord, en remarquant que le frottement dans le tuyau d'aspiration peut être négligé,

$$(1) \qquad \frac{U^2}{2g} = \frac{p_a - p}{\Pi} - h.$$

Le carré de la vitesse relative de l'eau, immédiatement avant son entrée dans les aubes, a pour expression

$$(a) \qquad \omega^2 r^2 + U^2.$$

Comme on peut admettre, sans grande erreur, que la vitesse moyenne dans l'espace périphérique, au débouché de la roue, est perpendiculaire au rayon, la vitesse relative correspondante est

$$(b) \qquad V - \omega r'.$$

Le carré de la vitesse perdue à l'entrée de la roue est

$$(c) \qquad w^2 + \omega^2 r^2 + 2\omega r w \cos\alpha + U^2 :$$

L'équation des forces vives dans le mouvement relatif donne par suite

$$\frac{w'^2 - \omega r^2 - U^2}{2g} = \frac{p - p'}{\Pi} - \frac{w^2 + U^2 + \omega^2 r^2 + 2\omega r w \cos\alpha}{2g} + \frac{\omega^2(r'^2 - r^2)}{2g}$$

ou

$$(2) \qquad \frac{w'^2 + w^2 + 2\omega r w \cos\alpha}{2g} = \frac{p - p'}{\Pi} + \frac{\omega^2(r'^2 - r^2)}{2g}.$$

En ajoutant entre elles les équations (1) et (2), on trouve

$$(3) \qquad \frac{U^2 + w^2 + w'^2 + 2\omega r w \cos\alpha}{2g} = \frac{p_a - p'}{\Pi} + \frac{\omega^2(r'^2 - r^2)}{2g} - h.$$

Nous avons négligé la pesanteur en établissant l'équation (2) ; nous en tiendrons compte, en supposant que h représente maintenant la hauteur du centre de gravité de la section AB

au-dessus du niveau de l'eau dans le réservoir d'alimentation. Enfin nous aurons, en considérant le mouvement dans le tuyau T',

$$(4) \qquad \frac{\alpha^2 V'^2 - V^2}{2g} = \frac{p' - p_a}{\Pi} - h',$$

α^2 étant un coefficient que l'on sait déterminer.

En ajoutant entre elles les équations (3) et (4) et remarquant que $h + h'$ est la hauteur totale d'élévation H, on trouve

$$(5) \qquad \frac{\alpha^2 V'^2 - V^2 + U^2 + w^2 + w'^2 + 2\omega r w \cos\alpha}{2g} = -H + \frac{\omega^2(r'^2 - r^2)}{2g}.$$

Si Q désigne le débit, on a

$$(6) \qquad Q = V\Omega = V'\Omega' = nr\varepsilon e \sin\alpha w'_e = nr'\varepsilon e \sin\beta w'_e = \pi r^2 U^2,$$

et l'équation (5) donne par suite

$$(7) \qquad \left[\frac{\alpha^2}{\Omega'^2} - \frac{1}{\Omega^2} + \frac{1}{\pi^2 r^4} + \frac{1}{n^2 e^2 \varepsilon^2}\left(\frac{1}{r^2 \sin^2\alpha} + \frac{1}{r'^2 \sin^2\beta}\right)\right] Q^2 + \frac{2\omega}{n\varepsilon e} \cot\alpha Q = -2gH + \frac{\omega^2}{2g}(r'^2 - r^2),$$

d'où l'on déduit la valeur qu'il convient de donner à ω pour obtenir un débit déterminé ou réciproquement.

En ayant égard à l'expression (c) du carré de la vitesse perdue, le travail dépensé $\mathfrak{C}_m$ sera donné par l'équation

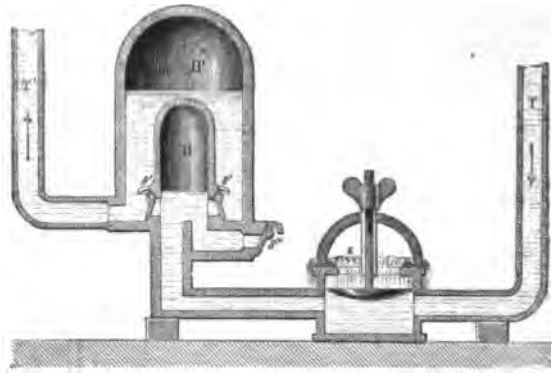
$$(8) \qquad \frac{\alpha^2 V^2}{2gH} = -1 - \frac{U^2 + w^2 + \omega^2 r^2 + 2\omega r w \cos\alpha}{2gH} + \frac{\mathfrak{C}_m}{\Pi QH},$$

d'où l'on déduira le coefficient d'effet utile $\mu = \frac{\Pi QH}{\mathfrak{C}_m}$, après y avoir remplacé les vitesses du liquide par leurs valeurs (6). Il y aurait lieu ensuite de déterminer les valeurs qu'il convient de donner à α, β pour que μ soit un maximum pour une valeur donnée de Q ou de ω; mais nous ne nous occuperons pas de cette recherche, qui nous conduirait beaucoup trop loin.

30. *Bélier hydraulique.* — Cette machine, imaginée par Montgolfier, a pour objet d'utiliser la puissance d'une chute d'eau pour élever une portion de l'eau fournie par cette chute à un niveau supérieur à celui du bief d'amont.

Dans la *fig.* 46, T représente un tuyau partant du bief d'amont (A) qui, d'abord vertical, forme au bas un siphon renversé pour aboutir à une capacité B.

Fig. 46.



Dans la partie horizontale de ce siphon est pratiquée, vers le haut, une ouverture correspondant à une soupape *s* qui se ferme de bas en haut.

La capacité B contient de l'air et est munie à sa base de deux clapets *s'*, *s'* s'ouvrant du dedans au dehors dans une capacité B', renfermant également de l'air, qui communique par le tuyau T' au réservoir (A') où l'eau doit être élevée.

L'eau amenée par T s'écoule d'abord par l'orifice de la soupape, qui se tient naturellement ouverte par son poids. Lorsque l'eau a acquis une certaine vitesse, cette soupape supporte, sur sa face inférieure, une pression qui la soulève et lui fait fermer brusquement l'orifice ; au même instant l'eau ouvre les soupapes *s'*, *s'*, rencontre celle qui se trouve dans B', T' et communique le mouvement à la colonne ascendante. Le choc des deux colonnes liquides a reçu le nom de *coup de bélier*. Lorsque l'eau de T a perdu de cette manière son mouvement acquis, *s'*, *s'* se referment, la soupape *s* s'ouvre d'elle-même, et le jeu recommence.

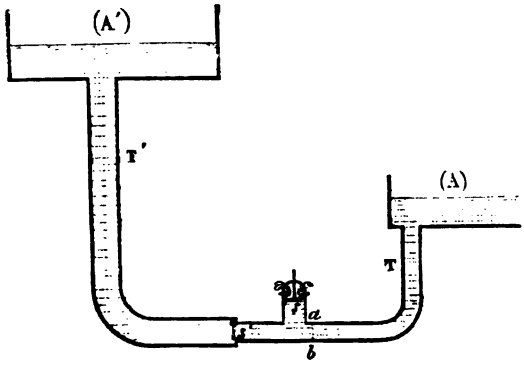
Le matelas d'air de B a pour objet d'atténuer les effets du choc sur l'appareil et de l'empêcher de se détériorer rapide-

ment, et celui de B′ d'entretenir un mouvement continu dans le tuyau d'ascension; l'eau, en effet, pendant la durée du coup de bélier, comprime l'air de B′ en même temps que l'écoulement se produit dans T′; mais, pendant l'interruption suivante, le matelas d'air se détend et refoule l'eau dans ce dernier tuyau.

L'air contenu dans B et B′ serait bientôt entraîné par le mouvement de l'eau s'il n'était renouvelé au moyen de la petite soupape s'' qui s'ouvre d'elle-même à la suite de la diminution de pression intérieure qui suit immédiatement le coup de bélier. La durée des pulsations est environ une seconde.

Pour étudier les effets mécaniques du bélier, nous ferons abstraction des réservoirs d'air (*fig.* 47) qui ont pour objet,

Fig. 47.



l'un d'atténuer les pertes de force vive dues aux chocs, cause de destruction de la machine, l'autre de supprimer les intermittences du mouvement de l'eau dans la colonne ascendante. Nous pourrons ainsi supposer qu'une seule soupape s' se trouve à la jonction des tuyaux T et T′.

Le diamètre du second tuyau doit être au moins égal à celui du premier; car autrement une zone annulaire qui se trouverait à la jonction de ces tuyaux serait exposée à l'action directe des chocs, ce qui serait préjudiciable à la conservation de la machine en même temps qu'à son rendement.

Soient

L, L′ les longueurs, A, A′ les sections des tuyaux T et T′;
V, V′ les vitesses dans ces tuyaux à un instant quelconque;
H, H′ les hauteurs des niveaux des réservoirs (A) et (A′) au-dessus de la soupape s';
η la hauteur de la soupape s au-dessus de s';
Ω l'aire de l'orifice de la soupape s dont la zone de recouvrement sera considérée comme négligeable;
p_a la pression atmosphérique;
Π le poids spécifique de l'eau.

Le poids q de la soupape s doit être un peu supérieur à la pression statique totale exercée sur sa face inférieure, pour qu'elle puisse s'ouvrir lorsque la vitesse V s'annule. Nous poserons en conséquence

$$q = \Omega\Pi(H - \eta)(1 + \varepsilon), \tag{1}$$

ε étant une petite fraction.

Soient maintenant

V_0 la valeur de V lorsque s est sur le point de se fermer;
ab la dernière section de T, très-voisine de s, dans laquelle l'eau se meut parallèlement à l'axe du tuyau;
p_0 la pression correspondante à V_0 dans la masse fluide limitée par ab, s, s'.

On peut négliger, sans erreur appréciable, le terme relatif à la masse ci-dessus dépendant de l'accélération du mouvement; on a ainsi

$$\frac{V_0^2}{2g}\left(\frac{A^2}{\Omega^2} - 1\right) = \frac{p_0 - p_a}{\Pi} - \eta.$$

Or on doit avoir

$$\Omega(p_0 - p_a) = q,$$

d'où

$$V_0 = \sqrt{\frac{2g[(H - \eta)(1 + \varepsilon) - \eta]}{\frac{A^2}{\Omega^2} - 1}}. \tag{2}$$

A partir du moment où $V = V_0$, s se ferme brusquement en même temps que s' s'ouvre; V dans cet instant n'éprouve pas

de variation sensible, de sorte que l'on peut considérer V_0 comme étant la vitesse de la colonne descendante au moment où le choc a lieu.

Pendant le choc, qui est de très-courte durée, du même ordre de grandeur que celui des corps solides dénués d'élasticité, il se produit dans la région de la soupape s', et de part et d'autre de son siége, des tourbillonnements qui sont bientôt détruits, et, à la fin du choc, les molécules en contact des deux colonnes ont la même vitesse V_1; les choses se passent donc ici de la même manière que dans le choc des corps mous, et nous pouvons par suite appliquer au problème actuel le théorème de Carnot, qui donne

$$\frac{\Pi}{g} LA(V_1^2 - V_0^2) + \frac{\Pi}{g} L'A'V_1^2 = -\frac{\Pi}{g}(AL + A'L')(V_0 - V_1)^2,$$

d'où

$$V_1 = \frac{AL}{AL + A'L'} V_0. \tag{3}$$

Il résulte de cette formule que la perte de force vive sera d'autant plus petite que le rapport $\frac{AL}{A'L'}$ sera plus grand. Il conviendra donc de prendre $A' = A$ et de donner au tuyau T le plus grand développement horizontal que comportera la disposition des lieux.

A la suite du choc, le mouvement de l'eau se continuera dans le tuyau formé par la réunion de T et T'; la vitesse, sous l'action de la pesanteur et des frottements, ira constamment en diminuant et finira par s'annuler. A cet instant la pression sera la même sur les deux faces de la soupape s qui s'abaissera sous l'action de son poids, auquel s'ajoutera l'effet produit par le mouvement descendant que prendra le liquide dans T', en raison de la différence de hauteur $H' - H$. La fermeture s'effectuera donc bien très-rapidement et, un peu avant qu'elle soit complète, s s'ouvrira, et ainsi de suite.

Soient D, D' les diamètres des tuyaux T, T'; b le coefficien. de frottement du liquide dans ces t uyaux (IIe Partie, p. 282). On a, pour l'équation du mouve ment de l'eau dans T, lorsque

s' est fermé, ou du moins à très-peu près,

$$\frac{A^2}{\Omega^2}\frac{V^2}{2g} + \frac{L}{g}\frac{dV}{dt} = H - z - \frac{4bL}{D}V^2$$

ou

$$\alpha^2 V^2 + 2L\frac{dV}{dt} = 2g(H - z), \tag{4}$$

en posant, pour abréger,

$$\alpha^2 = \frac{A^2}{\Omega^2} + \frac{8bL}{D}. \tag{5}$$

La durée θ de la période d'ouverture de la soupape s ne sera autre chose que la valeur t résultant de l'intégration de cette équation entre les limites $V = o$, $V = V_0$, et l'on trouvera facilement

$$\theta = \frac{L}{\alpha\sqrt{2gH}} \log \frac{\sqrt{2g(H - z)} + \alpha V_0}{\sqrt{2g(H - z)} - \alpha V_0}. \tag{6}$$

Pour que θ soit réel, il faut que l'on ait

$$\alpha V_0 < \sqrt{2g(H - z)}$$

ou, en vertu de la formule (2),

$$\frac{z}{H - z} > 1 + \varepsilon - \frac{\frac{A^2}{\Omega^2} - 1}{\frac{A^2}{\Omega^2} + \frac{8bL}{D}},$$

condition que nous supposerons remplie.

Soit p la pression dans la section de l'orifice de s' au bout du temps t après le choc, dans la période où cette soupape reste ouverte. On a pour le tuyau T

$$\frac{V^2}{2g}\left(1 + \frac{8bLg}{D}\right) + \frac{L}{g}\frac{dV}{dt} = H + \frac{p_a - p}{\Pi}$$

et pour T', en tenant compte de la perte de force vive à l'entrée,

$$\frac{V^2}{2g}\left(1 - \frac{2A}{A'} + \frac{8bL'g}{D'}\frac{A^2}{A'^2}\right) + \frac{L'}{g}\frac{A}{A'}\frac{dV}{dt} = -H' + \frac{p - p_a}{\Pi}.$$

Si nous posons

$$(7)\qquad \begin{cases} \alpha'^2 = 2 + \dfrac{8bLg}{D} + \dfrac{8bL'g}{D'}\dfrac{A^2}{A'^2} - \dfrac{2A}{A'}, \\ l = L + \dfrac{A}{A'}L', \\ h = H' - H, \end{cases}$$

les équations précédentes ajoutées membre à membre donnent

$$(8)\qquad \alpha'^2\frac{V^2}{2g} + \frac{l}{g}\frac{dV}{dt} = -h.$$

La durée θ' de la période d'ouverture de la soupape s' sera la valeur de t résultant de l'intégration de cette équation entre les limites $V = V_1$, $V = 0$; on trouve ainsi

$$(9)\qquad \theta' = \frac{2l}{\alpha'}\sqrt{\frac{2g}{h}}\operatorname{tang}\frac{\alpha' V_1}{\sqrt{2gh}}.$$

Le débit du liquide par l'orifice de la soupape s dans le temps θ est, en ayant égard à l'équation (4),

$$(10)\qquad A\int_0^{\theta} V\,dt = 2AL\int_0^{V_0}\frac{V\,dV}{2g(H-\eta)-\alpha^2V^2} = \frac{AL}{\alpha^2}\log\frac{2g(H-\eta)}{2g(H-\eta)-\alpha^2V_0^2}.$$

Le débit du liquide dans le temps θ', lorsque la soupape s' est ouverte, en vertu de l'équation (8),

$$(11)\qquad A\int_0^{\theta'} V\,dt = -2Al\int_{V_1}^{0}\frac{V\,dV}{2gh+\alpha'^2V^2} = \frac{Al}{\alpha'^2}\log\frac{(2gh+\alpha'^2V_1^2)}{2hg}.$$

Le travail dépensé s'obtiendra en multipliant l'expression (10) par $\Pi(H-\eta)$, et le travail utile en multipliant (11) par $\Pi(H'-H)$, ce qui donne pour le coefficient d'effet utile

$$(12)\qquad \mu = \frac{l}{L}\frac{\alpha^2}{\alpha'^2}\frac{H'-H}{H-\eta}\log\frac{2g(H'-H)+\alpha'^2V_1^2}{2g(H'-H)}\log\frac{2g(H-\eta)}{2g(H-\eta)-\alpha^2V_0^2}.$$

M. Morin, en partant de l'expérience, a été conduit à poser

$$\mu = 0{,}258\sqrt{12{,}80 - \frac{H'}{H}},$$

pour $\frac{H'}{H}$ compris entre 2,50 et 11; au delà de cette dernière limite, le rendement est si faible qu'il y a lieu de recourir aux pompes.

Il existe cependant, à la source de la rivière de la Loue (Doubs), un bélier hydraulique dont le fonctionnement est assez régulier, et qui, sous une chute de 10 mètres, élève l'eau à une hauteur de 120 mètres pour alimenter les fontaines du village d'Ouhans.

Il faut éviter de recourber le tuyau d'ascension à la partie supérieure. Le réservoir d'air doit avoir une capacité égale ou un peu supérieure à celle du tuyau ascensionnel (1).

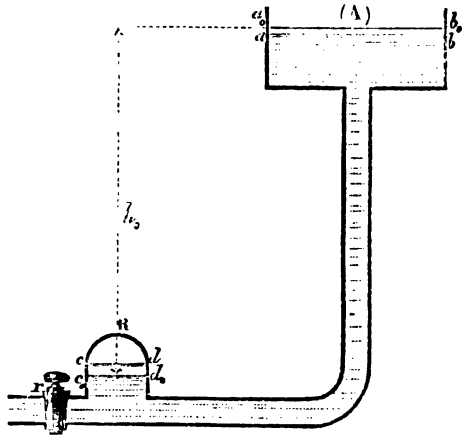
---

(1) *Des coups de bélier dans les conduites d'eau. — Emploi des réservoirs d'air pour les éviter.* — Lorsque l'on ferme brusquement un robinet placé sur une conduite, la demi-force vive acquise par la masse liquide n'est détruite en partie qu'à la suite d'un choc contre les parois du tuyau et qui tend à les détruire, choc auquel on a donné le nom de *coup de bélier*, par une certaine analogie sur laquelle nous n'insisterons pas.

On évite le coup de bélier en plaçant un réservoir d'air sur la conduite à une faible distance du robinet.

Soient (*fig.* 48)

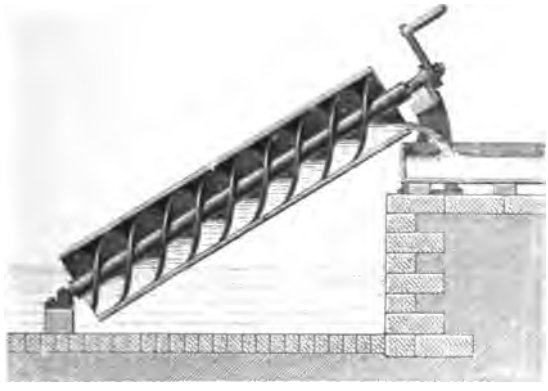
Fig. 48.



(A) le bassin d'alimentation d'une conduite;
R le réservoir d'air;
a_0b_0, c_0d_0 les niveaux du liquide dans (A) et R avant la fermeture du robinet;

31. *Vis d'Archimède.* — Cette machine, qui sert à élever les eaux à une faible hauteur, et que l'on emploie principalement pour les épuisements, est formée d'une enveloppe cylindrique reliée à un noyau central par des cloisons au nombre de 2, 3 ou 4, qui affectent la forme d'un hélicoïde gauche (*fig.* 49), ayant pour axe celui de l'enveloppe. L'ap-

Fig. 49.



pareil se place de manière que, l'axe étant incliné d'un certain angle sur l'horizon, son extrémité inférieure plonge dans le bief d'alimentation. En lui imprimant un mouvement de rotation, l'eau s'introduit par l'extrémité inférieure des con-

---

Ω, Ω' les sections de (A) et R;
h_0 la hauteur du premier niveau au-dessus du second;
V_0 la vitesse de l'eau;
U_0 le volume d'air compris dans R;
p_0 la pression;
D le diamètre de la conduite;
L la longueur de la portion de cette conduite comprise entre (A) et r;
ab, cd ce que deviennent les niveaux dans (A), R au bout du temps t, après la fermeture du robinet;
V la vitesse dans la conduite A;
U le volume d'air.

Nous pourrions traiter la question en suivant une marche analogue à celle que nous avons indiquée dans la question des réservoirs d'air appliqués aux pompes à incendie; mais, comme nous arriverions à une équation que l'on ne

duites hélicoïdes, glisse le long de leurs parois gauches, comme sur un plan incliné, s'élève graduellement et s'échappe par la partie supérieure dans un canal disposé à cet effet. A l'introduction de chaque masse d'eau succède celle d'une certaine quantité d'air.

Pour bien comprendre le jeu de la vis d'Archimède, nous la supposerons d'abord réduite à un tube hélicoïdal de très-petite section, dont l'axe est incliné de l'angle α sur l'horizon.

Soient (*fig.* 50) i l'inclinaison de la tangente à l'hélice, sur la section droite de son cylindre dont nous désignerons par r le rayon. Appelons ω la vitesse angulaire de la vis. Cette vitesse étant toujours très-faible, on peut négliger la force centrifuge, de sorte que les deux surfaces libres de chaque masse liquide introduite, puis élevée, se trouveront à chaque in-

---

peut pas intégrer, nous procéderons par approximation de la manière suivante :

On a

$$\text{vol.}\, a_0 b_0 ab = \text{vol.}\, c_0 d_0 cd = U_0 - U,$$

et les distances verticales de $a_0 b_0$, ab et de cd, $c_0 d_0$ sont, par suite,

$$\frac{U_0 - U}{\Omega}, \quad \frac{U_0 - U}{\Omega'}.$$

La pression dans le réservoir au bout du temps t étant, d'après la loi de Mariotte,

$$p = \frac{p_0 U_0}{U},$$

le travail négatif résultant de la compression de l'air dans le réservoir a pour valeur

$$(a) \qquad \int_{U_0}^{U} p\, dU = -p_0 U_0 \log \frac{U_0}{U};$$

le travail développé par la pesanteur est

$$(b) \qquad \Pi (U_0 - U)\left[H - \frac{U_0 - U}{2}\left(\frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega'}\right)\right].$$

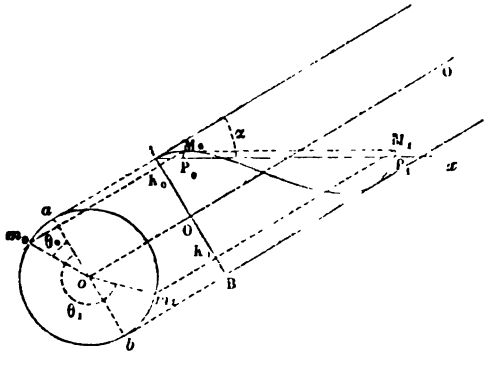
Comme il est impossible de calculer le travail du frottement, nous supposerons par approximation que cette résistance est constante et correspond à la moyenne valeur $\frac{V^2}{2}$ de $\frac{V_0^2}{2}$.

Ce travail a, par suite, pour valeur

$$-\Pi b \frac{\pi D V_0^2}{2} \int_0^t V\, dt;$$

stant dans le même plan horizontal. La portion de chaque spire occupée par le liquide se nomme *arc hydrophore*.

Fig. 50.



Concevons que l'on mène un plan am_0b perpendiculaire à l'axe OO du cylindre de l'hélice.

---

or

$$\int_0^t \frac{\pi D^2}{4} V\,dt = \text{vol. } a_0b_0ab = U_0 - U.$$

Le travail du frottement est, par suite,

$$-2\frac{\Pi b}{D} V_0^2 (U_0 - U).$$

Le principe des forces vives donne aussi

$$\pi \frac{\Pi D^2}{8g}(V^2 - V_0^2) = \Pi(U_0 - U)\left[H - \frac{U_0 - U}{2}\left(\frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega'}\right)\right] - p_0 U_0 \log\frac{U_0}{U} - 2\frac{\Pi b}{D} V_0^2 (U_0 - U).$$

Si l'on désigne par l'indice 1 les quantités qui se rapportent à l'instant où $V = 0$, on a les relations

$$(1)\qquad \begin{cases} -\dfrac{\pi D^2}{8g} V_0^2 = (U_0 - U_1)\left[H - \dfrac{U_0 - U_1}{2}\left(\dfrac{1}{\Omega} + \dfrac{1}{\Omega'}\right)\right] \\ \qquad\qquad - p_0 U_0 \log\dfrac{U_0}{U_1} - 2\dfrac{b V_0^2}{D}(U_0 - U_1), \\ p_0 U_0 = p_1 U_1. \end{cases}$$

Si l'on se donne la pression maximum p_1, comme p_0 est une donnée de la question, ces deux équations feront connaître par l'élimination de U_1 le volume U_0 que l'on doit donner au réservoir d'air.

Soient

ab sa trace sur le plan vertical ABO passant par cet axe. Nous prendrons ce plan et le plan ci-dessus pour plans de projection;

M_0, M_1 les projections verticales des extrémités de l'arc hydrophore;

m_0, m_1 leurs projections sur le plan am_0b;

AB la perpendiculaire à l'axe, abaissée du point A où l'hélice rencontre la génératrice supérieure comprise dans le plan vertical passant par cet axe;

Ax la trace verticale du plan horizontal passant par A;

K_0, K_1 les projections de M_0, M_1 sur AB;

P_0, P_1 celles de M_0, M_1 sur Ax;

$\theta_0 = \widehat{aOm_0}$;

$\theta_1 = \widehat{aOm_1}$.

On a

$$(1)\quad M_0P_0 = M_0K_0\sin\alpha - AK_0\cos\alpha = r\theta_0\tang i\sin\alpha - r(1-\cos\theta_0)\cos\alpha;$$

on a de même

$$M_1P_1 = r\theta_1\tang i\sin\alpha - r(1-\cos\theta_1)\cos\alpha;$$

comme ces deux longueurs sont égales, on a la relation

$$(2)\qquad \frac{\cos\theta_0 - \cos\theta_1}{\theta_1 - \theta_0} = \tang i\tang\alpha.$$

L'arc M_0M_1 atteindra évidemment sa plus grande longueur lorsque la tangente à l'hélice en M_0 sera horizontale, ou que l'on aura

$$\frac{d}{d\theta_0}M_0P_0 = 0$$

ou

$$(3)\qquad \sin\theta_0 = \tang i\tang\alpha;$$

il faut donc, pour que l'arc hydrophore existe, que l'on ait

$$\tang i\tang\alpha < 1,$$

d'où

$$i < \frac{\pi}{2} - \alpha, \tag{4}$$

condition que nous supposerons remplie. L'équation (2) fera alors connaître la valeur correspondante de θ_1, et par suite la longueur de l'arc hydrophore.

Le poids du liquide qui occupe l'arc hydrophore est

$$(\theta_1 - \theta_0)\frac{r\Omega}{\cos i}\Pi,$$

Ω étant la section du tube hélicoïdal et Π le poids spécifique de l'eau.

La hauteur à laquelle s'élève ce liquide, à la suite d'une révolution de la vis, n'est autre chose que l'accroissement de M_0P_0 lorsque θ_0 augmente de 2π ou, en vertu de l'équation (1),

$$2\pi r \operatorname{tang} i \sin\alpha.$$

Le travail correspondant est

$$(\theta_1 - \theta_0)\frac{r\Omega}{\cos i}\Pi 2\pi r \operatorname{tang} i \sin\alpha.$$

Soit P l'effort moteur supposé tangent au cylindre de rayon r, on aura

$$P 2\pi r = (\theta_1 - \theta_0)\frac{r\Omega}{\cos i}\Pi 2\pi r \operatorname{tang} i \sin\alpha,$$

d'où

$$P = r(\theta_1 - \theta_0)\Omega\Pi\frac{\sin i \sin\alpha}{\cos^2 i}. \tag{5}$$

Revenons maintenant à la réalité (*fig.* 51), et supposons dorénavant que i et r se rapportent à l'hélice déterminée sur la surface intérieure de l'enveloppe par la surface hélicoïde.

Soient

(M, m) un point de cette hélice;

(N, n) un point de la surface hélicoïde comprise dans le plan méridien Om;

MI la perpendiculaire abaissée de M sur l'axe OO et sur laquelle se trouve N;

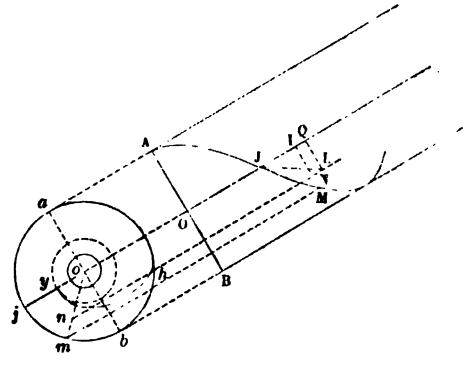
$r' = Oy$ le rayon du cylindre sur lequel la surface gauche détermine une hélice inclinée sur AB de l'angle $90° - \alpha$.

Les projections sur l'axe OO des spires des hélices ci-dessus ayant pour valeurs $2\pi r' \cot\alpha$, $2\pi r \operatorname{tang} i$ sont égales, puisque ces deux hélices ont le même pas; d'où il suit que

$$r' = r \operatorname{tang} i \operatorname{tang} \alpha. \tag{6}$$

On pourrait prendre r' pour rayon du noyau de l'appareil puisque l'eau ne peut plus s'introduire dans des canaux hélicoïdaux tracés sur un cylindre d'un rayon moindre; mais on

Fig. 51.



prend généralement le rayon de ce noyau un peu plus grand, afin de permettre la libre circulation de l'air dans l'intérieur de la machine.

En continuant à négliger la force centrifuge, le niveau dans chaque espace hydrophore sera horizontal et passera par le point projeté en J sur l'axe.

Soient

L l'intersection de l'horizontale de J avec la génératrice cylindrique passant par N;

Q la projection de L sur OO;

$NL = IQ = z$ la portion de la génératrice cylindrique de N comprise entre ce point et le niveau;

φ l'angle du rayon Onm avec la perpendiculaire Oj à ab; $On = x$.

On a

$$JI = r\varphi \operatorname{tang} i,$$

$$JQ = QL \cot\alpha = x \sin\varphi \cot\alpha,$$

$$z = IQ = JQ - JI = x \sin\varphi \cot\alpha - r\varphi \operatorname{tang} i.$$

L'équation polaire de la courbe que détermine, dans la surface hélicoïde, le plan horizontal passant par J résultera de l'hypothèse $z = 0$ et sera

$$x \sin\varphi \cot\alpha - r\varphi \operatorname{tang} i = 0. \tag{7}$$

En y supposant $x = r$, cette équation donnera l'angle Φ formé par Oj avec le rayon mené au point h où la courbe coupe la circonférence de rayon r.

L'aire comprise entre yj, la courbe yh, l'arc de cercle jh, est la projection de la surface libre de l'espace hydrophore total. L'élément superficiel de cette aire en n, mesuré par $x\,d\varphi\,dx$, correspond à un prisme fluide parallèle aux génératrices de hauteur z dont le volume est

$$z x\,d\varphi\,dx = x(x \sin\varphi \cot\alpha - r\varphi \operatorname{tang} i)\,dx\,d\varphi.$$

En intégrant cette expression par rapport à x depuis la valeur donnée par l'équation (7) jusqu'à r, on trouve

$$r^3 d\varphi \left(\frac{1}{3} \sin\varphi \cot\alpha - \frac{1}{2} \varphi \operatorname{tang} i + \frac{1}{6} \frac{\operatorname{tang}^3 i}{\cot^2\alpha} \frac{\varphi^2}{\sin^2\varphi}\right);$$

enfin, en intégrant entre les limites o et Φ, on a pour le volume hydrophore total

$$\frac{r^3}{2}\left(-\frac{4}{3} \sin^2\frac{\Phi}{2} \cot\alpha - \frac{1}{2} \operatorname{tang}^2\Phi + \frac{\operatorname{tang}^3 i}{3 \cot^2\alpha} \int_0^{\Phi} \frac{\varphi^2 d\varphi}{\sin^2\varphi}\right).$$

Généralement une vis employée aux épuisements est formée de trois cloisons hélicoïdales. Sa longueur varie entre $24r$ et $36r$, et les angles i et α entre 30 et 45 degrés.

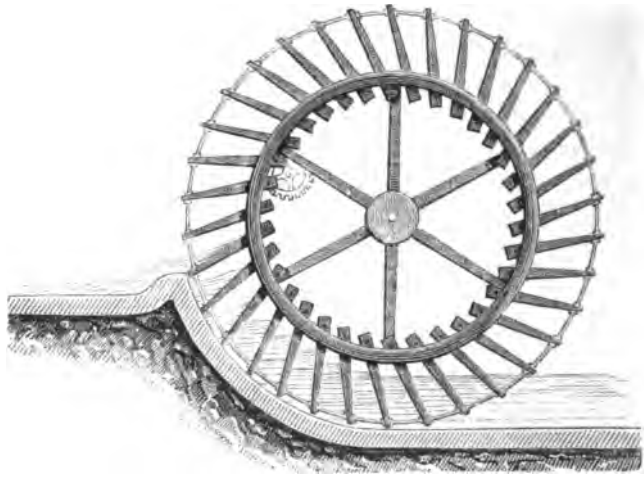
En Hollande, où le moteur est le plus souvent un moulin à

vent, on remplace souvent l'enveloppe cylindrique par un coursier demi-circulaire fixe; mais alors il faut faire marcher la machine à grande vitesse pour que la perte d'eau entre les cloisons et le coursier n'atteigne pas une proportion sensible.

32. *De quelques autres machines élévatoires.* — 1° *Roue à palettes* (*fig.* 52). — Cette machine n'est autre chose qu'une roue à palettes ordinaires, dont les aubes sont dirigées suivant le rayon ou font un certain angle avec ce rayon.

En imprimant à la roue un mouvement de sens contraire à

Fig. 52.



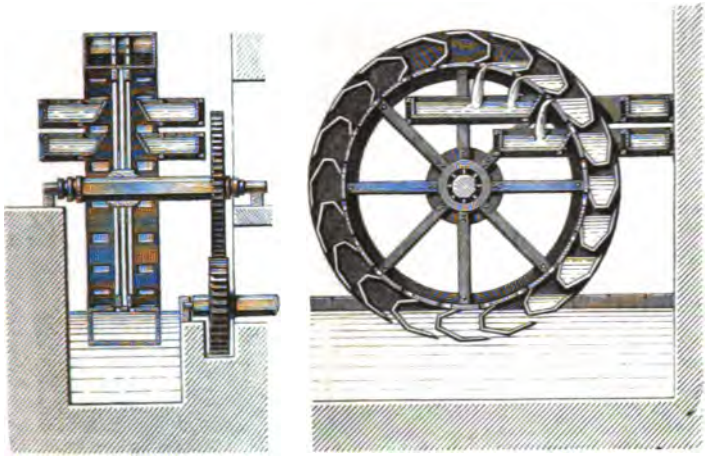
celui qu'elle posséderait comme récepteur, on peut élever l'eau du bief d'aval dans le bief d'amont.

Cette roue ne doit être employée que pour élever l'eau à une hauteur qui n'excède pas 4 mètres; la vitesse à sa circonférence extérieure ne doit pas dépasser 1 mètre; son rendement atteint 70 et même 75 pour 100.

2° *Roue élévatoire.* — Cette machine est une roue à augets polygonaux (*fig.* 53) tangents à la circonférence extérieure; ces augets se remplissent en plongeant dans le bief inférieur, et, parvenus vers le sommet de la roue, versent leur eau dans

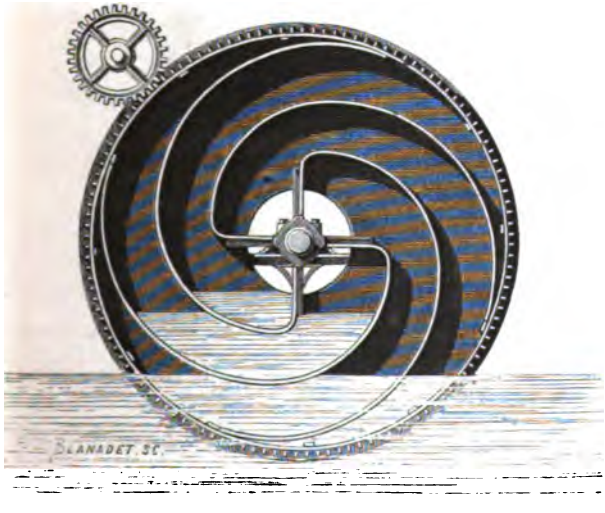
des auges disposées en conséquence. Le rendement de cette roue est environ de 60 pour 100.

Fig. 53.



3° *Roue à tympan.* — Cette machine consiste dans un tam-

Fig. 54.



bour mobile autour de son axe (*fig.* 54), muni à l'intérieur

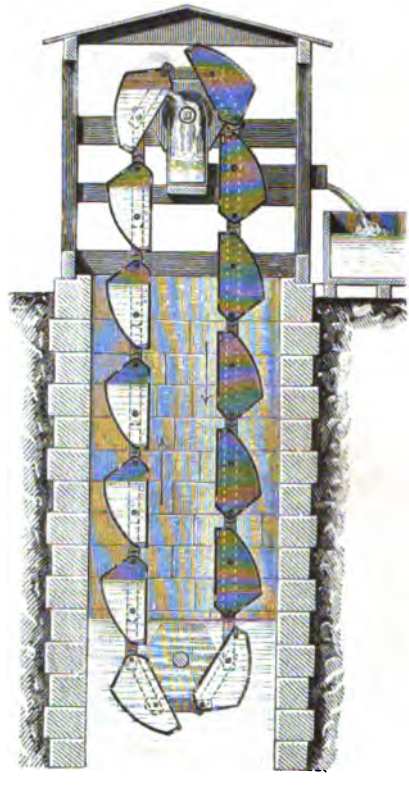
de cloisons qui affectent la forme de la développante d'une ouverture circulaire centrale.

On comprend facilement comment, en faisant tourner la roue de la gauche vers la droite, l'eau entre dans les compartiments, s'élève graduellement et finit par sortir par l'ouverture centrale.

Le rendement de cette machine est environ de 80 pour 100.

4° *Noria.* — La noria (*fig.* 55) se compose d'une chaîne sans fin, formée de pièces articulées, qui passe sur deux tam-

Fig. 55.



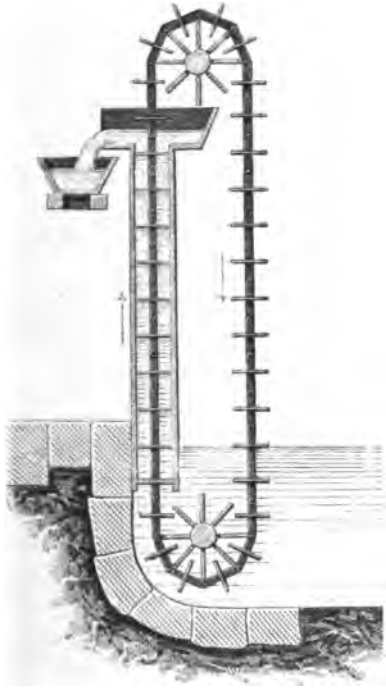
bours prismatiques, identiques, mobiles autour de deux axes horizontaux parallèles compris dans un même plan vertical. La chaîne est munie dans toute sa longueur de godets.

En imprimant dans le sens voulu un mouvement de rotation au tambour supérieur, les godets se remplissent dans le réservoir inférieur et, arrivés sur le tambour supérieur, déversent leur contenu dans un canal disposé en conséquence.

Le rendement d'une noria établie dans de bonnes conditions varie de 70 à 80 pour 100.

5° *Chapelet.* — Le chapelet ne diffère en principe de la noria (*fig.* 56) qu'en ce que les godets sont remplacés par des

Fig. 56.



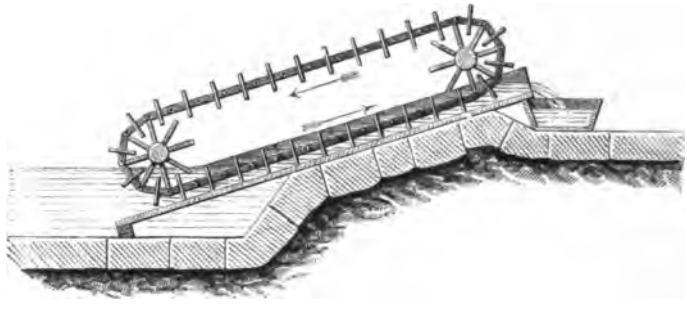
palettes normales à la chaîne. La partie ascendante de la chaîne est engagée dans un tuyau qui laisse un faible jeu aux palettes.

Chaque fois qu'une palette pénètre dans le tuyau, elle isole une certaine quantité d'eau qu'elle élève et vient verser dans un canal disposé à la partie supérieure du tuyau.

Le rendement de cette machine est de 0,65 environ.

Quelquefois, comme l'indique la *fig.* 57, on donne une position inclinée au chapelet; dans ce cas les palettes rasent,

Fig. 57.



au jeu près, un coursier qui sert de guide au mouvement du liquide; le rendement se réduit alors à 0,40.

CHAPITRE V.

DES MACHINES A COLONNE D'EAU.

33. Au lieu de se servir d'une roue à axe horizontal ou vertical pour transmettre la puissance motrice d'une chute d'eau, on peut faire agir l'eau sur un piston animé automatiquement d'un mouvement de va-et-vient. Les moteurs de cette catégorie, qui sont spécialement appliqués aux épuisements, ont reçu le nom de *machines à colonne d'eau*. Nous nous bornerons à indiquer les trois types suivants de ces machines.

34. *Machine à colonne d'eau à simple effet de Huelgoat.* — Cette machine est représentée par les *fig.* 58 et 59.

A est un piston mobile dans toute la longueur du cylindre B, ouvert par le haut, fermé par le bas.

G un tuyau qui amène l'eau sous le piston A, en passant par l'ouverture H pratiquée dans le cylindre, pour le faire monter. Cette même ouverture permet de faire écouler l'eau du cylindre dans l'atmosphère, par suite, de faire descendre le piston, quand on supprime sa communication avec G. Il faut donc que l'ouverture H soit alternativement mise en communication avec G et avec le tuyau C qui rejette l'eau au dehors.

L'appareil employé pour cet objet se compose de deux pistons E, F, montés sur la même tige et pouvant se mouvoir ensemble dans le cylindre qui les contient. Ces deux pistons se trouvent respectivement représentés dans les *fig.* 58 et 59, dans la partie la plus basse et la plus haute qu'ils peuvent occuper. Dans la *fig.* 58, G est en communication avec le cylindre, tandis que, dans la *fig.* 59, le cylindre se trouve en communication avec C, pendant que l'arrivée de l'eau motrice sous le piston A est interceptée. Dans le premier cas, le piston

monte, dans le second il redescend. Il reste à voir comment s'effectue le mouvement alternatif de E et F. La pression sur E

Fig. 58.

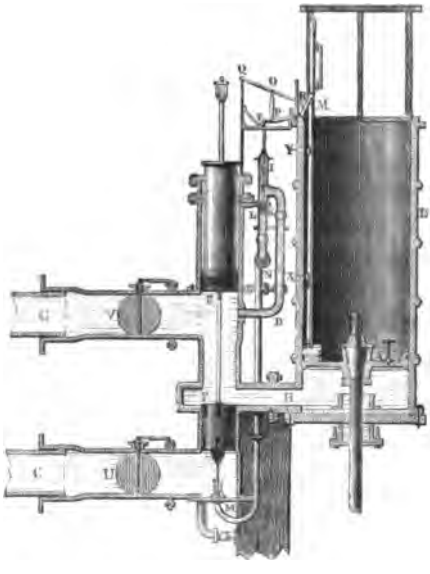


Fig. 59.

est plus grande que sur F, qui est d'un diamètre un peu moindre, de sorte que leur système tend continuellement à monter, et c'est ainsi qu'il passe de la position de la *fig.* 58 à celle de la *fig.* 59.

Pour produire le mouvement contraire, on a adapté au cylindre des pistons E, F un petit tuyau D qui se relève et communique avec le dessus du piston E par la petite ouverture L, où elle vient exercer une pression bientôt suffisante pour faire redescendre le système (E, F); pour que cette pression ne soit pas trop forte, on a surmonté le piston E d'un manchon cylindrique, d'un diamètre un peu moindre, qui détermine sur la surface du piston une surface annulaire où la pression de l'eau vient s'exercer. Un mécanisme particulier, dont nous allons parler, met alternativement L en communication avec D et le tuyau N qui aboutit à C; dans le premier cas, l'eau agit sur la

partie annulaire de E pour le faire descendre ; dans le second, le système (EF) est au bas de sa course ; il s'établit alors une communication entre L et N, pour permettre à l'eau qui est au-dessus de E de s'échapper et à (EF) de remonter.

A cet effet deux pistons K, I, montés sur la même tige, se meuvent dans un corps de pompe situé entre l'ouverture L et le tuyau D. Un mouvement de va-et-vient de ces deux pistons amène le piston K tantôt au-dessus de L, et c'est ce qui met en communication le dessus de E avec l'eau motrice par le tuyau D, tantôt au-dessous, ce qui établit la communication avec le tuyau de décharge par le tuyau N.

Ce mouvement de va-et-vient du système (K, I) est produit par la tige M fixée au grand piston A et mobile avec lui. Deux taquets X et Y, qui font corps avec elle, soulèvent ou abaissent l'arc RS et le levier QR mobile autour de l'axe Q. Ce mouvement se transmet à (I, K) au moyen du système d'articulation SPTO.

Les deux soupapes à gorge V et U, placées dans G et C, servent à modérer le mouvement de la machine ; les positions données aux taquets X et Y règlent d'ailleurs l'étendue de la course du piston. Pour arrêter la machine, il suffit de fermer l'un ou l'autre de deux robinets adaptés respectivement à N et D.

Les cannelures pratiquées dans le piston F sont destinées à empêcher que la communication de H avec G ne soit trop brusque, ce qui occasionnerait des chocs.

Quand le piston F passe devant l'ouverture H, il éprouve une très-forte pression latérale ; pour qu'il n'en résulte pas de frottement considérable du piston contre la paroi, on a évidé le cylindre vis-à-vis de l'ouverture H ; par ce moyen, l'eau se répand également partout autour de F, qui se meut sans éprouver de frottement.

Deux machines semblables ont été établies l'une à côté de l'autre dans la mine de plomb argentifère de Huelgoat (1) ; les tiges des pistons A prolongés font mouvoir deux pompes d'épuisement élevant l'eau à 230 mètres de hauteur ; c'est lorsque

(1) Elles sont détruites depuis un certain nombre d'années.

le piston remonte que l'eau à épurer est refoulée dans le tuyau d'ascension. Quand le piston descend, il n'y a aucune résistance à vaincre : c'est pourquoi on a dû chercher un moyen d'équilibrer en partie le poids des tiges, etc. A cet effet, on a placé les machines à 14 mètres au-dessous de la galerie par où s'écoulent les eaux des pompes ; la hauteur de la chute est alors de 74 mètres, et l'eau, après avoir soulevé le piston A, ne peut être expulsée de dessous lui, pendant qu'il descend, qu'autant qu'il l'a fait remonter à une hauteur de 14 mètres par le tuyau de décharge C.

Le coefficient d'effet utile de la machine est de 0,66 à 0,70.

Soient

H la hauteur de la chute ;
Ω la section de l'ouverture H où la vitesse est V ;
h, q la hauteur et le volume d'eau que la pompe doit élever par minute ;
Π le poids du mètre cube d'eau.

Le travail qu'il s'agit de produire est $\Pi q h$, auquel il faut ajouter $\frac{\Pi q h}{2}$, qui correspond à peu près au travail absorbé par le frottement.

Le travail moteur est $\Pi V \Omega H \times 60$ par minute ; mais il ne transmet que $0{,}70 \times \Pi V \Omega H \times 60 = 0{,}42\, \Pi V \Omega H$, de sorte que l'on a

$$V \Omega H\, 0{,}42 = \tfrac{1}{2} q h. \qquad (1)$$

Soient

a la surface du piston de la pompe ;
l sa course ;
n le nombre des coups de piston par minute.

On aura

$$aln = q. \qquad (2)$$

L'équation du travail (1) peut prendre une autre forme ; car, si A est la surface du piston moteur, dont la course est égale à celle du piston de la pompe, la pression qui s'exerce sur la face inférieure est ΠAH, dont le travail, pour la course totale,

est $\Pi AH l$, et par minute $\Pi AH ln$; il vient donc

$$\Pi AH ln = \tfrac{3}{2}\Pi qh = \tfrac{3}{2}\Pi aln h,$$

d'où

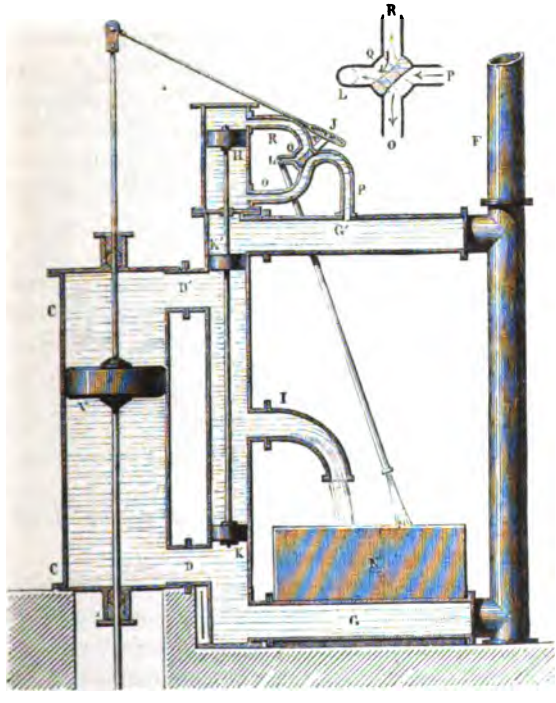
$$AH = \tfrac{3}{2}ah. \qquad (3)$$

Telles sont les trois relations qui lient entre elles les six quantités V, Ω, n, A, a, l.

On fait en sorte que la vitesse V soit inférieure à 2 mètres.

35. ***Machine à colonne d'eau à double effet.*** — La *fig.* 60 représente un type de machine à colonne d'eau à double effet.

Fig. 60.



V est le piston moteur ; CC son cylindre, qui est fermé à ses deux extrémités ; D', D deux ouvertures par lesquelles l'eau entre sur et sous le piston, sort ensuite du cylindre ; F est le

tuyau d'arrivée de l'eau, et ses embranchements G', G correspondent respectivement aux faces supérieure et inférieure du piston; K', K sont deux pistons montés sur la même tige et qui mettent respectivement G' et G en communication avec F et le tuyau d'évacuation I, et inversement selon que V est en haut ou en bas de sa course.

H est un piston ayant la même tige que (K, K'), mais qui se meut dans un corps de pompe au-dessous et au-dessus duquel l'eau motrice peut arriver par l'intermédiaire des embranchements O et R du tuyau P qui part de G'. Un robinet Q met alternativement R et O en communication avec P et avec l'atmosphère par le tuyau L, et cela pour deux positions à angle droit du robinet. Ce robinet est mû par la tige J, articulée à la tige de V, et terminée d'autre part par une coulisse dans laquelle passe le bouton d'une manivelle fixée au robinet; tant que le bouton se trouve entre les extrémités de la coulisse, la manivelle ne se déplace pas, par suite le robinet conserve sa position; mais, quand ce bouton atteint l'une de ses extrémités le robinet tourne brusquement de 90 degrés, ce qui explique le jeu de la machine.

36. *Moteur-pompe.* — Ce nom a été donné par l'inventeur, M. L.-P. Girard, à une machine à colonne d'eau, à simple effet, dont nous allons donner la description et la théorie.

A A A' A' (*fig.* 61) est une cuve en bois s'élevant du niveau du bief d'aval au niveau du bief d'amont;

B une ouverture annulaire pratiquée dans une pièce reliée à la partie inférieure de la cuve;

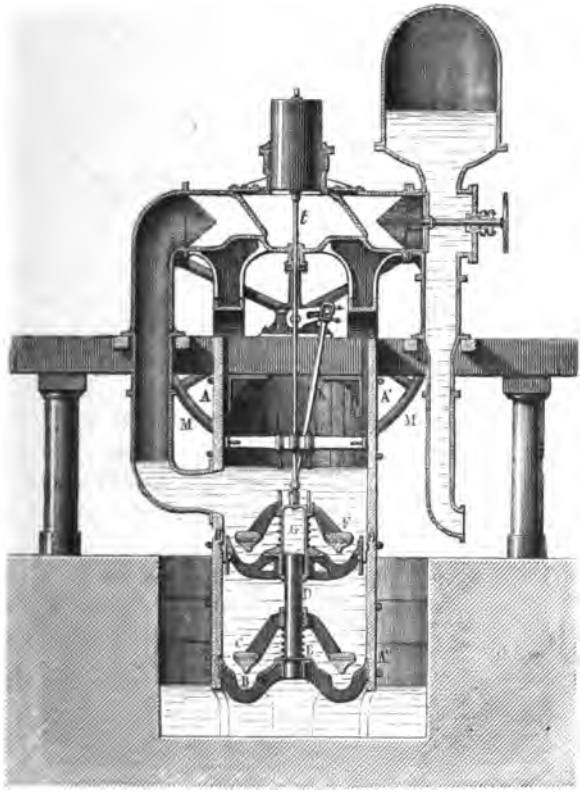
D un cylindre vertical fixé à la pièce ci-dessus et de même axe que B;

C une soupape faisant corps avec un manchon qui peut glisser librement le long de D; cette soupape peut fermer l'ouverture B; un ressort à boudin s'appuyant sur son siége, entourant D, tend à maintenir ouverte la soupape C, tant qu'une cause déterminée ne tend pas à produire l'effet contraire.

HH un piston guidé également par D, séparé par un intervalle annulaire de la cuve à laquelle il est relié par une bande de cuir; la soupape F, semblable à C, ferme une

ouverture annulaire ménagée dans le piston, quand une pression peut vaincre l'énergie du ressort à boudin qui la tient ouverte.

Fig. 61.



La tige du piston est articulée à une bielle, articulée elle-même, d'autre part, à une manivelle terminant un arbre horizontal sur lequel se trouve monté le volant MM.

D'après la figure, le prolongement *t* de la tige du piston porte le piston d'une pompe aspirante et foulante à simple effet, prenant l'eau dans le bief d'amont, et mise en mouvement par la machine ; mais nous n'avons pas à nous occuper de cet élément.

Il est assez difficile de se rendre compte, en langage ordinaire, du jeu du moteur-pompe; les considérations théoriques suivantes en rendent, au contraire, l'explication très-simple.

Soient

H la hauteur du niveau d'amont au-dessus du niveau d'aval;
h la hauteur variable du niveau d'amont au-dessus du piston;
A la section de la cuve;
a, a' les sections des ouvertures annulaires du piston et du fond de la cuve.
μ, μ' les coefficients de contraction du liquide lorsqu'il traverse ces sections;
V la vitesse du piston;
p_a la pression atmosphérique;
p' la pression de l'eau sous le piston;
Π le poids du mètre cube d'eau.
q, q' les efforts de bas en haut exercés sur les soupapes F et C.

Supposons que, le piston arrivé au sommet de sa course, la soupape F soit fermée et la soupape C ouverte, et proposons-nous de déterminer les conditions qui doivent être remplies, pour que cet état de choses se maintienne pendant toute la descente du piston.

Nous avons, en négligeant le terme peu important qui dépend de $\frac{dV}{dt}$,

$$(1) \qquad \frac{V^2}{2g}\frac{A^2}{\mu'^2 a'^2} = \frac{p'-p_a}{\Pi} + H - h.$$

Pour que la soupape F reste fermée, il faut que

$$(p_a - p' + \Pi h)a > q,$$

et, pour que la soupape C reste ouverte, que

$$[p' - p_a + \Pi(H-h)]a' < q'.$$

En ayant égard à l'équation (1), ces deux inégalités deviennent

$$(2) \qquad \begin{cases} H - \dfrac{V^2}{2g}\dfrac{A^2}{\mu'^2 a'^2} > \dfrac{q}{\Pi a}, \\ \dfrac{V^2}{2g}\dfrac{A^2}{\mu'^2 a'^2} < \dfrac{q'}{\Pi a'}, \end{cases}$$

et il suffit qu'elles soient satisfaites pour la valeur maximum V.

Admettons maintenant que, dès que le piston est arrivé à fond de course, la soupape F s'ouvre et que C se ferme, et cherchons les conditions qui doivent être remplies pour que les soupapes restent dans cet état pendant toute l'oscillation ascendante du piston.

En considérant l'eau comme animée d'un mouvement relatif par rapport au piston, on a

$$\frac{V^2}{2g}\frac{A^2}{\mu^2 a^2} = \frac{p_a + \Pi h}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi} = h - \frac{p' - p_a}{\Pi}; \tag{3}$$

mais il faut que l'on ait

$$(p_a + \Pi h - p')a < q,$$
$$[p' - p_a + \Pi(H - h)]a' > q'$$

ou

$$\begin{cases} \dfrac{V^2}{2g}\dfrac{A^2}{\mu^2 a^2} < \dfrac{q}{\Pi a}, \\ H - \dfrac{V^2}{2g}\dfrac{A^2}{\mu^2 a^2} > \dfrac{q'}{\Pi a'}. \end{cases} \tag{4}$$

Il suffit encore que ces inégalités soient satisfaites pour la valeur maximum de V.

Si les conditions (2) et (4) sont remplies, il est clair que les choses ne pourront pas se passer autrement que nous l'avons supposé.

La force motrice pendant la descente du piston est, en ayant égard à l'équation (1),

$$(p_a - p' + \Pi h)A = \left(H - \frac{V^2}{2g}\frac{A^2}{\mu'^2 a'^2}\right)\Pi A,$$

et, en supposant que V représente maintenant la vitesse moyenne du piston, nous aurons très-approximativement pour le travail produit

$$\left(H - \frac{V^2}{2g}\frac{A^2}{\mu'^2 a'^2}\right)\Pi AH. \tag{5}$$

Le travail résistant développé pendant la remonte du piston

est, en vertu de la formule (3),

$$(6) \qquad (p_a + \Pi h - p')\Pi AH = \frac{V^2}{2g}\frac{A^2}{\mu^2 a^2}\Pi AH.$$

Le travail produit dans une double oscillation ou la différence des expressions (5) et (6) est par suite

$$(7) \qquad \mathfrak{C} = \left[H - \frac{V^2}{2g}A^2\left(\frac{1}{\mu^2 a^2} + \frac{1}{\mu'^2 a'^2}\right)\right]\Pi AH.$$

Enfin on a, pour le coefficient d'effet utile,

$$(8) \qquad \frac{\mathfrak{C}}{\Pi AH^2} = 1 - \frac{V^2}{2gH}A^2\left(\frac{1}{\mu^2 a^2} + \frac{1}{\mu'^2 a'^2}\right);$$

comme il diminue rapidement à mesure que V augmente, il sera avantageux de faire marcher la machine avec une grande lenteur.

CHAPITRE VI.

DES MACHINES SOUFFLANTES.

37. Ces machines soufflantes ont pour objet de lancer de l'air dans les appareils métallurgiques, d'aérer les ateliers insalubres, en aspirant l'air vicié pour le rejeter au dehors en même temps qu'il est remplacé par l'air extérieur, etc. Nous allons en indiquer les principaux types.

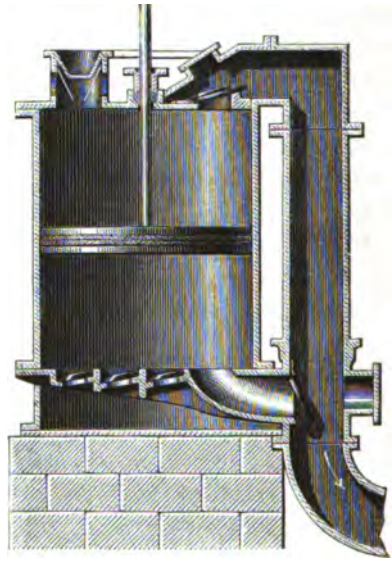
38. *Soufflets.* — Dans les foyers de maréchalerie et les forges catalanes, on emploie des soufflets formés de deux plaques de bois dont l'une est fixe, est munie d'un clapet d'aspiration, et porte un ajutage conique appelé *tuyère*. L'autre plaque est mobile autour d'une charnière ménagée dans la monture de la tuyère. Les deux plaques sont réunies l'une à l'autre par une pièce de cuir souple qui détermine entre elles un espace fermé. En soulevant et baissant alternativement la plaque supérieure, on aspire l'air dans le soufflet et on l'expulse par la tuyère.

39. *Machines soufflantes à cylindre.* — Pour les hauts-fourneaux, les feux d'affinerie, etc., on emploie des machines soufflantes qui sont de véritables pompes à double effet. Chacun des fonds du cylindre est muni d'un ou plusieurs clapets d'aspiration (*fig.* 62) appelant l'air extérieur, et un clapet de refoulement à la naissance d'un tuyau. Les deux tuyaux se réunissent en un seul à quelque distance du cylindre.

Lorsque l'on veut obtenir une grande régularité dans le mouvement de l'air, on accouple sur le même arbre deux machines semblables, de manière que les deux manivelles soient

à angle droit, Quelquefois aussi, en interrompant la conduite, on fait passer l'air refoulé sous une cloche (*régulateur*) analogue à celle des gazomètres, équilibrée en conséquence, et d'où l'air repart par un autre tuyau qui le conduit à la tuyère.

Fig. 62.



En général, la condition d'établissement d'une machine à cylindre est que, pour un orifice de tuyère donné, elle débite, par seconde, un poids d'air déterminé à une température également donnée.

Presque toujours l'excès de la pression dans la tuyère sur la pression atmosphérique est très-faible, et l'on peut alors sans inconvénient faire abstraction de la compressibilité de l'air ; par suite la théorie de la machine n'est autre chose que celle des pompes aspirantes et foulantes, dans laquelle on négligera, comme il est presque toujours permis de le faire, l'influence de la pesanteur. Dans le cas dont nous nous occupons, on reconnaît facilement que les travaux nécessaires pour insuffler un même poids d'air à des températures différentes t, t' se

trouvent dans le rapport $\frac{1+\alpha t'}{1+\alpha t}$, α étant le coefficient de dilatation du gaz.

L'air doit arriver, dans les hauts-fourneaux au coke, à une température très-élevée (200 à 600 degrés); pour obtenir ce résultat, on fait circuler une partie du tuyau de dégagement dans une enceinte à la température voulue ; cette partie est formée d'une série de tubes en U qui se raccordent, en vue d'obtenir une grande surface de *chauffe* sans exagérer les dimensions de l'enceinte. Nous ne croyons pas devoir nous arrêter à la description des différents systèmes employés pour le chauffage de l'air, et nous en resterons à ces généralités.

Dans l'appareil Bessemer, pour la production de l'acier, la production de l'air dans la tuyère est de $1\frac{1}{2}$ atmosphère, et alors, pour obtenir le travail qu'exige l'insufflation, il faut appliquer la formule du n° 19 de la troisième Partie.

40. *Ventilateurs.* — Ces machines sont avantageuses sous le double point de vue de la facilité et du bon marché de leur installation, du peu de place qu'elles occupent; mais leur emploi est subordonné à la condition que la pression dans la tuyère diffère peu d'une atmosphère, comme cela a lieu pour les cubilots, les fours à puddler, etc.

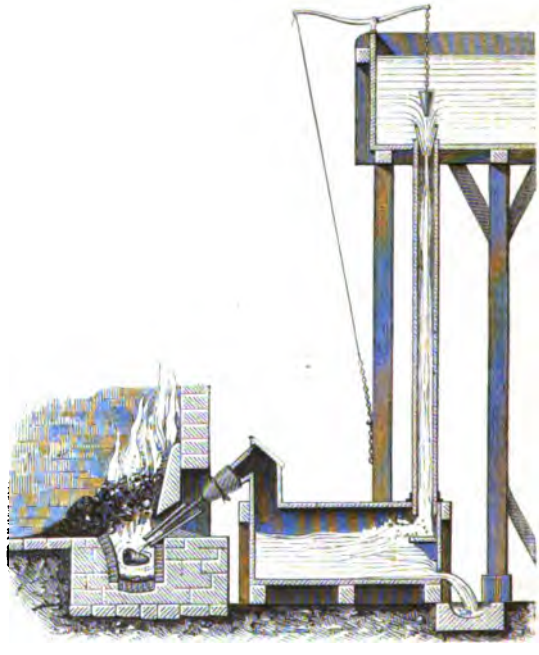
Un ventilateur n'est en principe que la pompe rotative du n° 29, dans laquelle on supprime le tuyau d'aspiration ; la théorie du ventilateur se déduira des formules du numéro précité en y supposant $\alpha = 1$ (parce que les conduites sont généralement d'une faible longueur et qu'elles ne présentent pas de changements brusques de section) et $H = 0$, attendu que l'action de la pesanteur ne produit, en général, que des effets insensibles.

41. *Vis pneumatique.* — On se sert quelquefois, pour l'aérage des mines, d'une hélice gyratoire, semblable à celle des bâtiments à vapeur, dont l'axe coïncide en direction avec celui du puits au-dessus duquel elle est placée. Elle est renfermée, en maintenant un faible jeu, dans une enveloppe cylindrique se raccordant avec l'orifice du puits. En imprimant à l'hélice une rotation dans le sens voulu, elle aspire l'air du

puits et le rejette au dehors. La théorie de cette machine s'établira facilement en suivant une marche semblable à celle que l'on a employée pour les moulins à vent.

42. *Trompes.* — Ces appareils, qui sont maintenant très-rarement employés, et dont l'origine remonte probablement à celle des premiers feux d'affinerie, se composent d'un tuyau vertical (*fig.* 63), partant du fond du bief d'amont aboutissant

Fig. 63.



à une caisse (*porte-vent*) à la partie supérieure de laquelle est adapté le tuyau qui se termine par la tuyère; vers sa partie inférieure se trouve un orifice latéral pour l'écoulement de l'eau.

Le tuyau de descente renferme, à sa naissance, une sorte d'entonnoir; à un niveau un peu inférieur, à l'extrémité de l'ajutage de cet entonnoir, on a pratiqué latéralement, dans le

même tuyau, des orifices qui, par suite de la diminution de pression due au changement brusque de section ou de mouvement, donnent accès à l'air dans l'intérieur du tuyau. Cet air est entraîné avec l'eau qui, au bas du tuyau, se brise contre une planchette disposée en conséquence : l'air se dégage ainsi du liquide et s'échappe par la tuyère en créant une pression dans le porte-vent.

Les trompes ne sont applicables qu'à de fortes chutes et ne peuvent donner qu'une faible pression dans la tuyère.

SIXIÈME PARTIE.

DES MACHINES A VAPEUR, A AIR CHAUD ET A GAZ.

CHAPITRE PREMIER.

DES MACHINES THERMIQUES EN GÉNÉRAL. — DIGRESSION SUR LA THERMODYNAMIQUE.

1. On donne le nom de *machine thermique* à toute machine qui a pour objet de transformer la chaleur en travail mécanique. Les *machines à vapeur*, à *air chaud*, à *gaz de l'éclairage*, dont nous nous occuperons spécialement dans ce qui suit, sont des machines thermiques; il en est de même des armes à feu, dont nous avons étudié les effets à la fin du deuxième Volume, et sur lesquelles nous n'avons plus à revenir.

Pour rendre plus claire l'exposition de certaines parties de la théorie des machines thermiques, nous avons cru devoir grouper ici quelques questions relatives au mouvement des fluides et à la Thermodynamique, que nous avons omis de traiter dans le deuxième Volume, pour que nous n'ayons plus à nous y arrêter.

2. *Généralités sur le mouvement permanent d'un fluide qui n'est soumis à l'action d'aucune force extérieure.* — En se reportant au n° 299 de la deuxième Partie, on a, entre la vitesse V d'un fluide qui n'est sollicité par aucune force extérieure dont le mouvement est permanent, son poids spécifique Π et la pression p, la relation

$$\frac{V\,dV}{g} = -\frac{dp}{\Pi}. \tag{1}$$

Nous supposerons que le fluide s'échappe d'un réservoir où la pression est maintenue constante et dont la section soit assez grande, par rapport à celle du tuyau dans lequel le fluide s'écoule, pour que l'on puisse considérer la vitesse comme nulle dans cette capacité.

Nous affecterons respectivement des indices o et 1 les quantités qui se rapportent au réservoir et au débouché.

3. *Examen du cas où la différence des pressions extérieures est faible.* — Supposons que Π soit uniquement fonction de la pression et que, pour $p \begin{matrix} < p_0 \\ > p_1 \end{matrix}$, $\frac{1}{\Pi}$ soit développable en série ordonnée suivant les puissances ascendantes de $p - p$; nous aurons

$$\frac{1}{\Pi} = \frac{1}{\Pi_0} + \left(\frac{d\frac{1}{\Pi}}{dp}\right)_0 (p - p_0) + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2\frac{1}{\Pi}}{dp^2}\right)_0 (p - p_0)^2.$$

En portant cette valeur dans l'équation (1), puis intégrant, on trouve

$$\frac{V_1^2}{2g} = \left[\frac{p_0 - p_1}{\Pi_0} - \frac{1}{1.2}\left(\frac{d\frac{1}{\Pi}}{dp}\right)_0 (p_0 - p_1)^2 + \frac{1}{1.2.3}\left(\frac{d^2\frac{1}{\Pi}}{dp}\right)_0 (p_0 - p_1)^3 - \dots\right].$$

Si l'excès de pression $p_0 - p_1$ est suffisamment petit, on pourra prendre approximativement

$$V_1 = \sqrt{2g\frac{p_0 - p_1}{\Pi_0}}. \tag{2}$$

4. *Introduction de l'élément calorifique dans la formule qui donne la vitesse d'écoulement d'un fluide.* — En intégrant par parties, l'équation (1) donne

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{p_0}{\Pi_0} - \frac{p}{\Pi} + \int_{t_0}^{t_1} \frac{dp}{\Pi}, \tag{3}$$

en désignant par t la température.

Or l'équation (6) du n° 6 de la troisième Partie donne, en remarquant que v y désigne $\frac{1}{\Pi}$,

$$Q_1 - Q_0 = u_1 - u_0 + \frac{1}{A}\int_{t_0}^{t_1} \frac{dp}{\Pi}, \tag{4}$$

Q étant la quantité de chaleur totale du fluide sous l'unité de poids à la pression p et à la température t, u sa *chaleur interne* et A l'équivalent mécanique de la chaleur.

Des équations (3) et (4) on déduit

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_0}{\Pi_0} - \frac{p}{\Pi} + A(Q_0 - Q_1 + u_1 - u_0). \tag{5}$$

Si la conduite peut être considérée comme étant imperméable à la chaleur, Q est constant et l'on a

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_0}{\Pi_0} - \frac{p_1}{\Pi_1} + A(u_1 - u_0). \tag{6}$$

5. *Vitesse d'écoulement d'un mélange de liquide et de vapeur qui n'éprouve ni perte ni gain de chaleur.* — Soient

x la proportion de vapeur contenue dans le mélange, sous la pression p et à la température t;

ρ le poids spécifique correspondant du fluide;

ϖ le poids spécifique du liquide supposé constant.

Le volume occupé par 1 kilogramme du mélange est

$$\frac{1}{\Pi} = \frac{x}{\rho} + (1 - x)\frac{1}{\varpi}; \tag{7}$$

mais, comme le terme en $\frac{1}{\varpi}$ représentant le volume occupé par le liquide est toujours relativement petit, on peut prendre tout simplement

$$\Pi = \frac{\rho}{x}. \tag{8}$$

L'équation (3) devient alors

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_0 x_0}{\rho_0} - \frac{p_1 x_1}{\rho_1} + \int_{t_0}^{t_1} p\,d\frac{x}{\rho}; \tag{9}$$

mais la première des équations du n° 29 de la deuxième Partie donne, en y supposant $dQ = 0$,

$$\int_{t_0}^{t_1} p\,d\frac{x}{\rho} = A\left(\int_{t_1}^{t_0} c\,dt + x_0\lambda_0 - \lambda_1 x_1\right),$$

c étant le poids spécifique du liquide, λ la chaleur interne

proprement dite de la vapeur, ou correspondant à la transformation du liquide, à t° en la vapeur à la même température.

L'équation (9) devient ainsi

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_0 v_0}{\rho_0} - \frac{p_1 v_1}{\rho_1} + A\left(\int_{t_1}^{t_0} c\,dt + \eta_0\lambda_0 - \eta_1\lambda_1\right),$$

ou, en ayant égard à la formule (35) du n° 28 de la troisième Partie,

$$\frac{V_1^2}{2gA} = \int_{t_1}^{t_0} c\,dt + \eta_0 r_0 - \eta_1 r_1, \tag{10}$$

r désignant la chaleur de vaporisation du liquide à t°.

On a ainsi ce théorème :

La chaleur correspondant à la demi-force vive du fluide est égale à l'excès des chaleurs totales de ce corps dans le réservoir et au débouché.

Dans le cas de l'eau, on pourra prendre très-approximativement

$$\int_{t_1}^{t_0} c\,dt = \frac{c_0 + c_1}{2}(t_0 - t_1).$$

Si η_0, t_0, t_1 sont des données de la question, on devra substituer à η_1, dans l'équation (10), sa valeur donnée par l'équation (39) de la troisième Partie.

Lorsqu'un mélange d'eau et de vapeur à t_0 s'échappe dans l'atmosphère, la vapeur au débouché est à la température correspondant à la hauteur de la colonne barométrique, soit 100 degrés si cette hauteur est de 0,76. Quant à la densité finale du mélange, elle est donnée par l'équation (8).

6. *Chaleur interne totale que possède le fluide lorsque toute sa force vive est éteinte à la suite de tourbillonnements dans la capacité qui le reçoit.* — La chaleur interne totale du fluide au débouché est

$$\int_0^{t_1} c\,dt + \lambda_1 = \int_0^{t_1} c\,dt + \left(r_1 - \frac{p_1}{\rho_1}\right)\eta_1.$$

Au moment où la vitesse sera annulée, cette chaleur se

trouvera augmentée de la quantité représentée par le second membre de l'équation (10) et sera ainsi

$$\int_0^{t_0} c\,dt + r_0 \eta_0 - \frac{1}{A}\frac{p}{\rho_1}\eta_1. \tag{11}$$

7. *Chaleur interne d'un jet d'eau chaude en arrivant dans l'atmosphère après que sa force vive est éteinte.* — Si η'_1 est la proportion de vapeur dégagée par ce jet, il est clair que la quantité de chaleur cherchée s'obtiendra en supposant $\eta_0 = 0$, $\eta_1 = \eta'_1$ dans l'expression (11) qui devient

$$\int_0^{t_0} c\,dt - \frac{1}{A}\frac{p}{\rho_1}\eta'_1. \tag{12}$$

8. *Chaleur interne d'un mélange d'un jet d'eau et d'un jet de vapeur humide s'échappant de la même chaudière lorsque sa force vive est détruite.* — Soit ε la proportion de vapeur *humide*, sortant de la chaudière, composée elle-même de la proportion η_0 de vapeur saturée sèche, qui doit entrer dans 1 kilogramme du mélange. On peut concevoir que le mélange s'effectue seulement après que la vapeur et l'eau ont perdu leur force vive.

La chaleur interne de la vapeur et de l'eau, immédiatement avant qu'il y ait mélange, s'obtiendra en ajoutant les expressions (11) et (12) multipliées respectivement par ε, $(1-\varepsilon)$, ce qui donne

$$\int_0^{t_0} c\,dt + r_0 \eta_0 \varepsilon_0 - \frac{1}{A}\frac{p_1}{\rho_1}[\eta_1 \varepsilon + (1-\varepsilon)\eta'_1]. \tag{\alpha}$$

Si l'on désigne par γ la proportion de vapeur sèche contenue dans le mélange, la chaleur interne finale est

$$\int_0^{t_1} c\,dt + \left(r_1 - \frac{1}{A}\frac{p_1}{\rho_1}\right)\gamma. \tag{\beta}$$

D'après l'équation (4), dans laquelle on doit supposer $Q_0 = Q_1$, la différence des quantités (α) et (β), ou

$$\int_{t_1}^{t_0} c\,dt + r_0 \eta_0 \varepsilon - r_1 \gamma - \frac{1}{A}\frac{p_1}{\rho_1}[\eta_1 \varepsilon + (1-\varepsilon)\eta'_1 - \gamma], \tag{7}$$

doit être égale à l'équivalent calorifique du travail extérieur développé pendant que le mélange s'opère.

Or si l'on néglige le volume occupé par le liquide, le volume du fluide a augmenté de

$$\frac{\gamma}{\rho_1} - \frac{\varepsilon\eta_1}{\rho_1} - \frac{1-\varepsilon}{\rho_1}\eta'_1 ;$$

d'où une production de travail dont l'équivalent calorifique est

$$(\delta) \qquad \frac{p_1}{A\rho_1}[\gamma - \eta_1\varepsilon - \eta'_1(1-\varepsilon)].$$

Les quantités (γ) et (δ) devant être égales, on a

$$(13) \qquad \varepsilon r_0\eta_0 = r_1\gamma + \int_{t_0}^{t_1} c\,dt,$$

équation qui fera connaître l'une des deux quantités ε, γ lorsque l'autre sera donnée.

Cette équation peut se mettre sous la forme suivante :

$$\varepsilon r_0\eta_0 + \int_0^{t_0} c\,dt = r_1\gamma + \int_0^{t_1} c\,dt,$$

ce qui exprime que *la chaleur totale du mélange est la somme des chaleurs totales de la vapeur et de l'eau dans la chaudière*, résultat évident au point de vue des idées que l'on admettait autrefois sur la chaleur.

9. *Remarque relative à l'écoulement de la vapeur d'eau saturée.* — Soit q le poids de vapeur sèche sortant de la chaudière par un orifice dont nous désignerons par ω l'aire de section. On aura, en vertu de ce qui précède et des formules (8) et (10),

$$(14) \qquad q = \mu\omega\frac{\rho_1}{\eta_1}\sqrt{\int_{t_1}^{t_0} c\,dt + \eta_0 r_0 - \eta_1 r_1},$$

μ étant un coefficient de dépense que l'expérience seule peut faire connaître.

Or, en comparant les résultats donnés par cette formule avec ceux des expériences que nous avons exécutées, avec

M. Minary, sur l'écoulement de la vapeur d'eau (*Annales des Mines*, 1860), on reconnaît que l'on peut prendre très-approximativement

$$(15) \qquad v = \mu \frac{\rho_1}{\eta_1} = \frac{\rho_0}{1 + 0{,}028\,(t_0 - t_1)},$$

d'où

$$(16) \qquad q = \frac{\rho_0}{1 + 0{,}028\,(t_0 - t_1)}\,\omega \sqrt{2gA\left(\int_{t_1}^{t_0} c\,dt + \eta_0 r_0 - \eta_1 r_1\right)}.$$

CHAPITRE II.

GÉNÉRALITÉS SUR LES MACHINES A VAPEUR.

10. On donne, en général, le nom de *machine à vapeur* à tout mécanisme qui a pour objet de permettre d'utiliser le travail produit par la pression d'une vapeur sur une pièce mobile ou *récepteur.*

Nous ne considérerons, quant à présent, que la vapeur d'eau, sauf à donner ensuite quelques détails sur les essais qui ont été faits relativement à l'emploi d'autres vapeurs.

Les machines à vapeur forment deux catégories : 1° les machines où le récepteur est animé d'un mouvement alternatif rectiligne ; 2° les machines rotatives, dans lesquelles le récepteur est animé d'un mouvement de rotation.

Malgré toutes les tentatives faites jusqu'à ce jour, les machines rotatives, qui, en principe, devraient présenter des avantages sur les autres, n'ont pas donné de résultats satisfaisants, par suite de difficultés matérielles d'exécution, de sorte qu'il en est fort peu question dans les arts industriels. Nous en ferons donc abstraction pour le moment, en nous réservant de décrire ultérieurement les combinaisons mécaniques les plus ingénieuses qui se rapportent à ce sujet.

Il est donc bien entendu que, quant à présent, nous ne nous occuperons que des machines à vapeur d'eau, dans lesquelles le récepteur, appelé *piston,* est animé d'un mouvement rectiligne alternatif.

Le piston, qui est cylindrique, se meut dans un cylindre creux de même diamètre; il est construit de telle façon qu'on peut le considérer comme joignant exactement la paroi du cylindre.

L'un au moins des fonds du cylindre laisse passer la tige du piston à frottement doux dans un *presse-étoupes* ou *stuffing-*

box, de manière à empêcher toute communication avec l'extérieur.

A quelques exceptions près, le mouvement alternatif est transformé en mouvement de rotation continu à l'aide de bielles et manivelles, du système du parallélogramme de Watt, etc..

La régularité du mouvement est assurée, quand il y a lieu, au moyen d'un volant.

L'appareil dans lequel on produit la vapeur, et que l'on appelle *chaudière* ou *générateur*, doit être considéré comme étant distinct de la machine, attendu qu'il peut être employé à d'autres usages.

Une machine est à *simple effet* ou à *double effet*, selon que la vapeur agit dans une oscillation complète du piston sur une seule de ses faces, ou alternativement sur ses deux faces.

Elle est à *détente* lorsque l'admission de la vapeur dans le cylindre n'a lieu que pendant une portion de la course du piston; dans l'autre partie de la course, la vapeur agit par expansion ou en se *détendant* sur le piston, sa pression allant en diminuant graduellement.

Le nom de *lumière d'admission* a été donné à l'orifice ou à chacun des deux orifices pratiqués dans la paroi du cylindre par où arrive la vapeur.

Lorsque la vapeur a agi sur l'une des faces du piston dans l'étendue de sa course, il faut qu'elle soit rejetée au dehors, ce qui a lieu par un orifice pratiqué dans le cylindre et appelé *lumière d'échappement*.

Le système d'organes mobiles qui produit l'admission, la détente et l'échappement, est ce que l'on nomme la *distribution*.

Si la résistance utile vient à diminuer, la vitesse de rotation s'accélère; mais alors un régulateur agit sur la *valve d'admission* de la vapeur dans la *botte de distribution*, pour réduire la quantité de vapeur introduite dans le cylindre, ou sur un organe particulier pour augmenter la détente. Le travail moteur étant ainsi réduit, bientôt le mouvement reprend l'uniformité, mais avec une vitesse un peu plus grande si le régulateur n'est pas isochrone.

De deux choses l'une, ou la vapeur qui a travaillé est rejetée dans l'atmosphère, ou elle est envoyée dans une capacité appelée *condenseur*, dans laquelle de l'eau froide se renouvelle périodiquement. Dans le premier cas, la machine est dite *sans condensation*, et le piston, dans l'oscillation suivante, éprouve une *contre-pression* un peu supérieure à la pression atmosphérique, en raison des résistances qui s'opposent à l'écoulement de la vapeur. Dans le second cas, la machine est à *condensation*, et la contre-pression est à peu près égale à la tension de la vapeur saturée correspondant à la température de l'eau du condenseur quand la condensation s'est opérée.

11. Les machines à vapeur se distinguent en :

1° *Machines fixes.*

2° *Locomobiles*, machines que l'on peut facilement transporter d'un point à un autre, et qui sont souvent montées sur roues. Elles sont, comme les précédentes, munies d'un volant et d'un régulateur.

3° *Locomotives*, qui ont pour objet de produire la traction sur les chemins de fer.

Dans les locomotives, comme dans les locomobiles, le mécanisme fait corps avec le générateur, et il n'y a pas de condensation.

Une locomotive est, en réalité, formée de deux machines dont les manivelles sont à angle droit et qui agissent sur un arbre commun; comme le moment d'inertie des pièces rotatives est considérable, le volant devient inutile. Il en est de même du régulateur, à raison de la surveillance constante qu'exerce le machiniste.

4° *Machines des bateaux* à vapeur, dans lesquelles il n'y a également ni volant ni régulateur.

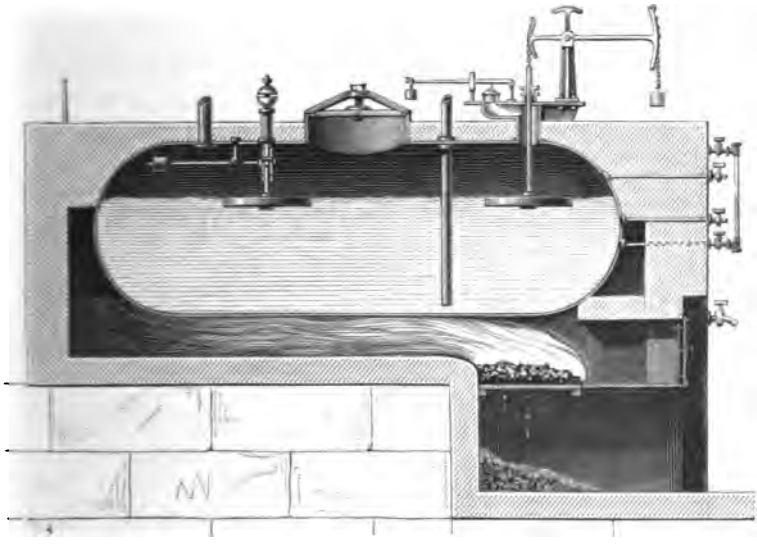
CHAPITRE III.

DES CHAUDIÈRES A VAPEUR.

§ 1. — *Des principaux types de générateurs.*

12. ***Chaudières cylindriques. — Notions sur la construction des chaudières.*** **— Les générateurs les plus simples pour les machines fixes se composent d'un corps cylindrique à axe horizontal (*fig.* 64), terminé par deux calottes sphériques, le tout en tôle de fer.**

Fig. 64.



Le cylindre, placé dans un massif en maçonnerie, repose sur des supports en fonte ou en briques ayant pour points d'appui la partie inférieure du massif. Ces supports sont reliés entre eux par une cloison en maçonnerie.

Au sommet se trouve une ouverture, le *trou d'homme*, fermé pendant la marche par une plaque de fonte, et qui a pour objet de permettre à un ouvrier de visiter et de nettoyer la chaudière.

Pour éviter que la vapeur puisée à la chaudière n'entraîne avec elle une trop forte proportion des gouttelettes d'eau projetées par l'ébullition, on fait aboutir le tuyau de prise de vapeur vers l'extrémité d'une capacité cylindrique verticale, le *dôme*, qui surmonte le sommet de la chaudière. Le dôme porte souvent le trou d'homme. Il est muni d'un tuyau d'échappement de la vapeur avec robinet que l'on fait fonctionner pour faire tomber la pression dans la chaudière lorsqu'on veut la vider. La vidange a lieu par un robinet adapté à la partie inférieure de la chaudière.

Le combustible est placé sur une grille dont le plan méridien de la chaudière est un plan de symétrie. Les gaz provenant de la combustion se meuvent de l'avant à l'arrière entre les deux supports, en léchant la partie inférieure de la chaudière jusqu'à son extrémité. A partir de là : 1° ou ils reviennent sur le devant par un canal ou *carneau* latéral dont la chaudière forme une paroi, retournent ensuite à l'arrière pour se rendre dans la cheminée par un carneau semblable au précédent et auquel on donne souvent une section un peu plus faible en raison de ce que les gaz étant moins chauds sont moins dilatés; 2° ou ils se rendent dans deux carneaux latéraux qui se réunissent sur le devant en un seul qui se rend à la cheminée. Le ciel de chaque carneau doit se trouver plus bas que le niveau de l'eau, pour un motif que nous ferons connaître ultérieurement.

On place souvent, dans le trajet des gaz de la chaudière à la cheminée, un, deux ou trois *réchauffeurs*, en désignant sous ce nom un tube chauffé par la fumée et où circule l'eau d'*alimentation* pour se chauffer avant de pénétrer dans la chaudière.

Nous croyons devoir entrer ici dans quelques détails techniques sur la construction de la chaudière, ce qui nous sera utile plus loin lorsque nous traiterons la question relative à la résistance des générateurs.

Le corps cylindrique est composé de tronçons ou *viroles*. Une virole, selon le diamètre qu'elle doit avoir, est formée d'une ou deux feuilles de tôle auxquelles on donne à chaud la forme cylindrique, de manière que le sens du laminage soit perpendiculaire aux génératrices.

Dans la région des bords qui doivent s'appliquer l'un sur l'autre, se trouvent percées deux lignes longitudinales de trous, qui se correspondent de l'une à l'autre, et qui ont le même diamètre; ces trous sont destinés à recevoir des *rivets*, clous à tige cylindrique d'un diamètre légèrement inférieur à celui des trous et dont la tête affecte la forme d'une calotte sphérique ou d'un cône très-ouvert.

Pour placer un rivet, on le chauffe au rouge blanc, le plus souvent dans un petit four portatif; on le fait pénétrer ensuite dans le double trou qu'il doit occuper, la tête dans l'intérieur, à l'aide d'un vérin ou d'un levier appuyé sur un chevalet selon le diamètre de la virole; on appuie la tête du rivet contre la tôle, puis on refoule la tige au marteau, de manière qu'elle exerce une pression sur la paroi des trous et qu'en même temps elle forme l'ébauche de la tête extérieure, que l'on termine en frappant sur un outil appelé *bouterolle*, qui présente en creux la forme de cette tête, forme identique d'ailleurs à celle de la tête intérieure.

Généralement, le rebord de la tête du rivet est égal au rayon de la tige (1).

Pour que les bords de la tôle s'adaptent bien l'un sur l'autre entre deux rivets consécutifs, il faut faire en sorte que les rivets soient placés aussi près que possible l'un de l'autre; l'extrême limite serait atteinte si les têtes se touchaient d'un rivet au suivant, et alors la distance des centres de deux trous consécutifs serait égale au double de leur diamètre; mais en

(1) Pour cintrer la tôle, on la chauffe au rouge, puis on l'introduit entre trois cylindres à axes parallèles. Deux de ces cylindres, qui servent de supports et reçoivent le même mouvement de rotation, sont identiques, et leurs axes sont situés dans un même plan horizontal. Le troisième, placé symétriquement par rapport aux deux autres, peut au moyen de vis en être plus ou moins éloigné selon la courbure que l'on veut obtenir.

pratique, en raison des exigences du travail, on est obligé d'augmenter ce rapport, que l'on porte au minimum à 2,5 (1).

Sur deux viroles consécutives, l'une a un diamètre inférieur à l'autre du double de l'épaisseur de la tôle, de telle manière qu'on puisse l'emmancher dans cette dernière. La réunion s'opère par une ligne circulaire de rivets disposés de la même manière que pour les lignes longitudinales (2). Les fonds s'adaptent également de la même manière aux viroles extrêmes du corps cylindrique.

Lorsqu'un fond est hémisphérique (*fig.* 65), il est formé

Fig. 65.

d'une calotte sphérique emboutie formant sommet à l'extérieur, correspondant à une ouverture de 60 degrés. A cette calotte se trouvent rivés six tronçons de fuseaux sphériques également rivés entre eux et qui complètent le fond.

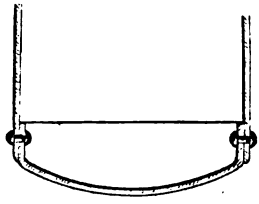
---

(1) Lorsque les centres de deux trous correspondants ne coïncident pas, il faut bien se garder, comme on le fait quelquefois, de chercher à les ramener à la coïncidence en y introduisant une broche en acier, sur laquelle on frappe à coups de marteau, car on tendrait, surtout lorsqu'on emploie des tôles aigres, à désagréger la matière entre deux trous consécutifs et à créer ainsi une ligne de rupture. Dans ce cas, pour donner passage au rivet, il faut donner un coup de burin du côté où le rivage doit avoir lieu; on emploie alors un rivet un peu plus long que les autres, de manière à bien remplir l'excès du vide produit.

(2) Quelques constructeurs jugent convenable d'employer des viroles légèrement coniques, de manière que chacune d'entre elles emboîte la précédente. On ne doit voir en cela qu'une affaire de convenance particulière de fabrication.

Les fonds de cette forme exigeant beaucoup de travail, on n'emploie plus guère maintenant que des fonds méplats, qui résultent de l'emboutissage d'une seule pièce (*fig.* 66). Le rap-

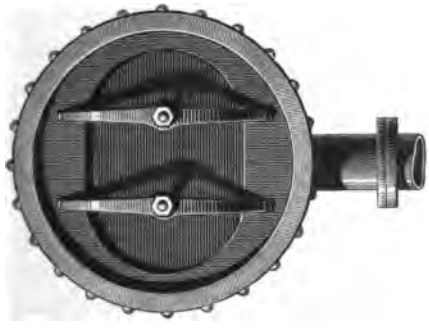
Fig. 66.



port de la flèche au diamètre ne varie généralement qu'entre $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{3}$.

Le trou de l'homme (*fig.* 67 et 68) est surmonté d'un cylindre

Fig. 67.

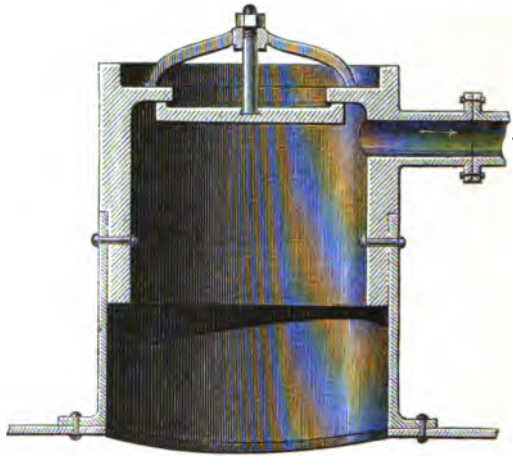


en tôle cloué suivant une de ses génératrices, rivé après la chaudière et qui est très-court lorsqu'il ne doit pas servir de dôme de vapeur. Ce cylindre est surmonté d'une pièce de fonte pénétrant dans son intérieur (1) sur une certaine longueur, de manière à pouvoir l'y fixer par une ligne circulaire de rivets. Cette pièce est percée à son sommet d'un trou ovale assez grand

(1) En vue de pouvoir *matter* les rivets, ce qui ne peut se faire sur la fonte.

pour servir de passage à un homme de dimensions ordinaires. Lorsque la chaudière doit fonctionner, on ferme cet orifice

Fig. 68.



par une plaque de fonte de même forme, mais de dimensions légèrement plus grandes (1), de telle manière qu'en l'obliquant convenablement on puisse la faire pénétrer dans l'orifice tout en opérant la fermeture du dedans au dehors. Deux tiges de fer sont fixées normalement à cette plaque suivant son grand axe et à égale distance du centre, par suite de la coulée de la fonte sur deux troncs de cône qui les terminent d'une part. Les autres extrémités des tiges, traversant deux chevalets en fer qui s'appuient sur les bords de l'orifice, sont filetées de manière à recevoir des écrous que l'on serre contre les chevalets pour produire l'obturation complète, à laquelle vient en aide la pression dans la chaudière à mesure qu'elle s'élève au-dessus d'une atmosphère. Ce genre de fermeture a reçu le nom de *fermeture autoclave*.

Lorsque le dôme ne sert pas de trou d'homme, on le termine par un fond sphérique ou par un siége en fonte destiné

(1) A la garniture en chanvre employée autrefois on a substitué une garniture en caoutchouc.

à recevoir les soupapes de sûreté, dont nous nous occuperons plus loin.

13. *Chaudières à bouilleurs.* — Ces chaudières, qui sont également comprises dans un massif en maçonnerie, se composent d'une chaudière semblable à celle que nous venons de décrire, reliée inférieurement à un, deux ou trois cylindres creux (*bouilleurs*) parallèles à son axe (le plus souvent deux), par des bouts de tuyaux appelés *cuissards*.

Dans le cas d'un bouilleur unique, son diamètre est souvent égal à celui de la chaudière. Dans les autres cas, il est beaucoup plus petit et les bouilleurs ont souvent une longueur différente de celle de la chaudière.

Une voûte, qui est traversée par les cuissards, sépare le corps cylindrique des bouilleurs, qui reçoivent ainsi l'action des gaz les plus chauds, ce qui préserve le générateur des coups de feu et en prolonge la durée, mais impose aux bouilleurs des réparations plus fréquentes. Il y a nécessairement autant de robinets de vidange qu'il y a de bouilleurs; chacun de ces robinets est adapté à l'extrémité antérieure du bouilleur par rapport au foyer, extrémité qui sort du massif et qui est munie d'une fermeture autoclave pour permettre le nettoyage. Les autres extrémités sont fermées par des fonds sphériques. Une chaudière à bouilleurs est souvent munie de réchauffeurs.

Fig. 69.

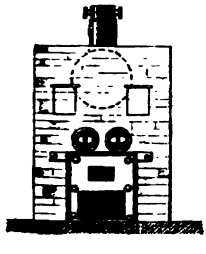
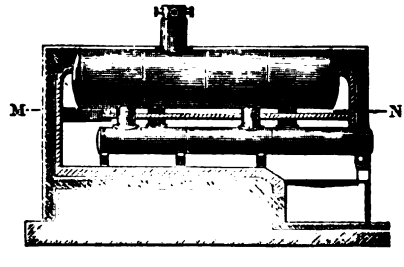


Fig. 70.



La partie principale de la chaudière est chauffée par des carneaux en retour de flamme, semblables à ceux de la chaudière précédente et dont le sol est formé par l'extrados de la voûte.

Les *fig.* 69, 70, 71, 72, 73, 74 se rapportent à un type de chaudière à deux bouilleurs. La première représente l'éléva-

Fig. 71.

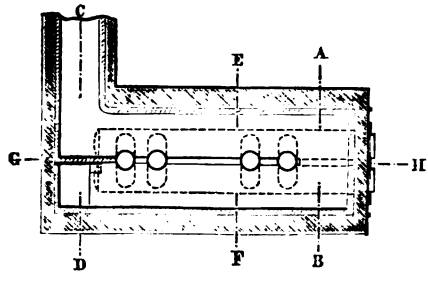
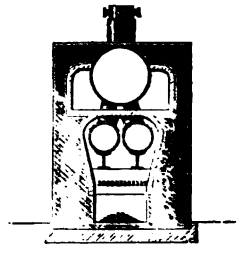


Fig. 72.



tion du massif vu de face ; la seconde une coupe suivant GH de la *fig.* 71 ; cette dernière une coupe suivant MN de la précédente ; les *fig.* 72, 73, 74, des coupes suivant AB, EF, CD.

Fig. 73.

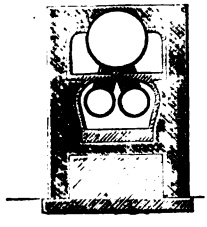
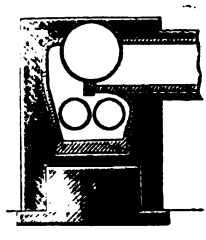


Fig. 74.



Il y a avantage à augmenter autant que possible la somme des sections des cuissards, en vue de rendre plus facile l'écoulement, dans la chaudière, de la vapeur formée dans les bouilleurs. Lorsqu'elle est trop faible, l'eau de la chaudière descend difficilement dans les bouilleurs, la vapeur s'y accumule en grande quantité, l'eau ne les remplissant plus qu'incomplétement n'enlève pas aux parois une quantité de chaleur suffisante ; certaines parties de la surface peuvent dépasser la température à laquelle l'eau cesse de mouiller le fer et peuvent atteindre la température rouge. Le danger d'explosion apparaît, et, s'il ne se réalise pas, le métal est exposé à une oxydation énergique qui l'amincit rapidement, au point d'exiger en

peu de temps une réparation urgente. Un bouilleur ne doit avoir que deux cuissards respectivement situés dans les régions d'avant et d'arrière; car autrement les inégalités de dilatation du bouilleur, dues au décroissement de température de l'avant à l'arrière, gênées par l'installation de trois ou quatre cuissards, donneraient lieu à des fuites aux joints de ces derniers avec les pièces qu'ils réunissent.

Pour satisfaire à la condition relative à la grandeur de la section, il faut que les cuissards aient la forme circulaire et qu'ils aient le plus grand diamètre que comporte le mode de fixation au bouilleur. M. Guillemin (de Casamène) donne ainsi $0^m,40$ de diamètre aux cuissards correspondant à des bouilleurs de $0^m,50$.

Un grand nombre de chaudières du commerce ont des cuissards en fonte de forme elliptique, dont le grand axe de la section est parallèle aux génératrices des bouilleurs et du corps cylindrique. Ce système est doublement défectueux : d'abord la section est trop faible pour un même périmètre, puis les inégalités de température de la tôle et de la fonte sont hostiles au maintien des joints. Si, de plus, le corps de la chaudière ou un bouilleur est à réparer, il faut sortir tout le générateur du massif. Il convient donc de supprimer l'emploi de la fonte pour les cuissards, de leur donner une forme circulaire, enfin de les former de deux parties, respectivement clouées à la chaudière et au bouilleur, que l'on puisse facilement séparer en cas de réparations.

M. Guillemin (de Casamène) a adopté la disposition suivante, qui est beaucoup plus simple qu'elle ne paraît au premier abord et qui remplit les conditions ci-dessus énoncées.

La *fig.* 75 représente une coupe passant par les axes du bouilleur et de la chaudière :

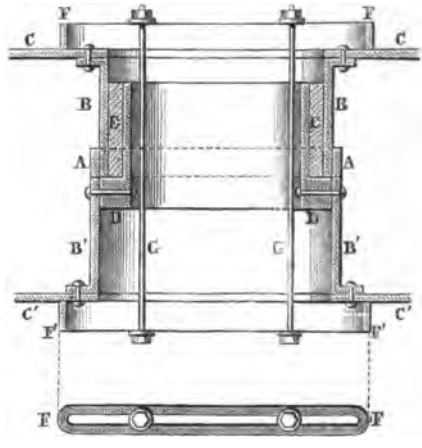
BB, B'B', bouts de cuissard de même longueur, respectivement rivés à la chaudière C et au bouilleur C', le diamètre du premier étant inférieur d'une double épaisseur de tôle du diamètre du second pour que l'emboîtement puisse avoir lieu;

AA, cercle en fer placé à chaud sur le premier bout, à sa jonction avec l'autre, ayant l'épaisseur de la tôle;

DD, collier en fonte rivé à B'B', déterminant avec BB un espace annulaire EE dans lequel on introduit du mastic de fonte pour faire le joint (1);

FF, F'F', étriers en fer en forme de coulisse, placés le long de C, C', au-dessus et au-dessous de la communication;

Fig. 75.



G, G, boulons placés aussi près que possible de DD, traversant les rainures des étriers FF, F'F' et tendus par des écrous ayant le premier pour appui.

Ces boulons établissent la solidarité entre la chaudière et le bouilleur, solidarité que l'on peut détruire avec la plus grande facilité en desserrant les écrous de l'intérieur du corps cylindrique.

14. *Chaudières à foyer intérieur.* — Une chaudière à foyer intérieur se compose de deux enveloppes cylindriques à axes parallèles, excentriques, l'une extérieure à l'autre. L'enveloppe intérieure reste ouverte aux deux bouts, est reliée à l'enveloppe extérieure par une cornière et des rivets, à deux plaques fer-

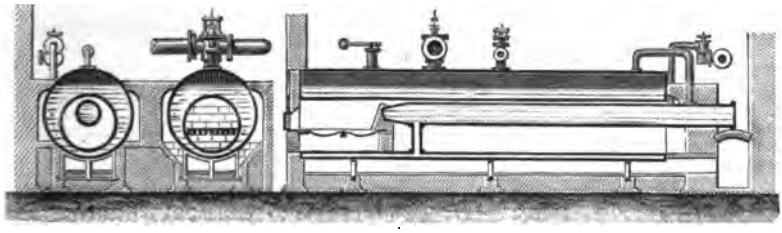
(1) Mélange à chaud, en proportion convenable, de limaille de fonte et de soufre, ou limaille de fonte humectée avec du vinaigre étendu d'eau.

mant l'intervalle compris entre les deux enveloppes et où se trouvent l'eau et la vapeur.

La grille est dans le cylindre intérieur que parcourent, en premier lieu, les gaz de la combustion. Ces gaz chauffent ensuite le cylindre extérieur, renfermé dans un massif de maçonnerie, en suivant des carneaux semblables à ceux des chaudières précédentes.

Dans les chaudières dites *de Cornwall* (*fig.* 76), l'enveloppe

Fig. 76.



intérieure renferme un bouilleur commençant à l'extrémité postérieure de la grille et qui se termine d'autre part au-delà du massif. Le bouilleur communique respectivement vers ses extrémités antérieure et postérieure avec la partie inférieure et la partie supérieure de la chaudière.

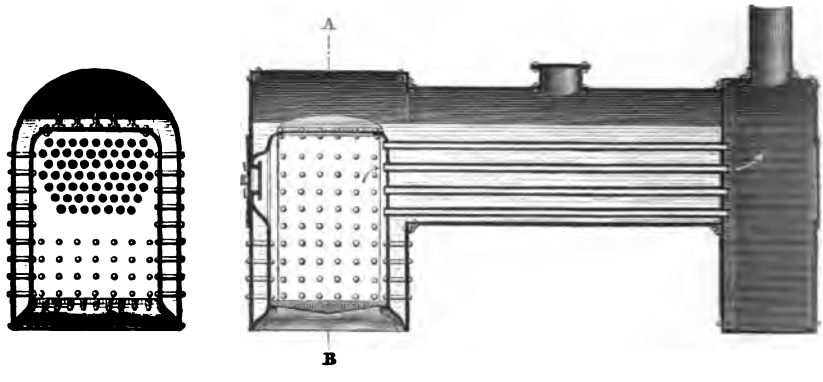
On construit aussi des chaudières formées de deux corps cylindriques placés l'un au-dessus de l'autre; le corps cylindrique inférieur, qui joue le rôle de bouilleur, renferme le foyer.

15. *Chaudières tubulaires.* — Ces chaudières (*fig.* 77) sont ainsi nommées parce que les gaz de la combustion circulent dans des tubes qui traversent la masse d'eau. La partie du générateur qui renferme les tubes se termine par deux fonds plats reliés l'un à l'autre, lorsque leur surface dépasse une certaine limite, par des tirants en fer; ces fonds sont percés de trous sur les bords desquels viennent s'ajuster les extrémités des tubes. Les fonds, pliés en forme de cornière, sont cloués au corps de la chaudière.

Les tubes, que l'on faisait exclusivement en laiton autrefois, sont maintenant le plus généralement en fer étiré.

Dans certains générateurs cylindriques avec ou sans bouilleurs, les tubes remplacent les carneaux latéraux.

Fig. 77.



On fait aussi des chaudières à foyer intérieur avec bouilleur tubulaire.

Mais le système tubulaire, qui offre l'avantage de donner sous un faible volume du générateur une *surface de chauffe* (1) considérable, reçoit surtout son application dans la construction des chaudières des locomotives, auxquelles nous allons nous arrêter quelques instants.

La chaudière se compose d'un foyer intérieur, fermé à la partie inférieure par la grille et enveloppé d'eau sur toutes ses parois; il communique avec une série de tubes horizontaux, traversant la masse d'eau, dans lesquels passent les gaz de la combustion pour se rendre dans la cheminée : le tout est compris sous une enveloppe extérieure.

La partie du foyer qui reçoit le combustible (*botte à feu*) a la forme d'un parallélépipède rectangle; elle est le plus généralement en cuivre rouge, quelquefois en fer; mais ce dernier métal s'altère facilement au contact du combustible en ignition, surtout sous l'action de l'eau dont les suintements

(1) On désigne ainsi, d'une manière générale, la surface de la partie du générateur en contact d'un côté avec l'eau et de l'autre avec les gaz de la combustion.

déterminent une rapide oxydation. Le cuivre rouge, au contraire, ne s'use que lentement et sans perdre ses propriétés physiques; il est d'un emploi plus sûr et moins coûteux au point de vue des réparations. Une seule feuille forme le ciel ou *plafond* et les parois latérales; deux autres feuilles de même épaisseur, dont les bords sont pliés en forme de cornière, forment respectivement la *paroi postérieure* ou la *plaque tubulaire* qui reçoit les tubes, et la *paroi antérieure*, dans laquelle est percée la porte du foyer. Ces trois plaques sont assemblées au moyen de rivets en cuivre ou en fer. On donne à la plaque tubulaire un surcroît d'épaisseur dans la région des tubes, pour que l'assemblage de ces derniers, qui s'opère par pression, ait une base suffisante.

A l'exception de la partie qui reçoit les tubes, les parois verticales de la boîte à feu sont percées de trous taraudés, distribués symétriquement sur toute la surface, et correspondent à des trous pareils pratiqués dans l'enveloppe extérieure ou *boîte à feu extérieure;* ces trous reçoivent les extrémités d'entretoises filetées, en cuivre rouge, qui relient les deux boîtes à feu, et qui sont rivées à l'extérieur et à l'intérieur. Le plafond est soutenu par de fortes *armatures* en fer forgé ayant la forme d'un solide d'égale résistance, disposées dans le sens de la longueur de la machine, venant s'appuyer sur la tranche des parois verticales; elles sont reliées à vis, au ciel, par de forts boulons en cuivre. De cette manière, ce sont les armatures qui supportent surtout les efforts dus à la pression de la vapeur.

A la porte du foyer, la jonction entre les deux boîtes à feu s'opère au moyen d'une virole en fer, fixée par des entretoises également en fer, rivées à leurs deux extrémités. A la partie inférieure, un cadre en fer opère la fermeture de l'espace réservé à l'eau et à la vapeur. La porte du foyer est aussi en fer; elle est de forme ovale et mobile sur deux gonds fixés à la chaudière. Elle est garnie intérieurement d'une autre plaque qui en est maintenue à une distance de $0^m,06$ à $0^m,07$, par des tiges en fer. Cette plaque, recevant l'action directe du foyer, concourt à empêcher le refroidissement et à préserver la porte.

Les tubes, disposés en quinconce, sont fixés dans la boîte à feu et dans la *boîte à fumée*, sur laquelle nous reviendrons, au moyen de *bagues* ou viroles en acier, cylindriques à l'intérieur, légèrement coniques à l'extérieur et amincies au bout qui pénètre dans le tube. Les tubes sont enfilés dans les trous correspondants des deux plaques tubulaires par la porte de la boîte à fumée. On chasse fortement les viroles au marteau, d'abord dans la boîte à fumée, puis dans la boîte à feu.

La partie supérieure de l'enveloppe du foyer affecte généralement la forme d'un demi-cylindre.

Le corps cylindrique de la chaudière s'assemble aux deux plaques tubulaires au moyen de cornières en fer affiné au bois. On l'enveloppe, pour éviter autant que possible la déperdition de la chaleur, de matières peu conductrices, feutre, douves en bois, maintenues par une enveloppe extérieure en tôle de faible épaisseur. Nous n'avons rien à ajouter à ce que nous avons dit plus haut sur le trou d'homme.

La boîte à fumée, partie postérieure de la chaudière, a la même forme que l'enveloppe extérieure de la boîte à feu; mais elle descend moins bas et forme un cylindre complet. La cheminée est placée à son sommet.

Pour consolider la chaudière, on relie l'une à l'autre les deux plaques tubulaires par des tirants en fer.

Les chaudières des machines locomobiles présentent des dispositions analogues; mais le plus souvent la boîte à feu est cylindrique, ce qui la rend moins coûteuse.

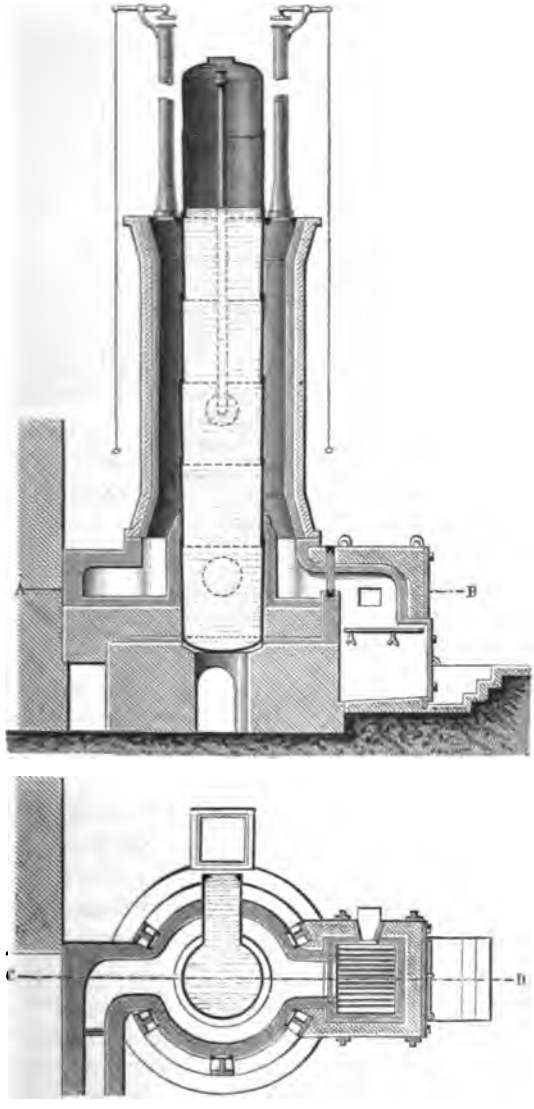
16. *Chaudières verticales.* — Par suite d'exigences spéciales relatives à l'emplacement, on est quelquefois obligé d'avoir recours à des chaudières à axe vertical.

La plus simple de ces chaudières (*fig.* 78) se compose d'un corps cylindrique vertical terminé par deux fonds méplats ou hémisphériques. Le foyer se trouve à la base. Les gaz provenant de la combustion se rendent, soit dans une enceinte limitée par une maçonnerie dans laquelle est placée la chaudière, soit dans un carneau hélicoïdal entourant le générateur.

Lorsque la chaudière est à foyer intérieur, les deux enveloppes sont concentriques; l'eau doit recouvrir le fond supé-

rieur du foyer, pour des motifs que nous ferons connaître

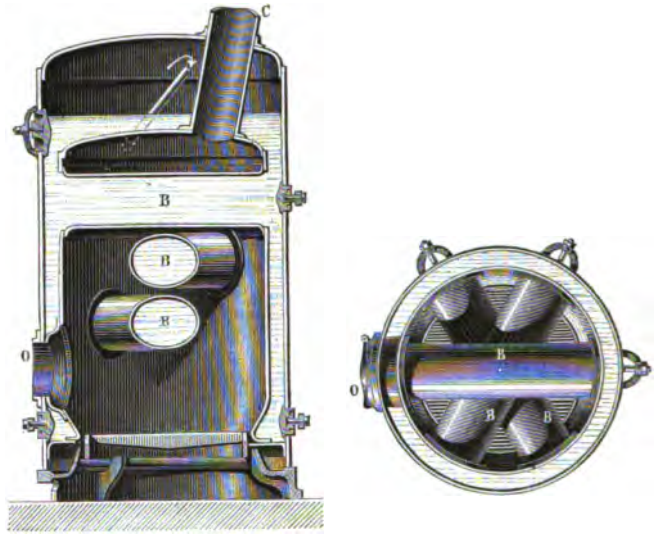
Fig. 78.



plus loin. La chaudière à foyer intérieur, représentée par la

fig. 79, est munie de trois bouilleurs BBB; O est la porte du foyer, C la cheminée.

Fig. 79.



Enfin le système tubulaire s'applique (*fig.* 80) facilement aux chaudières verticales.

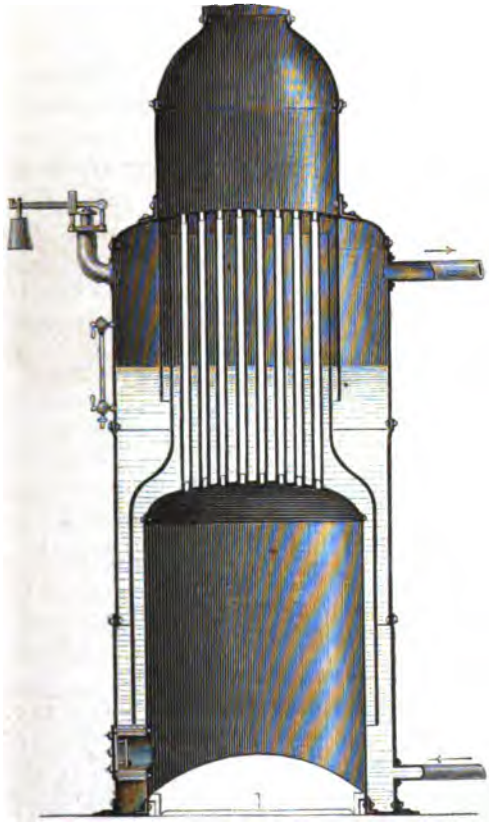
Les chaudières verticales exigent, au point de vue de l'alimentation, des soins particuliers; car, comme la surface du niveau de l'eau est peu étendue, le moindre excès de dépense de vapeur peut, faute d'une attention soutenue de la part du chauffeur, amener ce niveau en contre-bas de la limite supérieure de la surface de chauffe, ce qui crée un danger d'explosion. D'autre part, lorsque ces chaudières ont une hauteur notable, la tension des bulles de vapeur formées à la base, étant supérieure à celle qui a lieu au sommet, se dégage en produisant dans la masse liquide des soubresauts qui se transmettent à la chaudière et tendent à la disloquer.

Enfin, en cas d'explosion, les projections, pouvant avoir lieu dans toutes les directions sur une grande surface, peuvent entraîner des conséquences bien plus graves que si la chaudière était horizontale.

Les chaudières verticales offrent encore ces autres inconvénients :

1° La production de vapeur par mètre carré de surface de chauffe est plus faible que dans les chaudières horizontales.

Fig. 80.



2° Le refroidissement extérieur est beaucoup plus considérable.

3° Les dépôts, dans le fond de la chaudière, atteignent rapidement de grandes épaisseurs et obligent à des nettoyages très-fréquents.

4° La surface liquide étant beaucoup plus restreinte que dans les autres, les variations de niveau sont bien plus grandes, l'ébullition plus tumultueuse projette de grandes quantités de poussière d'eau dans la vapeur, en sorte que celle-ci est très-humide et donne des eaux de condensation très-abondantes dans les conduites et dans les machines.

5° La surveillance et le service sont moins faciles, à cause des grandes hauteurs de ces appareils.

Aussi ne doit-on faire usage de chaudières verticales que lorsqu'il y a toute impossibilité de faire autrement.

17. *Des effets destructeurs des eaux acides sur les chaudières.* — Souvent on ne peut se dispenser d'alimenter les chaudières employées dans les exploitations de mines avec des eaux tenant en dissolution des sulfates de fer et d'alumine, matières qui constituent une cause de destruction de l'enveloppe. Il est, en effet, impossible d'éviter que la hauteur du niveau de l'eau n'éprouve des variations qui peuvent atteindre 0,20; une zone de la surface intérieure du générateur se trouve ainsi tantôt émergée, tantôt immergée. Lorsqu'elle est émergée, la couche d'eau qui la recouvre, d'abord très-peu acide, se concentre de plus en plus, par l'évaporation jusqu'à siccité, et corrode la tôle; la zone subit un décapage lorsque le niveau vient à s'élever et se trouve ainsi toute préparée à être corrodée de nouveau, à la suite de l'abaissement suivant du même niveau.

Cette zone pourrait être protégée par une lame de tôle que l'on remplacerait en temps voulu.

Si l'on neutralisait l'acidité par un lait de chaux, on retomberait sur les inconvénients et les dangers que présentent les eaux, dites *séléniteuses*, qui renferment de la chaux sulfatée (sélénite), dont il sera question ci-après. L'emploi d'un carbonate alcalin serait, pour arriver à la neutralisation des eaux, trop dispendieux.

Mais on peut éviter l'emploi des eaux acides dans l'alimentation des chaudières, en ayant recours à la disposition adoptée dans la navigation maritime et dont nous nous occuperons en temps et lieu.

18. *Des dépôts et incrustations.* — Les eaux des terrains calcaires renferment en dissolution, en faveur d'un excès d'acide carbonique, et souvent en suspension, du carbonate de chaux auquel vient se joindre quelquefois du carbonate de magnésie.

Les eaux qui traversent les terrains gypseux dissolvent du sulfate de chaux dans une proportion qui peut atteindre $\frac{1}{100}$.

Lorsque l'eau d'alimentation d'une chaudière est calcaire, son excès d'acide carbonique se dégage dès qu'elle entre dans le générateur : ce gaz et les bulles de vapeur entraînent à la surface le carbonate de chaux qui était retenu en dissolution ; les particules calcaires, obéissant à des forces moléculaires, se groupent en masses spongieuses; ces masses se contractent graduellement, deviennent bientôt plus denses que l'eau et se précipitent au fond de la chaudière.

Le sulfate de chaux se comporte de la même manière, mais uniquement sous l'influence de la vaporisation.

Les eaux calcaires et calcaréo-magnésiennes ne produisent généralement que des boues.

Les eaux séléniteuses, qui sont toujours calcaires, donnent lieu à des incrustations.

Les boues n'offrent d'autres inconvénients que ceux d'exiger un nettoyage plus ou moins fréquent, et de diminuer, à mesure qu'elles augmentent d'épaisseur, la transmission de la chaleur du foyer à l'eau de la chaudière et par conséquent la production de vapeur par kilogramme de combustible.

Les incrustations présentent, en outre, l'inconvénient d'être souvent très-adhérentes à la paroi et de ne pouvoir être enlevées qu'en s'exposant à endommager la chaudière ; de plus, elles exposent la paroi, qui n'est plus en contact avec l'eau, à des surchauffes qui favorisent leur destruction par oxydation, d'autant plus rapidement que les dépôts sont plus épais et la paroi plus fortement chauffée. Enfin les incrustations peuvent occasionner des accidents; car, si elles se détachent subitement sur une certaine étendue et mettent en contact avec l'eau une portion rougie de la paroi, il peut en résulter une production spontanée de vapeur déterminant une pression capable de produire la rupture et l'explosion de la chaudière.

Un grand nombre de tentatives ont été faites en vue d'em-

pêcher les incrustations de se produire, en mettant dans l'eau certaines substances, telles que des matières chargées de tannin, qui se fixent sur les éléments solides et les empêchent de se réunir.

L'argile et les matières amylacées s'opposent également à l'agrégation de la matière, mais offrent l'inconvénient de rendre les eaux mousseuses et de favoriser l'entraînement de l'eau par la vapeur.

On diminue l'adhérence des matières terreuses avec la chaudière en enduisant sa surface intérieure de plombagine après chaque vidange.

On peut rejeter au dehors, à mesure qu'elles se produisent, les matières terreuses, au moyen de dispositions basées sur leur mode de formation et sur ce que les remous, dans un liquide en mouvement, ont pour effet de provoquer le dépôt des matières solides qu'il tient en suspension. On se débarrassera donc des matières dont il s'agit en créant dans la masse d'eau des mouvements qui les entraîneront dans des chambres disposées de manière à créer des tourbillonnements, où elles se déposeront et d'où l'on pourra facilement les enlever. C'est ce que M. Dumery est parvenu, le premier, à réaliser avec son déjecteur; c'est ce que réalisent également les chaudières dites *à circulation*.

19. *Déjecteur Dumery.* — Soit (*fig.* 81) A un réservoir renfermant de l'eau à T degrés, d'où partent deux tuyaux C, C', aboutissant d'autre part à une capacité inférieure B; la section commune de C et C' est supposée très-petite par rapport à celles de A et B.

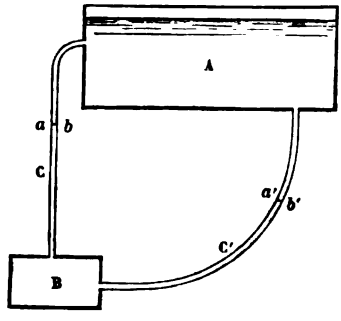
Supposons que, par un procédé quelconque, on soit parvenu à maintenir à la température T l'eau contenue dans les tuyaux C, C' jusqu'aux sections ab, $a'b'$, la première se trouvant à un niveau supérieur à l'autre; que le reste de l'appareil soit maintenu à la température $t < T$. L'eau descendra de A dans B par C et y remontera par C'. En admettant qu'il en soit ainsi, nous allons vérifier le fait par le calcul.

Soient

h la hauteur verticale de ab au-dessus de $a'b'$;

V, v les vitesses de l'eau dans les parties du tuyau à T° et à t°;
α le coefficient de dilatation de l'eau;

Fig. 81.



II le poids spécifique du liquide à zéro, les poids semblables à t°
et T° étant $\frac{\Pi}{1+\alpha t}$, $\frac{\Pi}{1+\alpha T}$;

P, p les pressions en ab, $a'b'$;

K, k les proportions de la charge perdue dues aux élargissements brusques entre ab, $a'b'$ et au frottement lorsque l'eau se rend dans A et B.

Nous aurons, d'après les principes de l'Hydraulique,

$$\frac{p-P}{\Pi}(1+\alpha T)-h-K\frac{V^2}{2g}=0,$$

$$\frac{P-p}{\Pi}(1+\alpha t)+h-k\frac{v^2}{2g}=0;$$

d'où, par l'élimination des pressions,

$$\frac{k(1+\alpha T)v^2+K(1+\alpha t)V}{2g}=h\alpha(T-t).$$

Mais, en raison de la permanence du mouvement, on a

$$\frac{v}{1+\alpha t}=\frac{V}{1+\alpha T};$$

par suite

$$\frac{V^2}{2g}\left\{K\left[1-\frac{\alpha(T-t)}{1+\alpha T}\right]+K\right\}(1+\alpha t)=h\alpha(T-t),$$

ou, en remarquant que $\frac{\alpha(T-t)}{1+\alpha T}$ est toujours une fraction négligeable devant l'unité,

$$\frac{V^2}{2g}(K+k)(1+\alpha t)=h\alpha(T-t), \tag{1}$$

d'où

$$V=\sqrt{2gh\frac{\alpha(T-t)}{(K+k)(1+\alpha t)}} \tag{2}$$

et

$$v=\sqrt{2gh\frac{\alpha(T-t)}{(K+k)(1+\alpha T)}}. \tag{2'}$$

La valeur de V ne sera nulle que si l'on a $h>0$ en même temps que $T>t$, comme nous l'avons supposé.

Si aux environs de B les tuyaux C et C′ sont respectivement vertical et horizontal, le carré de la vitesse perdue dans cette capacité sera $2v^2$, et, en négligeant la contraction à l'entrée dans C et le frottement, on peut prendre $k=2$; la force vive de l'eau à son retour dans A étant à peu près perdue, on aura $K=1$.

Cette conception théorique a été réalisée ainsi qu'il suit par M. Dumery (*fig.* 82) :

A représente la chaudière;

C est un tuyau extérieur au massif, partant de la chaudière un peu en contre-bas du niveau limite inférieur.

B est une caisse cylindrique en fonte, terminée à sa partie inférieure par un cône ayant un robinet R à son sommet;

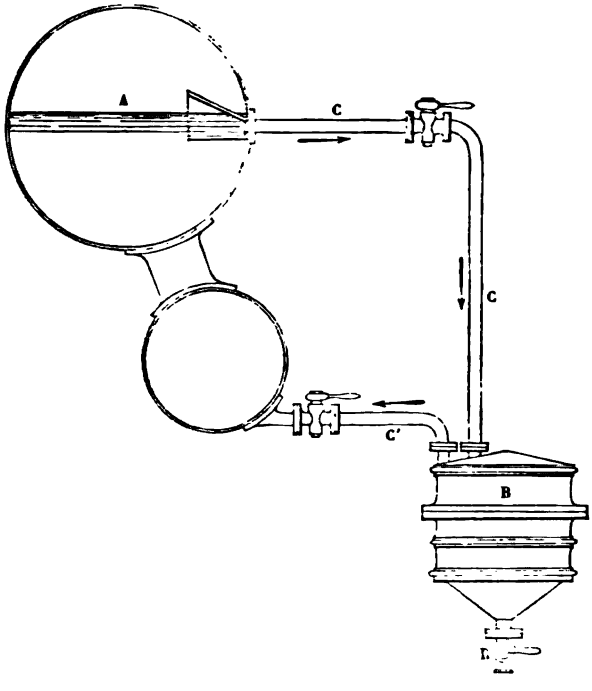
C′ est un tuyau partant latéralement de la caisse et aboutissant au fond de la chaudière.

Par suite de la présence d'un ménisque maintenu à distance du débouché de C dans la capacité B, l'écoulement du fluide a lieu par filets horizontaux dans cette capacité.

Le tuyau C débouche dans la capacité B, au centre d'une

cloison spiraloïde verticale formée par une feuille de tôle et qui se termine à la paroi de la caisse, vers l'embouchure de C'.

Fig. 82.



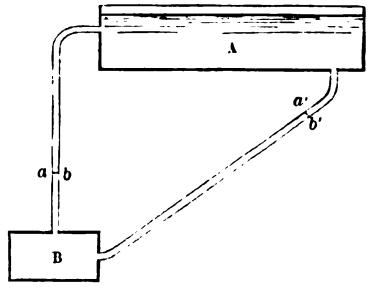
L'eau descend par ce tuyau C refroidi par le contact de l'air, forme dans B des remous régularisés par la cloison, se dépouille des matières en suspension, formées au niveau du liquide dans la chaudière, entraînées dans le mouvement, et rentre par C' dans A.

Le chauffeur purgera de temps en temps l'appareil des matières solides qu'il reçoit en ouvrant le robinet R.

Dans le département du Doubs, où les eaux sont très-calcaires, nous avons constaté que des chaudières étaient, au bout de six mois de marche, aussi propres que lors de la mise en feu; tandis que, avant qu'on leur adaptât le déjecteur, il était urgent de les nettoyer au moins tous les mois.

20. *Des chaudières à circulation d'eau. — Chaudière de M. Guillemin.* — Supposons que, T étant inférieur à *t*, *h* soit négatif, ou qu'au lieu de la *fig.* 81 on ait la *fig.* 83; d'après

Fig. 83.

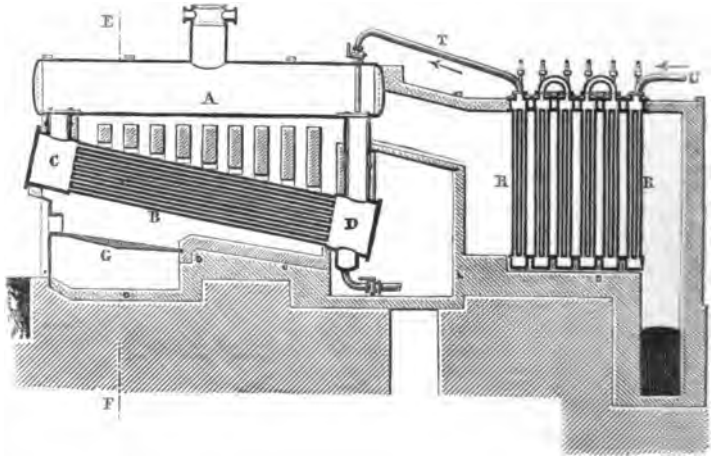


les formules (1) et (2), la circulation aura encore lieu de C vers C', et les dépôts se formeront en B.

C'est sur ce principe que reposent les systèmes de chaudières imaginées par MM. Howard,... Guillemin (de Casamène).

Nous nous bornerons à décrire le dernier de ces généra-

Fig. 84.



teurs, qui est bien certainement celui qui remplit les meil-

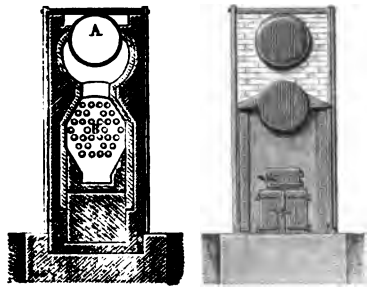
leures conditions de durée et d'entretien. Il est représenté par les *fig.* 84, 85, 86, et se compose d'un corps cylindrique A relié par des cuissards partant de ses extrémités, dans le voisinage du niveau, à un faisceau de tubes situés dans le foyer et inclinés de l'avant à l'arrière.

L'extrémité inférieure des tuyaux étant la partie de la chaudière la plus échauffée, il se produit un mouvement de circulation et les matières boueuses viennent se déposer dans la capacité D, d'où on les expulse en ouvrant un robinet.

RR est un système de tubes (*réchauffeur*) placés dans le parcours de la fumée et dans lesquels circule l'eau d'alimentation ; U et T désignent respectivement les tuyaux d'arrivée et de sortie de l'eau.

La *fig.* 86 représente le massif vu de face, et la *fig.* 85 une coupe suivant ET.

Fig. 85. Fig. 86.



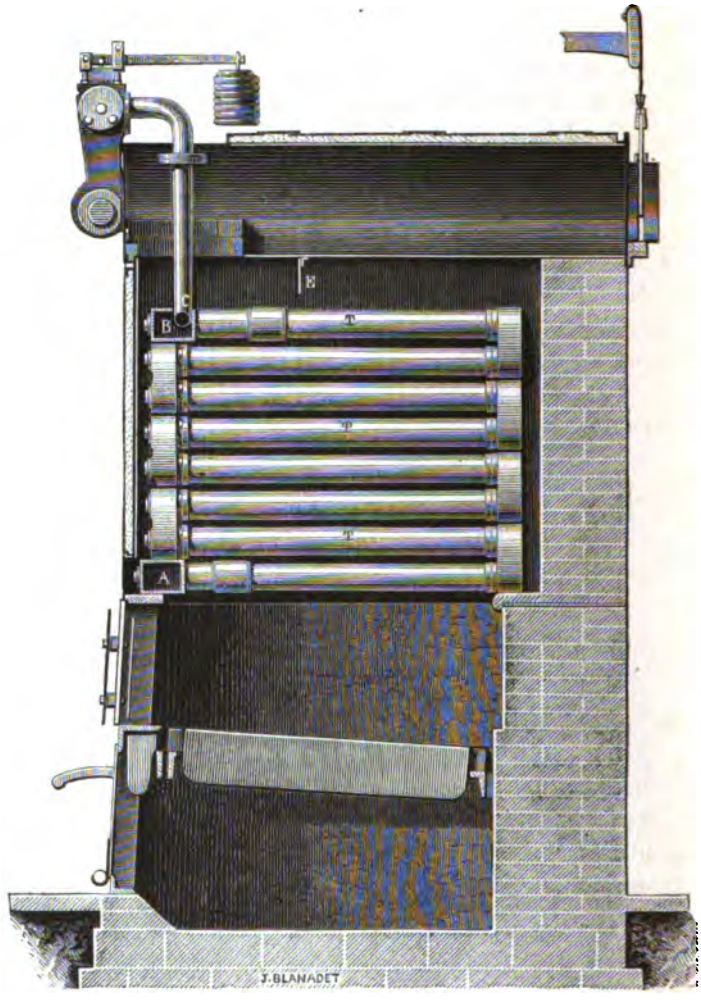
Les chaudières à circulation ont été imaginées en vue de régulariser autant que possible la température dans les différentes parties de la chaudière. Les ingénieurs anglais seuls attachent quelque importance à cette condition : c'est pourquoi nous ne dirons rien des générateurs à circulation qu'ils ont imaginés, mais qui ne se décrassent pas d'eux-mêmes.

21. *Générateur de M. Belleville.* — Ce générateur, qui est à circulation, a reçu de son inventeur la qualification d'*inexplosible*, parce que, la quantité d'eau et de vapeur qu'il renferme étant très-faible par rapport à celle d'une chaudière à bouilleurs de même surface de chauffe, le seul accident que l'on

puisse redouter est la rupture de l'un des tubes qui la composent.

La chaudière (*fig.* 87 et 88) est formée d'une série d'*élé-*

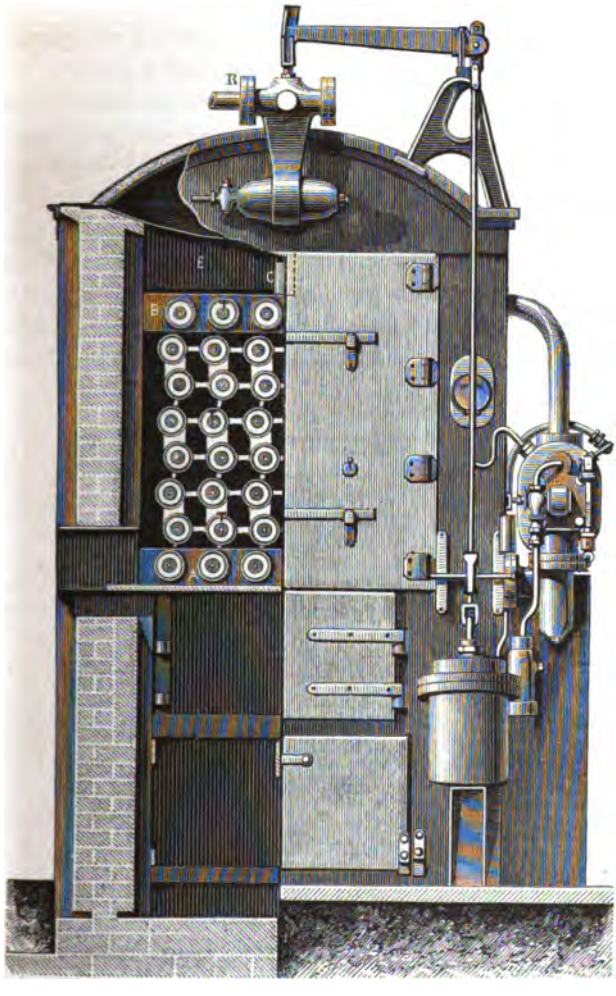
Fig. 87.



ments ou *serpentins* T, dont la partie inférieure communique avec un tube A dit *collecteur inférieur*, et la partie supérieure

avec un tube B appelé *collecteur supérieur*. Chaque élément puise l'eau dans le collecteur inférieur et déverse la vapeur

Fig. 88.



produite dans le collecteur supérieur. La vapeur, qui est chargée de particules liquides au moment de sa production, se

dessèche et se surchauffe même en circulant dans les tubes de la partie supérieure du générateur.

Les tubes sont en fer forgé et soudés à recouvrement sur mandrin ; ils ont 7 à 8 centimètres de diamètre extérieur et peuvent supporter une pression considérable. Le nombre des tubes est en raison de la surface de chauffe que l'on veut obtenir. L'extrémité antérieure de chaque tube est munie d'une fermeture autoclave qui permet de procéder au nettoyage.

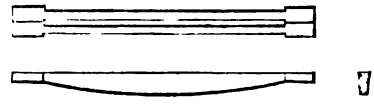
Le tuyau de prise de vapeur, appelé *tube diviseur*, est adapté à l'intérieur du collecteur supérieur et percé de petits trous par lesquels pénètre la vapeur fournie par chacun des éléments ; il se raccorde avec la tubulure de sortie.

La chaudière, qui est placée dans un massif en maçonnerie, se met rapidement en pression, ce qui est un avantage considérable pour certaines applications, la mise en mouvement de pompes à incendie, des canots de la marine militaire, etc.

§ II. — *Des foyers et du combustible.*

22. *Des grilles.* — Les grilles (*fig.* 89) sont généralement for-

Fig. 89.



mées de barreaux *en fonte* dont le profil longitudinal rappelle celui des solides d'égale résistance. Leur section transversale est un trapèze dont la petite base est en bas, en vue de faciliter la chute des cendres et des schistes que renferme la houille. Ils sont terminés par des saillies latérales qui maintiennent leur écartement.

On laisse, dans le sens longitudinal, un jeu de $\frac{1}{24}$ de la longueur pour faire la part de la dilatation (1).

(1) Le plus ordinairement les barreaux ont 24 à 30 millimètres de largeur ; quelquefois cette largeur est réduite à 15 millimètres. Dans tous les cas leur intervalle varie entre le tiers et le quart de la largeur.

Les barreaux en fonte offrent l'inconvénient de se fausser et sont inadmissibles pour les hautes températures. Dans ce dernier cas, on leur substitue des barreaux en fer. En donnant à ces derniers une hauteur de $0^m,03$, ils échauffent l'air d'alimentation qui, en même temps, les refroidit.

La porte du foyer est en fonte ou en fer; elle a de $0^m,25$ à $0^m,30$ de hauteur et une largeur suffisante pour effectuer facilement le chargement et le décrassage. C'est dans le même but que le seuil est élevé de $0^m,80$ au-dessus du sol.

L'ouverture du cendrier doit être assez grande pour laisser passer le volume d'air nécessaire à la combustion; ordinairement on la prend égale à la section de la cheminée ou des carneaux, ce qui est plus que suffisant.

Il convient, au point de vue de l'économie du combustible, de munir le cendrier d'une porte, que l'on ferme pendant les interruptions de travail.

23. *Consommation du combustible par heure et par mètre carré de surface de grille.* — Cette consommation dépend, pour un combustible déterminé, de l'énergie de l'appel de l'air dans la masse de combustible et de l'épaisseur de cette masse.

Il est clair que, toutes choses égales d'ailleurs, cette épaisseur doit être d'autant plus faible que les fragments du combustible sont plus petits ou qu'ils laissent entre eux des intervalles plus faibles pour que, avec le même tirage, on appelle la même quantité d'air.

Nature du combustible.	Consommation par heure et par mètre carré.	Épaisseur du combustible sur la grille.	Distance entre la grille et le point le plus bas du générateur.
Houille ordinaire.....	100 à 200^{kg}	0,05 à 0,08	0,60 à 1,00
»	50 à 100	»	»
Houille sèche.....	40	0,20	0,50
Coke.....	300 à 400	0,20 à 0,30	0,60
Bois.....	333	»	0,60 à 0,75
Tourbe, tannée en miettes.	333	»	0,50 à 0,55

24. *Relation entre la surface de la grille, la section des carneaux et de la cheminée. — Règle pratique.* — La section de la

cheminée doit être égale à la section totale des carneaux et ne doit pas être inférieure au quart de la surface de la grille.

25. *Température du gaz provenant d'une combustion.* — Comme la température du gaz, résultant de l'introduction dans un foyer d'un poids donné d'air pour un combustible d'une nature déterminée, varie avec la composition de ce combustible, nous ne considérerons que les types moyens des combustibles les plus employés dans l'industrie.

Nous rappellerons les éléments numériques suivants :

Nature des corps.	Pouvoir calorifique	Chaleur spécifique sous pression constante.	Équivalents.
Oxygène	»	0,2182	100
Hydrogène	34462	3,4090	12,5
Azote	»	0,2438	175
Carbone	8080	»	75
Oxyde de carbone (CO)	2403	0,2450	175
Hydrogène protocarboné (C^2H^4)	13063	0,5929	200
Hydrogène bicarboné $(C^2H^2)^2$	11858	0,4040	350
Air (23,130 + 76,87 Az)	»	0,2377	»
Vapeur d'eau	»	0,475	112,5
Anthracite	8000	»	»
Acide carbonique	»	0,2163	275
Coke tenant 4 pour 100 de cendres	7700	»	»
Coke tenant 15 pour 100 de cendres	6800	»	»
Houille moyenne	8000	»	»

Anthracite. — Ce combustible peut être considéré, à peu de chose près, comme du carbone pur.

Le poids d'oxygène nécessaire pour en transformer 1 kilogramme en acide carbonique est $\frac{200}{75}$ ..... $2^{kg},67$

Le poids d'azote correspondant renfermé dans l'air est $2,67 \times \frac{76,87}{23,13}$ $8^{kg},84$

Poids de l'air strictement nécessaire à la combustion ..... $11^{kg},51$

Poids de l'acide carbonique produit ..... $3^{kg},67$

Supposons que l'on introduise dans le foyer K + 1 fois le poids d'air strictement nécessaire et soit x la température du

gaz de la combustion; nous aurons, en prenant 15 degrés pour la température ambiante,

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{r} x(3{,}67\times 0{,}2163+8{,}84\times 0{,}2438+\mathrm{K}\,11{,}51\times 0{,}2377)\\ -(\mathrm{K}+1)0{,}2377\times 15\times 11{,}51=8000,\end{array}\right.$$

d'où

$$(2)\qquad x=\frac{2{,}942+2{,}736\,\mathrm{K}}{8041+41\,\mathrm{K}}.$$

Pour $\mathrm{K}=0$, on a $x=2733°$;
» $\mathrm{K}=1$, » $x=1422°$;
» $\mathrm{K}=2$, » $x=964°$;
» $\mathrm{K}=3$, » $x=731°$;
» $\mathrm{K}=4$, » $x=590°$;
» $\mathrm{K}=5$, » $x=490°$;
» $\mathrm{K}=6$, » $x=427°$.

La chaleur spécifique c des gaz de la combustion est donnée par la formule

$$(12{,}51+11{,}51\,\mathrm{K})\,c=3{,}67\,.\,0{,}2163+8{,}84\,.\,0{,}2438+\mathrm{K}\,.\,11{,}51\,.\,0{,}2377,$$

d'où

$$(3)\qquad c=\frac{2{,}949+2{,}736\,\mathrm{K}}{12{,}51+11{,}51\,\mathrm{K}}.$$

Pour $\mathrm{K}=1$, on a $c=0{,}236$.

Proposons-nous maintenant de déterminer la densité δ des mêmes gaz par rapport à celle de l'air; les densités de l'acide carbonique et de l'azote étant respectivement 1,529, 0,971, on a

$$(4)\qquad \delta=\frac{3{,}67+8{,}84+11{,}51\,\mathrm{K}}{\frac{3{,}67}{1{,}529}+\frac{8{,}84}{0{,}971}+11{,}51\,\mathrm{K}}=\frac{12{,}51+11{,}51\,\mathrm{K}}{11{,}504+11{,}51\,\mathrm{K}}$$

Pour $\mathrm{K}=0$, on a $\delta=1{,}087$;
» $\mathrm{K}=1$, » $\delta=1{,}043$.

Coke. — Si ε est la proportion de cendres que renferme le coke, on voit, d'après le tableau ci-dessus, que le pouvoir calorifique du coke est très-sensiblement égal à

$$(1-\varepsilon)\,8000.$$

Comme les cendres absorbent peu de chaleur pour se transformer en mâche-fer, on peut en faire abstraction; de sorte que, pour obtenir la formule équivalente à la formule (1), il suffirait de multiplier les deux membres de cette dernière par $(1-\varepsilon)$. On voit, par suite, que les formules (2), (3), (4) s'appliquent au cas actuel.

Houille. — Nous prendrons comme type de composition moyenne le suivant :

Composition.....	82,04	pour 100	de carbone.
	5,27	»	d'hydrogène.
	9,12	»	d'oxygène et d'azote.
	3,57	»	de cendres.
Pouvoir calorifique			8006

On déduit de là :

Poids d'oxygène nécessaire pour brûler le carbone de 1 kilogramme de houille $\frac{200}{75} \times 0{,}8204$.....	2,188
Poids d'oxygène nécessaire pour brûler l'hydrogène $\frac{100}{12{,}5} \times 0{,}0527$.	0,422
Total.....	2,610
Poids correspondant d'azote $2{,}610 \times \frac{76{,}87}{23{,}13}$.....	8,717
Poids de l'air utilisé.....	11,327
Poids de la vapeur d'eau formée.....	0,475
Poids de l'acide carbonique produit.....	3,008

Nous n'avons pas fait intervenir dans la combustion le mélange d'oxygène et d'azote qui entre dans la proportion de 9,12 pour 100, parce que l'analyse n'a pas fait connaître sa composition; nous pouvons cependant en tenir compte approximativement dans l'équation des échanges de chaleur, en supposant que sa chaleur spécifique soit la moyenne 0,2310 de celle de ces gaz.

Nous aurons ainsi

$$x(3{,}008 \times 0{,}2163 + 8{,}717 \times 0{,}2438 + 0{,}475 \times 0{,}475 + 0{,}0912 \times 0{,}2310 + 11{,}327 \times 2{,}377\,\mathrm{K}) - (\mathrm{K}+1)\,0{,}2377 \times 15^{\circ} \times 11{,}327 = 8006,$$

d'où

$$(5) \qquad x = \frac{8046 + 40K}{3{,}023 + 2{,}692K}.$$

Pour $K = 0$, on trouve $x = 2660°$.

On peut donc, sans une grande erreur, supposer que la température maximum des gaz d'un foyer chauffé à l'anthracite, au coke et à la houille, est sensiblement la même et égale en chiffres ronds à 2700 degrés.

La densité des gaz de la combustion, par rapport à l'air, a pour valeur

$$\delta = \frac{3{,}008 + 0{,}475 + 8{,}717 + 0{,}0912 + 11{,}327K}{\frac{3{,}008}{1{,}529} + \frac{0{,}475}{0{,}621} + \frac{8{,}717}{0{,}971} + 0{,}0911 + 11{,}327K} = \frac{12{,}291 + 11{,}327K}{11{,}893 + 11{,}327K},$$

en assimilant à de l'air ordinaire le mélange d'azote et d'oxygène.

Pour $K = 0$ on a $\delta = 1{,}034$;
» $K = 1$ » $\delta = 1{,}013$.

En rapprochant ces résultats de leurs similaires de l'article ci-dessus, on voit que l'on peut sans grande erreur considérer les gaz de la combustion comme ayant le même poids spécifique que l'air à égalité de pression et de température.

Péclet a trouvé, en opérant de la même manière que plus haut, pour les températures maximum de la combustion :

Bois chauffé à 140 degrés	2436°
Bois renfermant 25 pour 100 d'eau	2237
Charbon de bois avec 7 pour 100 de cendres et 7 pour 100 d'eau.	2774
Tourbe sèche à 5 pour 100 de cendres	2755
Tourbe à 20 pour 100 d'eau	2350

On ne doit pas chercher à obtenir dans la pratique le maximum de la température des gaz de la combustion, car il serait assez difficile de trouver des matériaux suffisamment réfractaires pour la construction des foyers. D'après Péclet, on se trouve dans de bonnes conditions en introduisant dans le foyer le double du poids d'air qui serait strictement nécessaire pour obtenir la combustion complète, en admettant qu'il n'en

échappe pas à cette combustion, ce qui porte la température des gaz à 1400 degrés environ.

26. *Pouvoirs calorifiques réduits.* — Pour produire le tirage dans les cheminées, on s'arrange de manière que les gaz, à leur sortie des carneaux ou tubes, aient encore une température de 200 à 300 degrés. On fera la part de cet élément et des pertes dues au rayonnement, en réduisant dans la proportion de $\frac{1}{6}$ à $\frac{1}{7}$ les chiffres qui représentent les pouvoirs calorifiques des combustibles. C'est ainsi que nous supposerons dorénavant que le pouvoir calorifique de l'anthracite et de la houille est de 7000 et celui du coke de 6000 calories.

27. *De la pression des gaz dans les foyers.* — Soient

t_a, Π_a, p_a la température, le poids spécifique et la pression de l'air extérieur;

t_0, Π_0, p_0 les mêmes éléments relatifs aux gaz du foyer;

q le poids d'air extérieur introduit dans le foyer par mètre carré de surface de grille et par seconde;

V_0 la vitesse moyenne de l'air à travers les interstices du combustible.

Nous admettrons que les sections des interstices faites par un plan horizontal sont uniformément réparties sur ce plan, et que la somme de ces sections par mètre carré de surface de grille est de $\frac{1}{5}$; nous nous trouverons alors à peu près dans les conditions de la réalité.

Nous aurons, de cette manière,

$$V_0 = \frac{5q}{\Pi_0}.$$

On a, d'ailleurs,

$$\frac{V_0}{2g} = -\int \frac{dp}{\Pi} \quad \text{ou} \quad \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_a}{\Pi_a} - \frac{p_0}{\Pi_0} + \int p\, d\frac{1}{\Pi}.$$

Si nous supposons que $\frac{p_0}{p_a}$ diffère peu de l'unité, sauf vérification ultérieure, nous pourrons remplacer, dans l'intégrale, p par p_0, et nous aurons

$$\frac{p_0}{p_a} = 1 - \frac{V_0^2}{2g}\frac{\Pi_a}{p_a}.$$

Supposons, par exemple, que l'on brûle 150 kilogrammes de houille par heure et par mètre carré de surface de grille, que l'on ait $t_a = 15°$, $t_e = 1500°$; nous aurons d'abord, en vertu de la formule (5) du n° 24,

$$K = 0,807;$$

puis, pour le poids d'air à introduire par kilogramme de houille à brûler,

$$1,807 \times 11,327 = 20^{kg},368;$$

par suite

$$q = \frac{150}{3600} \times 20,468 = 0,853.$$

Enfin on trouve, en considérant Π_a comme étant à très-peu près égal au poids spécifique de l'air sous la pression atmosphérique et à la température de 1500 degrés,

$$\frac{p_e}{p_a} = 1 - 0,00027.$$

On voit ainsi que p_e diffère très-peu de p_a et que la différence en moins ne correspond qu'à une colonne d'eau de 27 millimètres.

28. *De la pression à l'extrémité des carneaux.* — Nous nous placerons dans l'hypothèse d'un seul carneau, ou de deux carneaux identiques situés symétriquement par rapport au plan méridien de la chaudière, pour que les choses se passent de la même manière dans chacun d'eux.

Soient

t_1, Π_1, p_1 la température, le poids spécifique et la pression des gaz au débouché des carneaux dans la cheminée;

V_1 la vitesse correspondante;

Q le poids des gaz de la combustion débité par seconde et par mètre carré de surface de grille;

ε le rapport de cette surface à la section totale des carneaux.

Conservons d'ailleurs les notations du numéro précédent, en négligeant le frottement et la vitesse relativement très-faible des gaz dans le foyer; nous aurons

$$V_1 = \frac{Q\varepsilon}{\Pi_1},$$

et, en procédant comme plus haut,

$$\frac{p_1}{p_0} = 1 - \frac{V_1^2}{2g}\frac{\Pi_a}{p_a}.$$

Reprenons l'exemple du numéro précédent, en supposant $\varepsilon = 4$, $t_1 = 250$: chaque kilogramme de combustible produira

	kg
Acide carbonique	3,008
Vapeur d'eau	0,475
Azote libre	8,717
Mélange d'oxygène et d'azote	0,091
Total	12,291

Le poids des gaz produits et entraînés par kilogramme de houille consommée sera ainsi

$$12{,}291 + 0{,}807 \times 11{,}327 = 21{,}432;$$

d'où

$$Q = \frac{150}{3600} \times 21{,}432 = 1{,}171,$$

et enfin

$$\frac{p_1}{p_0} = 1 - 0{,}00015,$$

rapport qui diffère très-peu de l'unité.

En se reportant au numéro précédent, on a

$$\frac{p_1}{p_a} = 1 - 0{,}00042,$$

et la différence $p_1 - p_a$ n'est représentée que par une colonne d'eau de 42 millimètres.

29. *Du mouvement des gaz dans les cheminées.* — Soient

H la hauteur d'une cheminée, qui peut être sinueuse ou oblique à sa naissance;

L le développement de son axe;

D le diamètre moyen de sa section;

b le coefficient de frottement des gaz;

p' la pression au sommet de la cheminée.

Nous conserverons les notations des numéros précédents,

en remarquant que V_1 et Π_1 peuvent être considérés comme se rapportant au débouché de la cheminée et que l'on peut prendre $p_0 = p_a$. On a donc, en considérant la masse fluide en mouvement entre le foyer et le sommet de la cheminée,

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_a - p'}{\Pi_1} - H - \frac{KV_1^2}{2g} - 4\frac{bL}{D}V_1^2,$$

le terme en K représentant la perte de charge due aux changements brusques de vitesse.

Or on a

$$p' = p_a + \Pi_a H;$$

par suite

$$V_1 = \sqrt{\frac{2gH(\Pi_a - \Pi_1)}{\Pi_1\left(1 + K + 8\frac{bLg}{D}\right)}},$$

Mais on a, à très-peu près,

$$\Pi_1 = \Pi_a \frac{1 + \alpha t_a}{1 + \alpha t_1},$$

d'où

$$(1) \qquad V_1 = \sqrt{\frac{2gH\alpha(t_1 - t_a)}{\Pi_a(1 + \alpha t_a)\left(1 + K + 8\frac{bgL}{D}\right)}}.$$

Le poids de gaz débité par seconde aura donc pour expression

$$(2) \qquad Q = V_1\Pi_1\frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{2gH\alpha(t_1 - t_a)\Pi_a(1 + \alpha t_a)}{\left(1 + K + 8\frac{bLg}{D}\right)(1 + \alpha t_1)^2}}$$

et atteindra son maximum lorsque l'on aura

$$t_1 = \frac{1 + 2\alpha t_a}{\alpha} = 273 + 2t_a;$$

soit $t_1 = 303°$ lorsque $t_a = 15°$.

On a, d'après Péclet :

Cheminées en tôle	$8bg = 0{,}099$
Cheminées en poterie	$8bg = 0{,}249$
Cheminées en fonte et pour toutes les cheminées tapissées de suie	$8bg = 0{,}050$

En se donnant t_1, Q, par suite la surface de la grille, d'où l'on déduira D, la formule (2) fera connaître la hauteur qu'il faut donner à la cheminée.

Si l'on veut modifier le tirage d'une cheminée, on fera varier K en fermant plus ou moins un registre placé soit à la base, soit au sommet de la cheminée.

Dans les locomotives, où la hauteur des cheminées est nécessairement très-restreinte, on active le tirage en envoyant la vapeur sortant des cylindres dans l'axe de la cheminée. Nous reviendrons en temps et lieu sur cette disposition. Dans d'autres circonstances, on se sert d'un tuyau d'un petit diamètre (*souffleur*), qui conduit vers la naissance de la cheminée un jet de vapeur emprunté à la chaudière.

30. *Des fumivores.* — Lorsque l'on charge un foyer avec du combustible qui renferme des hydrocarbures (bois, tourbe, houille, briquette), ces gaz se dégagent sans se brûler, pendant un certain temps, par suite du refroidissement produit par le contact de corps froids avec des matières incandescentes, et de l'obstruction momentanée des interstices par où l'air doit pénétrer dans le foyer: c'est ce qui produit la *fumée*.

Si le chargement se faisait avec précaution sur le devant de la grille, en maintenant entr'ouverte, pendant quelques instants, la porte du foyer, les hydrocarbures, subissant une distillation plus lente, se brûleraient, en se mélangeant à l'air qui arrive de l'extérieur, et des gaz, à une température élevée, provenant de la masse incandescente non recouverte par le combustible frais, et les inconvénients de la fumée disparaîtraient, ou du moins seraient considérablement atténués. Mais on ne peut pas exiger de semblables précautions de la part des chauffeurs, dont les fonctions sont déjà très-pénibles.

On comprend, dès lors, que l'on ait cherché à établir des foyers dans des conditions telles, que les hydrogènes carbonés se brûlent à mesure qu'ils se produisent.

Les foyers fumivores forment deux catégories respectivement basées sur les deux principes suivants :

1° Si l'on introduit sous la grille un excès d'air, les hydrocarbures pourront se brûler; mais, comme il est à peu près

impossible de restreindre cet excès au strict nécessaire, on devra s'attendre à une réduction dans le rendement du foyer, malgré la quantité de chaleur dégagée par la combustion des hydrocarbures.

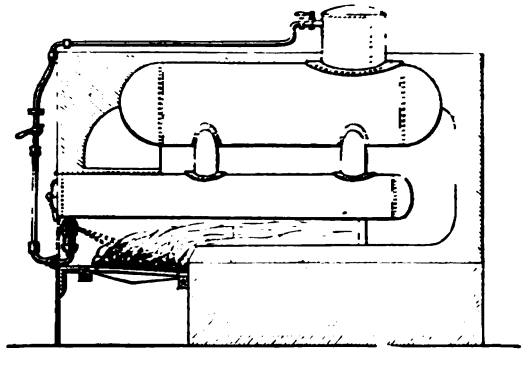
2° Si l'on arrivait à répartir le combustible frais entre la grille et la matière incandescente, les hydrogènes carbonés se décomposeraient au contact de ces matières, et il se produirait de la vapeur d'eau et de l'oxyde de carbone ou de l'acide carbonique.

Les fumivores pouvant s'appliquer, dans bien des circonstances, ne jouent qu'un rôle secondaire dans la question des chaudières à vapeur, et c'est pourquoi nous nous bornerons à mentionner les deux systèmes suivants, qui appartiennent respectivement aux catégories dont nous avons parlé.

Fumivore de M. Thierry. — Ce fumivore consiste dans une prise de vapeur dans le dôme du générateur, dont le tuyau, en se recourbant horizontalement, pénètre dans le foyer, à sa partie supérieure, au-dessus de la porte. La partie horizontale du tuyau est percée de petits trous déterminant une gerbe de vapeur qui recouvre environ la moitié postérieure de la grille.

Ce faisceau de jets de vapeur, en perdant sa force vive, donne lieu à une diminution de pression dans le foyer, à une

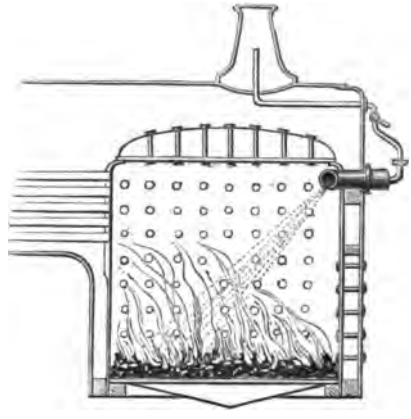
Fig. 90.



aspiration de l'air extérieur, ou crée, suivant l'expression admise, un *tirage forcé*.

Les *fig.* 90 et 91 représentent respectivement l'application du système Thierry aux chaudières à bouilleurs et aux chaudières tubulaires des locomotives.

Fig. 91.



Gazogène de M. Siemens. — Cet appareil (*fig.* 92) se compose d'une chambre en briques réfractaires de forme rectangulaire, dont une des parois, L, formée de barreaux plats horizontaux équidistants et étagés, est inclinée sur l'horizon d'un angle variable entre 45 à 60 degrés; cette paroi est terminée à sa partie inférieure par une grille C. Le combustible est chargé à la partie supérieure du plan incliné en V et vient former une couche épaisse sur la grille.

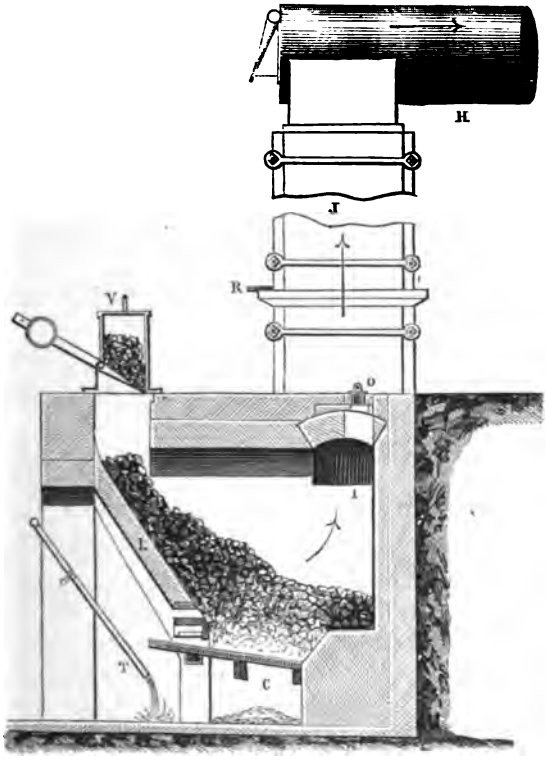
L'acide carbonique, qui se forme dans les couches inférieures du combustible, est bientôt réduit, lorsqu'il traverse la masse en ignition, en oxyde de carbone, et c'est à cet état que les gaz arrivent dans la chambre.

L'oxyde de carbone se rend, en traversant le carneau I, dans la cheminée J et le tuyau en tôle H, où il éprouve un refroidissement, puis dans la chambre de combustion, placée sous la chaudière, où il se transforme complétement en acide carbonique en se mêlant avec une quantité convenable d'air atmosphérique.

T est un tuyau qui amène un peu d'eau dans le cendrier C, où elle se vaporise et se décompose, par son contact avec le

combustible incandescent, en hydrogène et oxyde de carbone ce qui enrichit le gaz ; O est un trou muni d'un bouchon qui

Fig. 92.



permet de constater l'état du foyer et de remuer le combustible quand cela devient nécessaire; R est un registre à coulisse au moyen duquel on peut arrêter à volonté le fonctionnement du gazogène.

§ III. — *Production de la vapeur. Alimentation.*

31. ***Poids de vapeur que peut produire 1 kilogramme de combustible.*** — Si nous supposons que la température initiale

de l'eau soit de 12 degrés, la quantité de chaleur que l'on devra dépenser pour produire 1 kilogramme de vapeur à $t°$ sera

$$606,5 + 0,305t - 12° = 625\,[1 + 0,0005\,(t - 100)],$$

expression dans laquelle le terme $0,0005\,(t - 100)$ est toujours une petite fraction.

Le poids de vapeur produit par la combustion de 1 kilogramme de houille ou d'anthracite, en admettant qu'il n'y ait pas de perte de chaleur, sera

$$\frac{7000}{625\,[1 + 0,0005\,(t - 100)]} = 11^{kg},2\,[1 - 0,0005\,(t - 100)],$$

et par celle de 1 kilogramme de coke,

$$\frac{6000}{625\,1 + [0,0005\,(t - 100)]} = 9^{kg},6\,[1 - 0\,0005\,(t - 100)].$$

Si nous supposons $t = 152°$, température qui correspond à une pression de 5 atmosphères, on trouve $10^{kg},9$ dans le premier cas et $9^{kg},4$ dans le second.

En pratique, on obtient moins, 1° soit en raison des pertes de chaleur dont nous avons déjà fait une certaine part (25); 2° soit parce qu'il est impossible de conduire le feu d'une manière continue, de sorte que, ou la combustion est incomplète, ou elle est obtenue en employant une trop grande quantité d'air; 3° soit par suite de l'encrassement extérieur et intérieur du générateur; 4° soit enfin parce que des fragments de charbon (*escarbilles*) restent dans les cendres en échappant à la combustion. On arrive toutefois à obtenir $8^{kg},5$ dans les chaudières tubulaires chauffées à la houille lorsqu'elles se trouvent dans des conditions convenables, ce qui se rapproche beaucoup du chiffre théorique; le rendement de ces chaudières est ainsi

$$\frac{8,5}{10,9} = 0,78.$$

Les chaudières à bouilleurs en service continu ne donnent que 5 kilogrammes.

32. *Évaluation de la surface de chauffe d'une chaudière. — Production de vapeur par mètre carré de cette surface.* — En pratique, on évalue la surface de chauffe d'une chaudière

cylindrique sans bouilleurs aux $\frac{2}{3}$ de la surface totale du générateur et à la moitié de cette surface augmentée des $\frac{2}{3}$ de la surface des bouilleurs lorsqu'il en existe.

Pour les chaudières tubulaires, on fait entrer dans l'évaluation de la surface de chauffe la totalité de la surface des tubes et des plaques. Il en est de même de la surface du foyer des chaudières à foyer intérieur.

Dans la pratique, on admet que 1 mètre carré de surface de chauffe produit en moyenne, par heure, de 20 à 25 kilogrammes de vapeur; lorsque le rayonnement est direct, comme dans les foyers des locomotives, on peut obtenir de 100 à 120 kilogrammes.

33. *De la transmission de la chaleur par la paroi d'une chaudière.* — Ce qui suit ne doit être considéré que comme une simple appréciation et non comme une théorie ayant la rigueur mathématique.

Les chaudières se trouvent dans des conditions telles, qu'il ne peut pas y avoir de mouvement sensible de la chaleur dans d'autres directions que celle de la normale à leur surface; de sorte que l'on peut supposer que chaque élément $d\sigma$ de la surface de chauffe est traversé par la chaleur comme s'il appartenait à un plan indéfini.

Soient

a l'épaisseur de l'enveloppe de la chaudière;

E, C_0, C_1 les coefficients de conductibilité de l'enveloppe de la chaudière, intérieurs et extérieurs par rapport aux gaz de la combustion et à l'eau qu'elle renferme;

t_1 la température, censée constante, dans la chaudière;

t_0 la température des gaz de la combustion en un point quelconque de leur trajet;

t'_0, t''_0 les températures de ces gaz à leur point de départ et lorsqu'ils cessent de lécher les derniers éléments de la surface de la chaudière;

c, Q leur chaleur spécifique sous pression constante et le poids qui en est débité par seconde.

Pour fixer les idées, nous ne considérerons que le cas d'une

chaudière placée dans un massif, et nous simplifierons la question en supposant que les gaz de la combustion circulent dans un carneau unique dont l'une des parois est formée par la chaudière et l'autre par le massif.

Si nous désignons par x_0, x_1 les températures des surfaces extérieure et intérieure de la chaudière, la quantité de chaleur, $q\,d\sigma$, qui traverse, dans l'unité de temps, l'élément superficiel $d\sigma$, a, d'après une théorie connue, pour triple expression

$$q\,d\sigma = \frac{E}{a}(x_0 - x_1)\,d\sigma = C_0(t_0 - x_0)\,d\sigma = C_1(x_1 - t_1)\,d\sigma,$$

d'où, par l'élimination de x_0 et x_1,

$$q = \mu(t_0 - t_1), \tag{1}$$

en posant, pour abréger,

$$\mu = \frac{1}{\frac{a}{E} + \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_1}}. \tag{2}$$

Soient maintenant AB, CD deux sections normales du courant gazeux à son origine et à un point quelconque correspondant à la température t_0.

Au bout du temps infiniment petit θ, en admettant l'hypothèse des tranches, les molécules qui se trouvaient dans AB, CD sont arrivées dans les sections normales A'B', C'D', et, dans ce déplacement, la perte de chaleur éprouvée par la masse ABCD se réduit évidemment à la différence des quantités de chaleur comprises dans les tranches ABA'B', CDC'D', ou à

$$Qc(t'_0 - t_0)\theta.$$

Cette chaleur se trouve répartie entre la chaudière et le massif, ou l'enveloppe, suivant les cas. Si K est la proportion de Q qui a été absorbée par la chaudière, nous aurons, en vertu de la formule (1),

$$KQc(t'_0 - t_0) = \mu \int_0^{\sigma} (t_0 - t)\,d\sigma',$$

σ étant la portion de la surface de chauffe comprise entre AB et CD; on déduit de là

$$-\frac{dt_0}{d\sigma} = \frac{\mu}{KQc}(t_0 - t_1);$$

d'où, en remarquant que l'on a $t_0 = t'_0$ pour $\sigma = 0$,

$$t_0 - t_1 = (t'_0 - t_1)^{-\frac{\mu}{KQc}\sigma}.$$

L'étendue Σ que l'on devra donner à la surface de chauffe pour que la température finale des gaz de la combustion soit t'_0 sera

$$\Sigma = 2,3026 \frac{KQc}{\mu} \log \frac{t'_0 - t_1}{t''_0 - t_1}, \tag{3}$$

le signe log se rapportant au système décimal.

La quantité de chaleur absorbée par la chaudière dans l'unité de temps étant

$$KQc(t'_0 - t''_0),$$

la quantité moyenne de chaleur transmise par unité de surface de chauffe sera

$$\mathfrak{A} = \frac{KQc(t'_0 - t''_0)}{\Sigma} = \frac{\mu(t'_0 - t''_0)}{2,3026 \log \frac{t'_0 - t_1}{t''_0 - t_1}}. \tag{4}$$

Dans certaines chaudières, comme dans celles des locomotives, des parties de l'enveloppe sont exposées à l'action directe du foyer et la quantité de chaleur transmise par unité de surface est alors représentée par

$$\mathfrak{B} = K\mu(t'_0 - t_1). \tag{5}$$

L'épaisseur a étant relativement très-faible, on peut négliger $\frac{a}{E}$ devant $\frac{1}{C_0}$ et $\frac{1}{C_1}$, ou considérer μ comme indépendant de l'épaisseur.

Dans le cas le plus ordinaire des applications, on a $t'_0 = 1500°$, $t''_0 = 200$, $t_1 = 150$, cette dernière température correspondant, à peu de chose près, à une pression de 5 atmosphères. On a alors

$$\mathfrak{A} = \frac{1300}{3,3}\mu, \quad \mathfrak{B} = 1350\mu K, \tag{6}$$

d'où

$$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}} = 3,4K. \tag{7}$$

D'après l'observation, chaque mètre carré de surface de chauffe qui regarde le foyer produit trois fois plus de vapeur que les autres parties, condition à laquelle on satisfait à très-peu près en posant

$$K = 0{,}88,$$

chiffre qui n'offre rien d'anormal.

Dans le cas ci-dessus, où $t_1 = 150°$, la chaleur totale de la vapeur est $652^{cal},2$; en supposant que la température de l'eau d'alimentation soit de 10 degrés, on devra dépenser $642^{cal},2$ pour produire 1 kilogramme de vapeur; nous aurons donc, en admettant, d'après ce que nous avons vu plus haut (32), que chaque mètre carré de surface de chauffe non soumis à l'action directe du rayonnement produit par heure 25 kilogrammes de vapeur,

$$\mathcal{A} = 342{,}2 \times \frac{25}{3600} = 4{,}46.$$

En égalant cette valeur à la première des expressions (6), on trouve

$$\mu = 0{,}0113.$$

En prenant $c = 0{,}2367$, $K = 0{,}89$, on a

$$\frac{\mu}{cK} = 0{,}0537$$

et la formule (3) donne

$$\Sigma = 43{,}1\,Q \log \frac{t'_0 - t_1}{t''_0 - t_1}. \tag{8}$$

Telle est la relation qui doit exister entre la surface de chauffe, le poids des gaz de la combustion débités par seconde, les températures initiale et finale de ces gaz et celle de la vapeur.

Si l'on se donne le poids P de vapeur que l'on doit produire par seconde, nous aurons, en appelant θ la température de l'eau d'alimentation,

$$KQ(t'_0 - t''_0) = P[606{,}5 + 0{,}305(t_1 - \theta)],$$

formule dont on déduira la valeur de Q, que l'on reportera ensuite dans la formule (3) pour trouver l'étendue de la surface de chauffe.

34. *Relation entre la surface de la grille et la surface de chauffe.* — Soient

Q le poids de vapeur à la température t que l'on doit produire par heure;
S la surface de chauffe;
S' la surface de la grille;
q le poids de vapeur produit par heure et par mètre carré de surface de chauffe;
q' le poids de combustible brûlé par heure et par mètre carré de surface de grille;
w le poids de vapeur produit par 1 kilogramme de combustible.

Nous aurons évidemment

$$Q = Sq = S'q'w,$$

de sorte que, étant donnés Q, q, q', w, on déduira, de cette relation, les valeurs de S et S'.

Supposons maintenant que, S étant donné, on veuille calculer S'; nous aurons

$$S' = S\frac{q}{q'w}.$$

Si le combustible est de la houille ordinaire,

Les limites de q seront	20	25
» de w »	5	8
» de q' »	100	120

de sorte que les limites de S' seront

$$\frac{S}{20} \quad \text{et} \quad \frac{S}{48}.$$

La première de ces limites s'appliquera notamment aux chaudières à bouilleurs et la seconde aux chaudières tubulaires.

35. *Mouvement de la vapeur dans un tuyau dont l'enveloppe est perméable à la chaleur.* — Il arrive souvent que, par suite d'exigences particulières, on soit obligé de placer une

machine et sa chaudière à une certaine distance l'une de l'autre. D'autre part, dans les usines métallurgiques où l'on utilise les flammes perdues pour produire la vaporisation, chaque générateur envoie sa vapeur, par un conduit spécial, dans un tuyau collecteur qui la distribue ensuite aux diverses machines de l'usine.

Pour réduire autant que possible les déperditions de chaleur, on entoure ces tuyaux de matières peu perméables à la chaleur, telles que du feutre, des cordes de paille recouvertes d'un enduit argileux, etc.; mais, malgré ces précautions, lorsque la longueur de la conduite totale dépasse une certaine limite, la vapeur arrivée à son extrémité se trouve condensée dans une proportion appréciable. Il y a donc lieu d'étudier le mouvement de la vapeur dans un tuyau, d'une section uniforme, perméable à la chaleur, placé dans un milieu plus froid que cette vapeur, et de déterminer le poids de l'eau de condensation à l'extrémité du tuyau.

Soient

V la vitesse, p la pression, ρ le poids spécifique, t la température de la tranche infiniment mince de vapeur humide correspondant à la portion s de l'axe du tuyau mesurée à partir d'une origine déterminée;

η la proportion de vapeur saturée que renferme cette tranche;

τ la température ambiante censée constante;

R le rayon intérieur du tuyau.

Nous désignerons par l'indice zéro les quantités qui se rapportent à l'origine de l'arc s.

Dans le temps $\frac{ds}{V}$ que mettent les molécules de la tranche considérée, d'épaisseur ds, pour occuper une position infiniment voisine, cette tranche perd, à travers la paroi du tuyau, la quantité de chaleur

$$\mu 2\pi R ds (t-\tau)\frac{ds}{V},$$

μ étant une constante qui a une signification analogue à celle du numéro précédent.

La perte de chaleur éprouvée par cette tranche, rapportée à

l'unité de poids, a par suite pour valeur

$$(a) \qquad \frac{k}{\rho}(t-\tau)\frac{ds}{V},$$

en posant, pour abréger,

$$(b) \qquad k=\frac{2\mu}{R}.$$

Si, comme au n° 4, Q désigne la quantité totale de chaleur rapportée à l'unité de poids de la tranche considérée, on a

$$(c) \qquad Q-Q_0=-k\int_0^s (t-\tau)\frac{ds}{\rho V}.$$

En se reportant aux n°s 4 et 5, il est facile de voir que l'équation du mouvement du fluide s'obtiendra en supprimant l'indice 1 dans l'équation (10) du second de ces numéros, puis en y remplaçant V^2 par $V^2-V_0^2$, enfin en introduisant dans son second membre l'expression (c).

On trouve ainsi

$$(1) \qquad \frac{V^2-V_0^2}{2gA}=-\int_{t_0}^{t} c\,dt+r_0\eta_0-r\eta-k\int_{t_0}^{t}(t-\tau)\frac{ds}{\rho V}.$$

Si l'on intègre l'équation (36) du n° 29 de la IIIe Partie (p. 366), et que l'on remplace ensuite le premier membre par la valeur (c), on obtient la relation suivante :

$$(2) \qquad -k\int_0^s (t-\tau)\frac{ds}{\rho V}=\int_{t_0}^{t} c\,dt+r\eta-r_0\eta_0-\alpha\int_{t_0}^{t}\frac{\eta r\,dt}{1+\alpha t}.$$

Nous supposerons connue la production de la chaudière en vapeur ou le poids de vapeur q débité par seconde, ce qui donne, en négligeant le volume occupé par l'eau,

$$(3) \qquad \pi R^2\frac{V\rho}{\eta}=q.$$

Les équations (1) et (2) différentiées, jointes à l'équation (3), permettront d'exprimer les inconnues V, η, t en fonction de s; mais cette détermination présente des difficultés de calcul qu'il paraît impossible de surmonter. On en sera donc

réduit, dans chaque cas particulier, à calculer de proche en proche les valeurs de ces inconnues pour des accroissements successifs suffisamment petits de l'arc s mesuré à partir de la chaudière où V est nul et où t et η sont connus.

36. *Alimentation des chaudières.* — On alimente en eau les chaudières au moyen de pompes, sur lesquelles nous n'avons plus à revenir, ou de l'injecteur automoteur de M. Giffard, dont nous allons nous occuper.

37. *Injecteur automoteur.* — Cet appareil se compose (*fig.* 93) d'un premier ajutage conique ou *tuyère*, terminant un tuyau qui amène de la vapeur de la chaudière, placé dans l'intérieur d'un autre ajutage conique (*lance*), de même diamètre que le précédent; l'intervalle compris entre les deux ajutages est mis en communication, au moyen d'un tube qui se recourbe verticalement, avec une bâche d'eau placée en contre-bas.

En regard de la lance, à quelques millimètres de distance et dans le même axe, est disposé un troisième orifice conique (*récepteur*) évasé à son extrémité, se prolongeant par un tuyau jusqu'à la partie inférieure du générateur. La lance et le récepteur sont invariablement liés l'un à l'autre; mais, au moyen d'une vis, on peut faire varier la position de la tuyère ou la section de l'intervalle qu'elle détermine avec la lance.

Une tige, terminée en pointe, appelée la *tige de mise en train*, se trouve dans l'axe de la tuyère; au moyen d'une vis, on peut la déplacer dans l'un et l'autre sens, de manière à réduire ou à porter à son maximum le débouché de la lance.

Le tuyau qui raccorde le récepteur à la chaudière renferme une soupape, dite *de refoulement*, qui se ferme sous l'action de la pression de la vapeur quand l'injecteur cesse de fonctionner.

Pour mettre en train l'appareil, on réduit à peu de chose la section de la tuyère, on donne la vapeur, l'aspiration de l'eau se produit dans la bâche, un jet globulaire est lancé dans le récepteur et, pendant cette période très-courte, on éloigne la tige de l'orifice de la lance de manière à la démasquer complétement. Le débit de l'eau est réglé par la position relative de la tuyère et de la lance.

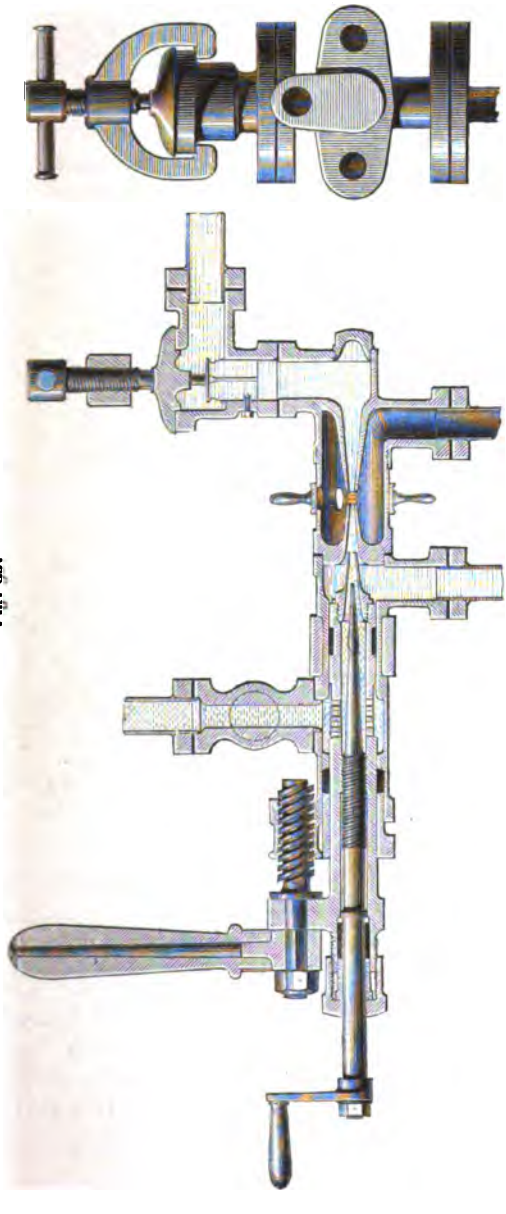
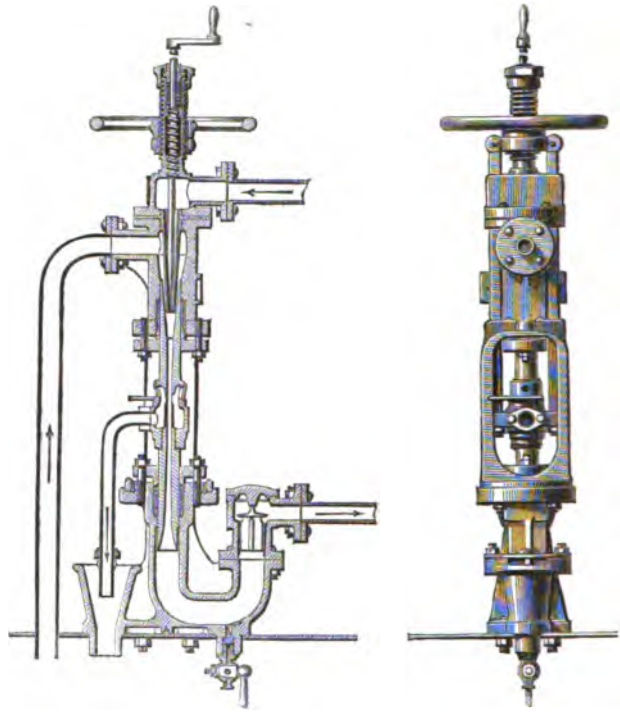


Fig. 93.

Dans les injecteurs des locomotives de la Compagnie des chemins de fer de Paris à Marseille, la tuyère est immobile, et c'est le système de la lance et du récepteur (*fig.* 94) qui

Fig. 94.



peut subir un déplacement. L'appareil est gradué de manière à débiter, dans chaque unité de temps, un volume déterminé d'eau.

Le jeu de l'injecteur est d'autant plus stable que la pression dans la chaudière est plus élevée et que la température de l'eau d'alimentation est plus basse; la hauteur maximum à laquelle peut avoir lieu l'aspiration est en raison de cette stabilité. Son fonctionnement est très-irrégulier quand la pression diffère peu d'une atmosphère ou, quelle que soit la pression, quand la température de l'eau d'alimentation atteint

60 degrés; la moindre cause détermine la suspension de l'aspiration et il faut avoir recours à une nouvelle mise en train.

Le jet lancé par l'injecteur, après la condensation de la vapeur, n'est pas, à proprement parler, de l'eau; il présente une structure globuliforme particulière, et son poids spécifique est nécessairement inférieur à celui de l'eau. On s'assure de sa texture globuliforme, déjà accusée par sa couleur d'un blanc mat, au moyen d'un écran placé perpendiculairement à son axe; on observe alors que le fluide, au lieu de se mouvoir par filets, comme cela a lieu pour l'eau, se projette dans tous les sens en gouttelettes sphéroïdales dont l'éclat particulier, dans certaines conditions de lumière, prouve qu'elles sont animées de mouvements de rotation autour de leurs centres de gravité.

A la sortie de l'orifice, la gerbe paraît plutôt dilatée que contractée, surtout lorsque le poids relatif de l'eau aspirée est considérable.

La texture spongieuse de la gerbe explique la forte proportion d'air qu'elle entraîne; dans quelques expériences, sur un injecteur correspondant à une machine de quatre chevaux, nous avons trouvé, en collaboration avec M. Minary, que, par kilogramme d'eau débitée, cette proportion était à peu près égale à 1 litre sous la pression atmosphérique, l'air étant saturé de vapeur à la température de l'eau de condensation.

La constitution globuliforme de la gerbe est due à ce que les deux ajutages sont assez rapprochés l'un de l'autre pour que la naissance de la lance se trouve comprise dans la zone des tourbillonnements provenant de la collision de la vapeur et de l'eau et de la condensation de la vapeur. On s'en assure en faisant arriver un jet de vapeur, s'écoulant par un ajutage conique, au fond d'un entonnoir de verre de même conicité et que l'on maintient constamment plein d'eau.

La différence entre la force vive acquise par la gerbe et celle qui lui serait strictement nécessaire pour produire le refoulement, croît rapidement avec la pression dans le générateur.

Ainsi, si cette pression est de 1 $\frac{1}{2}$ atmosphère, la température de l'eau d'alimentation étant de 15 à 20 degrés, la gerbe

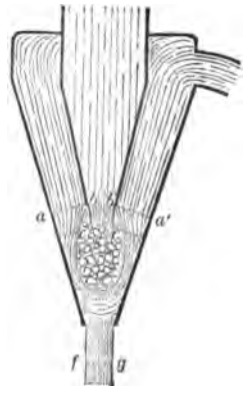
ne possède, à peu de chose près, que la force vive nécessaire pour produire le refoulement ; mais, à 5 atmosphères, la gerbe peut pénétrer dans une capacité où la pression peut être portée à 7 atmosphères.

On voit ainsi pourquoi le jeu des injecteurs est peu stable pour les faibles pressions, et pourquoi il est très-stable, malgré les trépidations, dans les locomotives où la pression peut atteindre 8 atmosphères.

L'eau pénètre dans l'espace compris entre les deux ajutages, par l'intervalle annulaire qu'ils déterminent, et tourbillonne avec la vapeur qu'elle condense ; cet intervalle joue le rôle d'un ajutage au débouché duquel le liquide doit se contracter. Mais la contraction doit être détruite sur la paroi de la lance qui constitue une fausse paroi, de sorte que le coefficient de contraction ne doit pas différer beaucoup de l'unité ; et, en effet, la discussion de nos expériences, exécutées en commun avec M. Minary (1), nous a conduit à admettre 0,97 pour la valeur de ce coefficient.

Soient (*fig.* 95)

Fig. 95.



bb' l'orifice de la tuyère ;

ω la surface de cet orifice, qui est la même que celle de la lance ;

(1) *Annales des Mines*, 1862.

ab, $a'b'$ les droites qui représentent le débouché de l'eau, lequel forme une surface conique perpendiculaire à la surface interne de la lance;

p_0, t_0 la pression et la température dans la chaudière;

η_0 la proportion d'eau entraînée par la vapeur en sortant du générateur;

p_1, t_1 la pression atmosphérique et la température correspondante d'ébullition de l'eau;

p la pression dans la chambre de condensation déterminée par les sections ab, $a'b'$ et la lance;

V la vitesse du jet de vapeur;

r_0, r_1 les chaleurs de vaporisation de l'eau;

ρ_0, ρ_1 les poids spécifiques des vapeurs saturées aux températures t_0 et t_1;

c la chaleur spécifique de l'eau à la température t;

A l'équivalent mécanique de la chaleur.

Le rapport $\frac{p_1 - p}{p_0}$ étant toujours très-petit, on peut, sans erreur appréciable, supposer que la vitesse V a la même valeur que si la vapeur s'échappait dans l'atmosphère.

Nous avons ainsi (5)

$$(1) \qquad \frac{V^2}{2gA} = \int_{t_1}^{t_0} c\,dt + r_0\eta_0 - r_1\eta_1,$$

η_1 étant donné par la formule 39 du n° 29 de la IIIe Partie.

Le poids q de vapeur débité par seconde (5) a pour valeur

$$(2) \qquad q = \mu\omega V\rho_1,$$

en posant pour abréger

$$(3) \quad \mu = \frac{\rho_0}{\rho_1[1 + 0{,}027(t_0 - t_1)]}\sqrt{2gA\left(\int_{t_1}^{t_0} c\,dt + r_0\eta_0 - r_1\eta_1\right)}.$$

Soient maintenant

V' la vitesse de l'eau à son arrivée dans la chambre de condensation;

ω' la section de son débouché;

$\nu = 0{,}97$ le coefficient de contraction au delà de ce débouché;

Π le poids spécifique de l'eau.

On a

$$\frac{V'^2}{2g} = \frac{p_1 - p}{\Pi} - h. \tag{4}$$

Si x représente le poids d'eau aspiré par kilogramme de vapeur, il vient

$$\omega' V' \Pi \nu = x \omega \mu V \rho_1, \tag{5}$$

et l'équation (4) peut se mettre sous la forme

$$\frac{x^2}{2g} \frac{\omega^2}{\omega'^2} \frac{\rho_1^2}{\Pi^2} \frac{\mu^2 V^2}{\nu^2} = \frac{p_1 - p}{\Pi} - h. \tag{4'}$$

Appelons W la vitesse du jet et appliquons, comme on le fait en Hydraulique, le principe de la projection des quantités au fluide compris entre la section fg du jet, la surface $abb'a'$ et la partie inférieure de la surface interne de la lance; nous trouvons, en considérant comme étant égal à l'unité le cosinus de la demi-ouverture du cône

$$q \frac{1 + x}{g} W - \frac{q}{g} V - \frac{qx}{g} V' = \omega (p - p_1) \tag{6}$$

ou, en vertu de l'équation (4') et de la formule (5),

$$(1 + x) W - V \left(1 + x^2 \frac{\omega}{\omega'} \frac{\rho_1}{\Pi} \frac{\mu}{\nu}\right) + \frac{x^2}{2} \frac{\omega^2}{\omega'^2} \frac{\rho_1}{\Pi} \frac{\mu}{\nu^2} V + \frac{\Pi h g}{\mu V \rho_1} = 0. \tag{7}$$

Le débit de la gerbe peut être représenté par

$$\omega \chi \omega,$$

χ étant le produit de son poids spécifique par un coefficient de dépense, de contraction ou de dilatation; de sorte que l'on a

$$W \chi = \mu V \rho_1 (1 + x). \tag{8}$$

Si χ était connu, les équations (4), (7), (8) suffiraient pour déterminer les inconnues p, x, W; mais l'expérience seule peut faire connaître de quelle manière χ varie avec les divers éléments dont il dépend. M. Giffard estime, toutefois, que χ est environ les $\frac{60}{100}$ à $\frac{66}{100}$ du poids spécifique de l'eau; mais nous avons tout lieu de croire que χ varie entre des limites plus étendues.

Avant d'aller plus loin, nous ferons remarquer que l'on peut, en général, sans commettre une grande erreur, négliger dans l'équation (6) les termes en $p - p_1$ et V', qui sont relativement petits; alors on a

$$W = \frac{V}{1+x} \tag{6'}$$

et

$$\chi = \mu\rho_1(1+x)^2, \tag{8'}$$

formule qui permettrait de trouver la loi suivant laquelle varie χ, au moyen d'un certain nombre d'expériences qui feraient connaître les valeurs de x correspondant à des valeurs données de p_1, $\frac{\omega'}{\omega}$, et de la température θ de l'eau d'alimentation.

Proposons-nous maintenant de déterminer la relation qui existe entre x et la température de la gerbe.

La chaleur interne totale de la vapeur au delà de la tuyère est, en ayant égard à la formule (1),

$$(a)\quad \frac{1}{A}\frac{V^2}{2g} + \int_0^{t_1} c\,dt + \left(r_1 - \frac{1}{A}\frac{p_1}{\rho_1}\right)\eta_1 = \int_0^{t_0} c\,dt + r_0\eta_0 - \frac{1}{A}\frac{p_1\eta_1}{\rho_1}.$$

La chaleur interne de l'eau, dont la vitesse est négligeable, a pour valeur

$$(b)\qquad x\int_0^{\theta} c\,dt.$$

Pendant le mélange, il se produit un travail dû à la condensation de la vapeur et dont l'équivalent calorifique est

$$(c)\qquad \frac{1}{A}\frac{p_1\eta_1}{\rho_1}.$$

La somme des expressions (a), (b), (c) est la chaleur totale du mélange; mais cette chaleur a aussi pour expression

$$(1+x)\int_0^{\tau} c\,dt + \frac{1}{A}\frac{W^2}{2g},$$

τ étant la température du jet globulaire; on déduit de là la

relation

$$(9) \qquad \int_{\tau}^{t_0} c\,dt - x\int_{\theta}^{\tau} c\,dt + r_0\eta_0 - \frac{1}{A}\frac{W^2}{2g} = 0.$$

On peut encore simplifier cette formule en négligeant le terme $\frac{1}{A}\frac{W^2}{2g}$, qui est relativement petit, et en supposant $c=1$, et l'on a ainsi

$$(10) \qquad x = \frac{r_0\eta_0 - (t_0 - \tau)}{\tau - \theta};$$

mais τ ne peut pas atteindre t_1, limite pour laquelle la gerbe se vaporiserait, et l'on voit ainsi que, si l'on fait croître θ à partir d'une certaine valeur, il arrivera un certain moment où x sera infini et l'appareil cessera alors de fonctionner.

38. *Du récepteur.* — Supposons que le récepteur soit placé verticalement, qu'il ait la forme légèrement conique qui lui est propre, que son ouverture, munie extérieurement d'une embouchure évasée, ait au plus le diamètre de la lance, enfin qu'il communique par un tuyau avec la partie inférieure d'une capacité, qui peut être autre que la chaudière, contenant de l'eau dont la pression soit maintenue à la pression p' et qui débite à mesure, par un moyen quelconque, l'eau qu'elle reçoit de l'injecteur. Nous ferons abstraction de la soupape de refoulement, dont nous n'avons pas à nous occuper.

Pour $p' = p_1$, le récepteur n'aura aucune influence sur la gerbe, qui conservera sa forme géométrique sur une certaine longueur au delà de laquelle elle s'épanouira en une masse de globules distincts. Si l'on fait croître p', la gerbe, éprouvant une résistance plus considérable dans son mouvement, tendra à se dilater en perdant de sa vitesse longitudinale. Pour une valeur de p' suffisamment grande, il se produira un remous dû à la collision de la gerbe avec la masse d'eau qu'elle renouvelle sans cesse. Le niveau de ce remous ira en s'élevant, à mesure que p' augmentera, et, lorsqu'il aura atteint l'embouchure, l'introduction sera sur le point de ne plus pouvoir se faire.

Admettons que la section du tuyau d'arrivée de l'eau dans

la capacité soit assez grande pour que l'on puisse négliger la vitesse correspondante.

Soient

ϖ le poids spécifique de la gerbe;
Π celui de l'eau;
U la vitesse de la première tranche liquide au delà du remous.

On a, en faisant abstraction des effets de la pesanteur, ce qui est permis,

$$-\frac{W^2}{2g}=\frac{p}{\varpi}-\frac{p'}{\Pi}-\frac{(W-U)^2}{2g},$$

d'où

$$U=W\left[1-\sqrt{1-\frac{2g\left(\frac{p'}{\Pi}-\frac{p_1}{\varpi}\right)}{W^2}}\right].$$

La seconde racine de l'équation précédente est inadmissible, car la formation du remous suppose $W>U$.

Pour que la vitesse U soit réelle, il faut que

$$W\geq\sqrt{2g\left(\frac{p'}{\Pi}-\frac{p_1}{\varpi}\right)}, \tag{11}$$

et, pour que U soit positif, il faut que

$$\frac{p'}{\Pi}-\frac{p_1}{\varpi}>0. \tag{12}$$

Nous admettrons que les conditions (11) et (12) sont remplies.

Soit s le rapport de la section correspondant à la vitesse U à celle ω de la gerbe; on a

$$U\Pi s=W\varpi,$$

d'où

$$s=\frac{\varpi}{\Pi}\frac{1}{1-\sqrt{1-\frac{2g}{W^2}\left(\frac{p'}{\Pi}-\frac{p_1}{\varpi}\right)}}. \tag{13}$$

Si $s>1$, l'appareil fonctionnera en donnant à l'ouverture du récepteur la section ω; le remous aura lieu dans l'intérieur du tube divergent.

Mais, si $s<1$, il faudra, pour que l'introduction soit pos-

sible, que l'ouverture du récepteur soit inférieure à celle du jet.

Ces conséquences sont conformes à l'observation; car il arrive que, en faisant subir une réduction de pression dans la chaudière, on ne peut plus faire fonctionner l'injecteur qu'en remplaçant le récepteur par un autre d'un plus petit diamètre.

Limite de la hauteur d'aspiration. — Comme la pression dans la chambre de condensation doit être positive, la limite supérieure de h s'obtiendra en supposant $p = 0$ dans la formule $(4')$.

39. *Du rendement de l'injecteur.* — Supposons que l'on ait déterminé expérimentalement le poids x d'eau entraînée et la température τ' du jet à son entrée dans la chaudière.

La demi-force vive $x\frac{V^2}{2g}$ restituera à la chaudière la quantité de chaleur qui a été employée à la produire; de sorte que, en prenant égale à l'unité la chaleur spécifique de l'eau, et calculant la température τ du jet entre la lance et le récepteur, au moyen de l'équation (10) on a

$$(1+x)(\tau-\tau')$$

pour la quantité de chaleur perdue correspondant à une dépense de 1 kilogramme de vapeur. Or le travail réellement effectué est $(p_0 - p_1)\frac{x}{\Pi}$; on a donc, pour le rendement de l'appareil,

$$\mu = \frac{(p_0 - p)x}{A(1+x)\Pi(\tau-\tau')}. \tag{14}$$

Sans les pertes de chaleur dues au rayonnement, on devrait avoir $\mu = 1$, ce qui n'a pas lieu.

Dans le cas de $p_0 = 10333 \times 5$, $\theta = 13°$, M. Giffard, dans une de ses expériences, a trouvé $\tau' = 48°$, $x = 15$; la formule (10) donne $\tau = 53°$, et, en prenant $A = 424$, on trouve

$$\mu = 0{,}88.$$

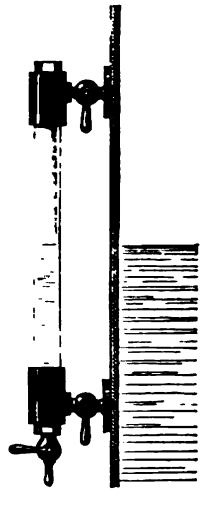
On voit ainsi que le rendement de l'injecteur est bien supérieur à celui des pompes qu'il a pour objet de remplacer.

§ IV. — *De l'explosion des générateurs et des appareils de sûreté.*

40. *De l'explosion des générateurs et appareils de sûreté. — Causes d'explosion; dispositions propres à les prévenir.* — La cause d'explosion que l'on a le plus à redouter est celle qui est due à un abaissement, trop considérable dans le niveau de l'eau, suivi d'une alimentation, parce que l'incurie et l'imprudence de tout chauffeur peuvent la provoquer. Les parties des parois comprises dans les carneaux et qui ne sont plus en contact avec l'eau arrivent à la température rouge. En élevant le niveau, par l'alimentation, l'eau passe à l'état sphéroïdal, ne mouille la paroi que lorsqu'elle est suffisamment refroidie, se volatilise alors, d'une manière presque instantanée, en développant une pression énorme qui produit la rupture, et les fragments du générateur sont souvent projetés à de grandes distances.

En vue de prévenir cette cause d'explosion, les règlements administratifs prescrivent les dispositions suivantes.

Fig. 96.

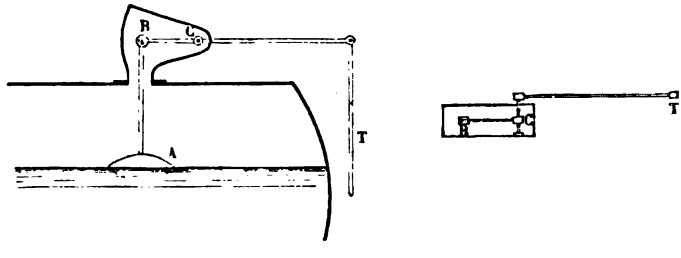


Une ligne apparente, tracée sur le parement du massif, in-

dique le niveau normal de l'eau, qui doit se trouver à $0^m,10$ au moins au-dessus de la partie la plus élevée des carneaux. Le générateur doit être muni de deux appareils indicateurs du niveau; l'un (*fig.* 96) est un tube en verre maintenu dans deux montures en cuivre formant tuyaux; ces montures, munies de robinets, sont fixées à la chaudière, l'une au-dessous et l'autre au-dessus du niveau normal. Si le tube vient à s'encrasser, par suite de dépôts calcaires, on ferme le robinet inférieur, on ouvre un troisième robinet adapté à une tubulure fixée à la monture inférieure, et située dans le prolongement du tuyau; il se produit un écoulement de vapeur qui, en quelques instants, produit le nettoyage.

Le second appareil peut être également un tube, ou deux ou trois robinets de jauge fixés à la chaudière et que l'on peut ouvrir à volonté pour vérifier le niveau, le robinet inférieur étant au niveau normal; ou enfin un flotteur dont la meilleure disposition est la suivante (*fig.* 97) :

Fig. 97.

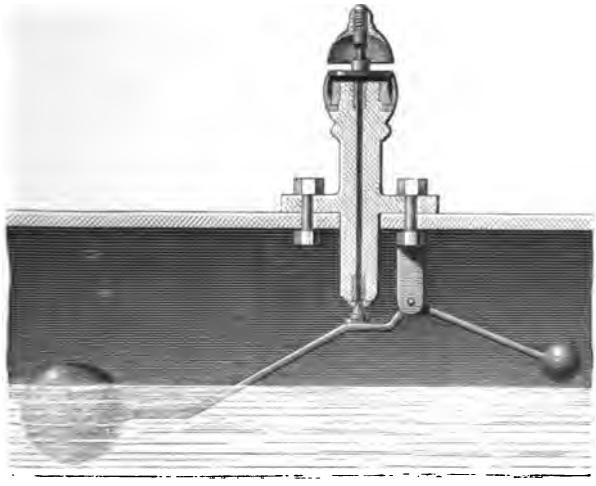


A est une lentille ou une sphère creuse en tôle ou en cuivre qui flotte sur l'eau; AB sa tige qui s'articule en B à une manivelle BC placée dans une boîte adaptée au sommet de la chaudière avec laquelle elle communique. L'arbre C, qui sort par un *stuffing-box* de la boîte, est fixé à un levier à l'extrémité duquel est accrochée une tringle formant contre-poids et descendant devant le massif de manière à indiquer constamment au chauffeur, par sa position, le niveau de l'eau.

Le sifflet d'alarme (*fig.* 98), dont toute chaudière doit être

munie, est formé d'une cloche à bords amincis, contre laquelle vient frapper la vapeur s'échappant par une soupape

Fig. 98



qu'ouvre la tige d'un flotteur lorsque le niveau descend au-dessous du niveau normal; il en résulte le bruit aigu, que tout le monde connaît, et qui attire l'attention du chauffeur.

Le *flotteur magnétique* (*fig.* 99) permet en même temps d'indiquer constamment le niveau de l'eau et de faire fonctionner le sifflet d'alarme; la tige du flotteur fait monter ou descendre un index magnétique dans une rainure pratiquée dans une échelle adaptée à l'enveloppe de cette tige.

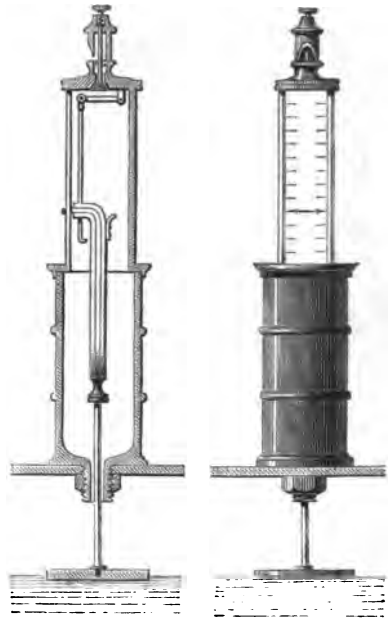
Il est rare maintenant qu'il y ait des explosions par suite du calage des soupapes de sûreté (dont nous parlerons ci-après) par les chauffeurs, qui s'exposeraient ainsi à obtenir une pression inconnue capable de produire la rupture.

Il en est de même des explosions dues à la mauvaise qualité du métal.

Toute tôle cassante doit être rejetée; car, lors du clouage, on est exposé à désagréger la matière, entre les rivets, ou à dépasser la limite de l'élasticité. L'épreuve par la pompe de pres-

sion ne suffit pas pour faire ressortir cette défectuosité, et ce n'est qu'à la longue que la séparation de la matière a lieu.

Fig. 99.

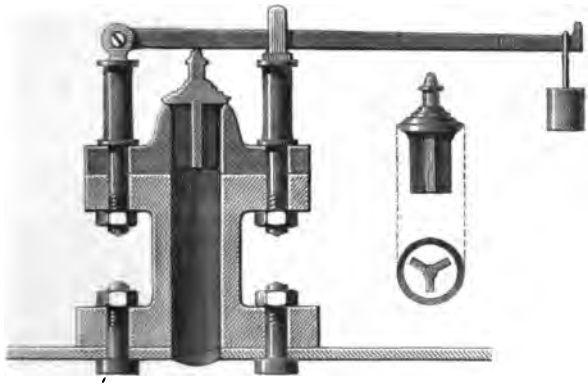


41. *Soupapes de sûreté.* — Les deux soupapes de sûreté, exigées par les règlements administratifs, se placent l'une à l'avant, l'autre à l'arrière de la chaudière, ou l'une à côté de l'autre sur un même siége; elles ont pour objet de permettre l'évacuation de la vapeur dans l'atmosphère, lorsque, par une circonstance quelconque, la production de vapeur devient supérieure à la consommation; elles permettent ainsi de ne pas dépasser la pression maximum que la chaudière doit supporter et qui est indiquée en kilogrammes, par centimètre carré, sur un timbre apparent fixé à la pièce.

Une soupape (*fig.* 100) est formée d'une partie prismatique dont la section droite présente la forme d'une croix grecque et est surmontée d'un chapeau; le tout est en bronze et coulé

d'une seule pièce. Elle se place à l'extrémité supérieure d'un tuyau vertical, partant de la chaudière, dont la section est la

Fig. 100.



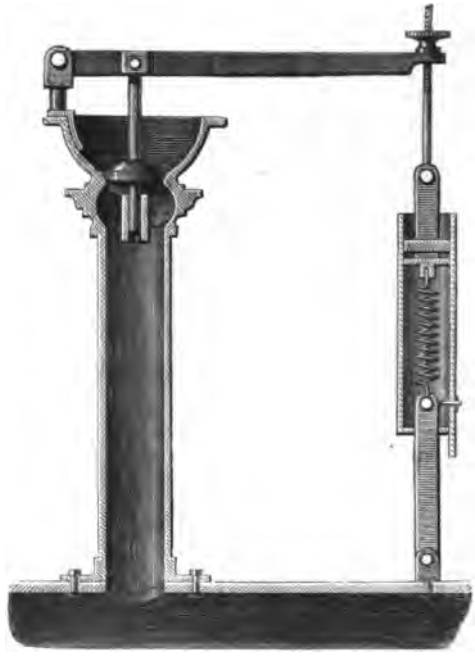
même, et dans laquelle la partie prismatique s'engage à frottement doux; le chapeau repose, par une zone annulaire très-étroite, sur un siége de même largeur que termine le tuyau. Par un rodage, renouvelé de temps en temps, on obtient que les deux zones annulaires coïncident très-exactement.

Un levier, dont l'extrémité est terminée en équerre pour recevoir l'anneau d'un contre-poids, s'appuie, entre cette extrémité et son axe fixe, sur une pointe centrale engagée dans le chapeau de la soupape, pour que cette soupape s'adapte sur son siége quand la pression est au plus égale à celle qui est indiquée par le chiffre du timbre.

Dans les locomotives, le contre-poids, qui serait inapplicable à cause des trépidations, est remplacé par un ressort à boudin (*fig.* 101), renfermé dans un cylindre, attaché par son extrémité inférieure au fond de ce cylindre qui lui-même est fixé à la chaudière. L'extrémité supérieure du ressort est attachée à une tige taraudée traversant un œil qui termine le levier de la soupape et est arrêtée par un écrou. En manœuvrant l'écrou, on tend ou l'on détend le ressort et l'on peut ainsi régler l'effort qui doit être exercé sur le levier. Le ressort peut

être attaché au cylindre par sa partie supérieure et se relier à la tige par son extrémité inférieure; il agit alors par com-

Fig. 101.



pression. La tige porte un index, qui glisse dans une rainure pratiquée dans le cylindre à la surface duquel est tracée l'échelle des pressions. Cette disposition, qui a reçu le nom de *balance*, présente l'inconvénient d'augmenter les charges des soupapes à mesure qu'elles s'ouvrent pour donner issue à la vapeur. On y remédie, dans certaines limites, en donnant une longueur convenable aux balances.

Quelquefois la soupape est pressée sur son siége par une série de doubles lames de ressorts (*fig.* 102); les extrémités de ces couples sont guidées; les couples extrêmes s'appuient respectivement contre une traverse supérieure et la soupape; deux couples consécutifs intermédiaires se touchent par les convexités des lames correspondantes.

Dans ce qui suit nous ne considérons que le cas d'un contre-poids.

Fig. 102.

Supposons que la soupape, sous l'action de la pression de la vapeur p, soit soulevée de la hauteur h au-dessus de son siége.

Soient

χ le poids de la soupape, augmenté de l'effort qu'elle reçoit du levier;

Π le poids spécifique de la vapeur, saturée sous la pression p à la température t;

p_a la pression atmosphérique;

s la surface de chauffe;

q le poids de vapeur qu'elle produit par mètre carré et par seconde;

σ la portion du périmètre du siége par où s'échappe la vapeur;

A la section du tube qui supporte la soupape;

Q le poids de vapeur débité en une seconde par la soupape.

On peut, sans grande erreur, supposer que le débit Q est le même que s'il avait lieu par un orifice en mince paroi dont la section serait σh; et l'on a, en se reportant au n° 301 de la deuxième Partie, aux notations près,

$$(1) \qquad Q = \sigma h \sqrt{\frac{2g(p-p_a)\Pi}{1{,}185 \log \frac{p}{p_a} + 0{,}452}}.$$

La vitesse dans l'intérieur du tuyau est

$$V = \frac{Q}{A\Pi}. \tag{2}$$

Le théorème des quantités de mouvement et des impulsions des forces donne, en projection sur l'axe du tuyau, pour la pression totale exercée par la vapeur sur la soupape,

$$pA + \frac{Q}{g}V = pA + \frac{Q^2}{A\Pi g},$$

et, comme elle fait équilibre à la pression atmosphérique et à la force χ, on a la relation

$$p - p_a = \frac{\chi}{A} - \frac{Q^2}{A^2\Pi g}. \tag{3}$$

Pour que la soupape soit seulement sur le point de s'ouvrir lorsque la pression atteint son maximum p_0 indiqué par le timbre, il faut que l'on ait

$$A(p_0 - p_a) = \chi,$$

d'où

$$p = p_0 - \frac{Q^2}{A^2\Pi_0 g}. \tag{3}$$

Lorsque l'on aura $Q = \frac{sq}{2}$, les soupapes de sûreté débiteront toute la vapeur que peut produire la chaudière; mais la pression

$$p = p_0 - \left(\frac{sq}{2}\right)^2 \frac{1}{A^2\Pi_0 g}$$

sera inférieure à la pression maximum; la formule (1) fera connaître la hauteur h.

Il résulte de ce qui précède que plus le rapport

$$\left(\frac{sq}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{A^2\Pi g p_0}\right), \quad \text{ou à très-peu près} \quad \left(\frac{sq}{2}\right)^2 \frac{1}{A^2\Pi_0 g p_0},$$

sera petit, plus les écarts de pression seront faibles; de sorte qu'on peut le considérer comme mesurant le degré de sensibilité de chaque soupape. Supposons que l'on se donne la va-

leur ε de ce rapport, et soit D le diamètre de la section A; nous aurons, pour déterminer ce diamètre, la relation

$$D = \sqrt{\frac{2sq}{\Pi\sqrt{g p_0 \Pi_0 \varepsilon}}}. \tag{4}$$

Désignons par n_0 la pression p_0 estimée en atmosphères et portons pour plus de sécurité q à son maximum, soit

$$q = \frac{120}{3600}.$$

En assimilant la vapeur saturée à un gaz, ce qui nous donnera une approximation suffisante dans la question actuelle, nous aurons

$$\Pi_0 = \frac{1{,}3 \times 0{,}622\, p_0}{1 + \alpha t_0}.$$

Si l'on exprime D en centimètres, la formule (4) donne

$$D = 0{,}011 \sqrt{\frac{s}{n_0}} \sqrt[4]{\frac{1 + \alpha t_0}{\varepsilon}}.$$

Or $\sqrt[4]{1 + \alpha t_0}$ varie peu entre les limites ordinaires de $t_0 = 120°$ et $t_0 = 200°$. En prenant cette dernière valeur pour obtenir une valeur plus forte que faible du diamètre, on trouve

$$D = 0{,}013 \sqrt{\frac{s}{n_0}} \sqrt[4]{\varepsilon}. \tag{5}$$

D'après l'ordonnance de 1843, le diamètre D devait être calculé au moyen de la formule empirique

$$D = 2{,}6 \sqrt{n_0 \frac{s}{- 0{,}412}}; \tag{6}$$

si l'on prend simplement

$$D = 2{,}6 \sqrt{\frac{s}{n_0}},$$

la comparaison de cette valeur avec la formule (5) donne à très-peu près

$$\varepsilon = 0{,}006.$$

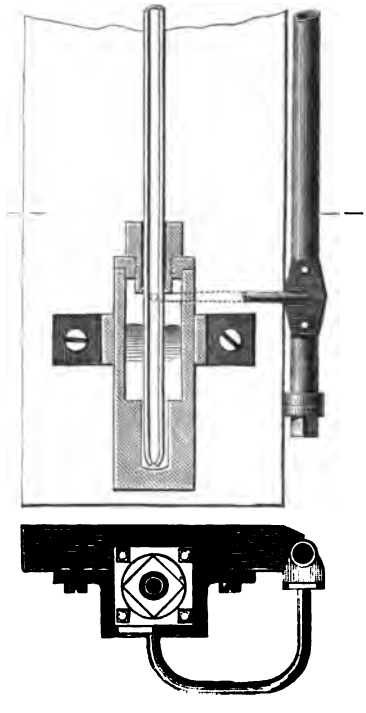
42. *Des manomètres.* — Réglementairement, chaque chaudière doit être munie d'un manomètre, pour indiquer la pression de la vapeur et pour qu'on ne soit pas exposé à dépasser

la limite maximum qui lui est assignée. On n'emploie guère actuellement que les manomètres métalliques; mais, avant de nous en occuper, nous dirons quelques mots des appareils qui les ont précédés.

Le *manomètre* à air libre (*fig.* 102 et 103) se compose d'un

Fig. 102.

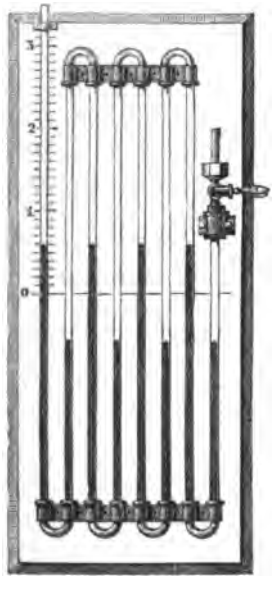
Fig. 103.



tube en verre vertical, ouvert aux deux bouts, plongeant par sa partie inférieure dans une cuvette de mercure. Une monture

métallique enveloppe la cuvette, est munie d'une douille que traverse le tube et auquel elle est reliée par un enduit de cire à cacheter posé à chaud; un tube fait communiquer la chaudière avec la cuvette, et la pression, en s'exerçant sur le niveau du mercure, se traduit par une élévation de ce liquide. L'échelle du manomètre est tracée sur la planchette à laquelle le tube est fixé; les numéros 1, 2, 3,... de l'échelle correspondent ainsi au niveau naturel du mercure dans la cuvette, à $0^m,76$ au-dessus de ce niveau, à $2 \times 0,76$.... Toutefois, lorsqu'il s'agit de hautes pressions, comme leurs indications ne pourraient pas être bien appréciées par le chauffeur, l'échelle est disposée autrement; sur le mercure, dans le tube, flotte un cylindre en fer fixé à l'extrémité d'un fil passant sur une poulie et terminé d'autre part par un index formant contre-poids. Le flotteur, en se déplaçant, entraîne dans son

Fig. 104.



mouvement l'index, qui parcourt une échelle faisant connaître la pression. Le manomètre à air libre présente les inconvé-

nients suivants, qui en ont fait rejeter l'emploi dans la pratique; il exige en hauteur un emplacement considérable; le tube est exposé à se briser sous l'action d'un choc ou de la gelée, si l'on ne prend pas certaines précautions.

A la vérité, on a fait disparaître ces inconvénients ou du moins en grande partie, au moyen de la disposition suivante, qui n'a cependant pas été longtemps acceptée (*fig.* 104). La chaudière communique avec la première branche verticale d'une série de tubes en U renfermant partiellement du mercure, et dont la dernière branche, qui est ascendante, est en verre. Lorsque la pression dans la chaudière est la même que l'air extérieur, les niveaux du mercure sont les mêmes dans les deux branches de chacun des U; mais, si elle devient supérieure, il se produira des dénivellations, et, en l'estimant en hauteur de mercure, il est facile de reconnaître qu'elle est égale à 0,76, augmenté de la somme des dénivellations. Cet appareil ne peut guère être gradué qu'au moyen d'une presse hydraulique, en se servant d'un manomètre à air libre pour indiquer les pressions.

Le manomètre à air comprimé (*fig.* 105) ne diffère du manomètre à air libre décrit en premier lieu qu'en ce que son tube est beaucoup plus court et qu'il est fermé à sa partie supérieure. Supposons que le tube soit parfaitement bien calibré, et soient H sa hauteur, h la hauteur à laquelle s'élève le mercure sous la pression p, dans la chaudière, estimée en colonne de mercure. En supposant que l'air comprimé ait repris la température ambiante, sa pression sera $0{,}76 \times \frac{H}{H - h}$, d'après la loi de Mariotte; mais elle sera inférieure de h à la pression dans la chaudière; il vient donc

$$p = 0{,}76 \times \frac{H}{H - h} + h$$

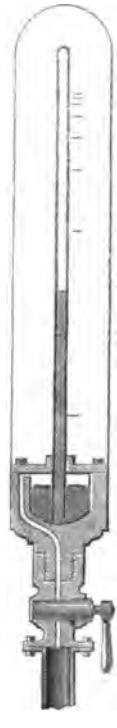
ou, en atmosphères,

$$p = \frac{H}{H - h} + \frac{h}{0{,}76}.$$

L'une ou l'autre de ces formules ne peut être employée, pour la graduation, sans lui faire subir une correction,

en raison des inégalités de calibre que présentent tous les tubes, qu'il faudrait préalablement relier à leurs positions

Fig. 105.



par une formule d'interpolation, après avoir fait circuler plusieurs fois une bulle de mercure dans le tube ; mais il est beaucoup plus simple, comme précédemment, de faire usage de la presse hydraulique.

Les manomètres métalliques forment deux catégories. Dans la première, le manomètre est formé de deux disques très-minces, ondulés circulairement, rendus solidaires sur leur pourtour et dont les centres sont reliés intérieurement entre eux par un ressort à boudin ou par un ressort à lames. La chambre qu'ils déterminent est mise en communication avec la chaudière. La pression de la vapeur arme le ressort et fait

gonfler chacun des disques, d'autant plus que cette pression est plus forte. Un mécanisme, qu'il est facile de concevoir, transmet le déplacement du sommet du disque antérieur à une aiguille qui se meut sur un cadran que l'on gradue au moyen de la presse hydraulique.

Dans la seconde catégorie, dont le type est le manomètre Bourdon (*fig.* 106), la partie essentielle du manomètre est un

Fig. 106.

tube courbe fermé à une extrémité et mis en communication, par l'autre extrémité, avec le générateur. A mesure que la pression augmente, le tube se gonfle, tend par suite à se redresser, d'où un déplacement de son extrémité libre qui détermine celui d'une aiguille placée sur un cadran.

43. *Théorie du manomètre métallique tubulaire de Bourdon.* — Le tube métallique est engendré par un profil limité par deux courbes parallèles, ayant deux axes de symétrie, qui se meut de telle manière que son plan reste constamment normal à une directrice plane que son centre est assujetti à parcourir, et que son petit axe soit compris dans le plan de cette directrice. L'extrémité du tube par où arrive la vapeur

est invariablement maintenue dans un encastrement. L'autre extrémité, qui est libre, est fermée par une face plane normale à la directrice et dont le centre se trouve en relation avec une aiguille par une bielle.

Il est indispensable, dès à présent, de bien préciser les conditions dans lesquelles nous devons poser le problème. En premier lieu, on peut concevoir que, pour fixer invariablement la direction du premier élément de la directrice, on puisse employer un système tel qu'il n'ait pas d'influence sensible sur les dilatations longitudinales et transversales du tube. D'autre part, la directrice affecte généralement la forme d'un arc de cercle ou d'une hélice d'un faible pas, ce dernier cas rentrant dans le précédent, en considérant le tube, s'il y a lieu, comme formé de plus d'une circonférence. Le problème ainsi simplifié présente encore de grandes difficultés lorsqu'on veut faire entrer en ligne de compte le mode de liaison du tube avec la face plane qui le termine et qui doit avoir une certaine influence sur ses dilatations, ou du moins dans une zone adjacente plus ou moins étendue; mais, comme nous voulons surtout faire ressortir l'influence de l'action de la vapeur sur la courbure du tube, nous ferons abstraction des composantes élastiques estimées dans le plan de la face ci-dessus et développées dans la zone annulaire suivant laquelle elle est reliée au tube.

Ces hypothèses admises, rien ne s'oppose à ce que l'on considère les composantes élastiques comme identiques pour deux éléments plans situés de la même manière par rapport à la directrice, ce qui conduit notamment à supposer nulles les composantes de glissement dans chaque élément d'une section normale.

Cela posé, soient (*fig.* 107)

ω la section intérieure du tube;

e son épaisseur;

χ le périmètre de la courbe moyenne de la section ou équidistante des courbes qui limitent le profil;

p la pression effective ou la différence entre la pression dans le tube et la pression extérieure : en raison de la petitesse

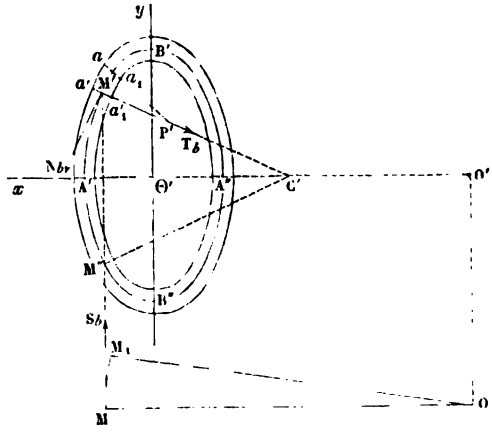
de e, on peut, sans erreur sensible, supposer que la pression extérieure est nulle, et que la pression intérieure, égale à p, est uniformément répartie sur la surface moyenne ou équidistante des surfaces intérieure et extérieure du tube ;

s la longueur, à l'état naturel, d'un arc de la directrice, mesuré à partir de l'encastrement ;

$s(1+\delta_1)$ ce que devient cet arc sous la pression p ;

E le coefficient d'élasticité de la matière.

Fig. 107.



Considérons la section normale à la directrice correspondant à l'extrémité de l'arc s. La résultante des pressions élémentaires sur toute la portion du tube comprise entre son extrémité libre et la section ci-dessus est normale à cette section, passe par son centre de gravité et est égale au produit de son aire par p. On a ainsi

$$(1) \qquad E e \chi \delta_1 = p\omega.$$

Choisissons maintenant pour origine des coordonnées le centre Θ' de la section, pour partie positive de l'axe des x le prolongement, au delà du centre de courbure, de la normale à la directrice, et appelons s_1 l'arc correspondant à s, décrit par un point de l'aire génératrice, situé à la distance x

de $\Theta' y$. Le rayon de courbure de la directrice étant désigné par r, on a

$$ds_1 = \left(1 - \frac{x}{r}\right) ds,$$

et après le déplacement, en accentuant les lettres,

$$ds'_1 = \left(1 + \frac{x'}{r'}\right) ds';$$

mais on a

$$ds' = (1 + \delta_s) ds = \frac{(1 + \delta_s) ds_1}{1 + \frac{x}{r}},$$

par suite

$$\frac{ds'_1 - ds_1}{ds_1} = \frac{\frac{x'}{r'} - \frac{x}{r}}{1 + \frac{x}{r}} + \frac{1 + \frac{x'}{r'}}{1 + \frac{x}{r}} \delta_s.$$

On peut négliger, dans le premier terme de cette expression, le carré de $\frac{x}{r}$, fraction qui généralement ne dépasse pas $\frac{1}{20}$, et dans le second $\frac{x'}{r'} - \frac{x}{r}$, qui est de l'ordre de δ_s; de sorte qu'il vient

$$\frac{ds'_1 - ds_1}{ds_1} = \left(\frac{x'}{r'} - \frac{x}{r}\right)\left(1 - \frac{x}{r}\right) + \delta_s.$$

Si nous posons $x' = x(1 + \delta_x)$, $r' = r(1 + \delta_r)$, nous aurons, en négligeant les produits deux à deux des termes affectés de la caractéristique δ,

$$\frac{ds'_1 - ds_1}{ds_1} = \frac{x}{r}(\delta_x - \delta_r)\left(1 - \frac{x}{r}\right) + \delta_s.$$

D'après ce que nous avons vu, la force élastique, relative à un élément quelconque d'une section, se réduit à la composante normale à cette section, et, en désignant par N_a sa valeur rapportée à l'unité de surface, on a, en ayant égard à la formule (1),

$$N_a = E\frac{x}{r}(\delta_x - \delta_r)\left(1 - \frac{x}{r}\right) + \frac{p\omega}{e\chi}. \qquad (2)$$

Soient

A′, A″ les sommets de la courbe moyenne respectivement situés sur les parties positive et négative de l'axe des x;

B′ et B″ ceux qui se trouvent sur les parties positive et négative de l'axe des y;

2A, 2B les axes A′A″, B′B″;

σ la longueur de l'arc de la courbe moyenne de la section, mesuré à partir de A′ et se terminant à un point quelconque M′.

L'épaisseur e étant très-faible, on peut supposer, sans grande erreur, que δ_x a la même valeur pour tous les points d'une même normale, égale, par conséquent, à celle qui correspond à la courbe moyenne.

La somme des moments par rapport à $\Theta' y$ des forces élastiques développées dans une section normale étant nulle, comme celle qui est relative à la pression, on a, en remarquant que l'on peut prendre $e\,d\sigma$ pour représenter un élément de la section,

$$\int_0^{\chi} N_x x e\, d\sigma = 0$$

ou

$$\delta_r \int_0^{\chi} x^2 \left(1 - \frac{x}{r}\right) d\sigma = \int_0^{\chi} x^2 \left(1 - \frac{x}{r}\right) \delta_x\, d\sigma.$$

En raison de la symétrie, le terme en x^3 du premier terme de cette équation est nul, et, en appelant I le moment d'inertie de la courbe moyenne de la section par rapport à $\Theta' y$, la même équation prend la forme

$$(3) \qquad I\delta_r = \int_0^{\chi} x^2 \left(1 - \frac{x}{r}\right) \delta_x\, d\sigma.$$

Soient maintenant

ρ le rayon de courbe, au point M′, de la courbe moyenne avant la déformation;

θ l'angle que forme sa direction avec $\Theta' A'$;

$d\sigma' = d\sigma \cdot (1 + \delta_\sigma)$, $\rho' = \rho(1 + \delta_\rho)$, $\theta' = \theta + \Delta\theta$ ce que deviennent $d\sigma$, ρ, θ après la déformation.

On a

$$\frac{dx}{d\sigma} = -\sin\theta, \quad \frac{dx'}{d\sigma'} = -\sin\theta', \quad \frac{dy}{d\sigma} = \cos\theta, \quad \frac{dy'}{d\sigma'} = \cos\theta',$$

ou, en négligeant les termes du second ordre affectés des caractéristiques δ et Δ,

$$\frac{dx'}{dx'} = -\sin\theta' + \frac{dx}{d\sigma}\delta\sigma, \quad \frac{dy'}{d\sigma} = \cos\theta' + \frac{dy}{d\sigma}\delta\sigma,$$

$$\frac{d\theta'}{d\sigma'} - \frac{d\theta}{d\sigma} = \frac{1}{\rho(1+\delta_\rho)} - \frac{1}{\rho} = -\frac{\delta_\rho}{\rho},$$

$$\frac{d\Delta\theta}{d\sigma} = \frac{1}{\rho}(\delta_\sigma - \delta_\rho) \tag{4}$$

et

$$\sin\theta' - \sin\theta = \cos\theta \cdot \Delta\theta;$$

d'où

$$\frac{dx}{d\sigma}\delta\sigma - \frac{d(x'-x)}{d\sigma} = \cos\theta \cdot \Delta\theta$$

et enfin

$$\frac{dx\,\delta_x}{d\sigma} = \frac{dx}{d\sigma}\delta\sigma - \cos\theta \cdot \Delta\theta. \tag{5}$$

Les formules (4) et (5) permettront ainsi d'exprimer δ_x et $\Delta\theta$ en fonctions de δ_σ et δ_ρ.

Soient maintenant

O, O') le centre de la directrice;

A, A') l'extrémité extérieure du petit axe de la courbe moyenne de la section;

M'; M) (M'', M) deux points de cette ligne symétrique par rapport à (OA, O'A');

OM$_1$ une section normale à la directrice infiniment voisine de OA' et faisant avec cette dernière l'angle $d\varphi$.

N$_1$, T$_1$, S$_1$ les composantes élastiques par unité de surface développées dans les sections projetées verticalement suivant M'C', M''C', et limitées par les plans OM, OM$_1$; la première de ces composantes est normale aux mêmes faces, la seconde est dirigée vers le point C', et la troisième est perpendiculaire au plan vertical de projection.

D'après ce que nous avons vu plus haut, N$_\sigma$ a la même va-

leur pour deux éléments correspondants des deux faces OM, OM_1.

En exprimant que la somme des projections, sur une perpendiculaire à OA, des forces que sollicite le volume ($M'M''$, MM_1) est nulle, on trouve

$$S_b = 0.$$

Concevons maintenant dans le volume précédent un élément déterminé par la face $a'a'_1$ correspondant au point M', normale au plan vertical OM, et par une face semblable aa_1 infiniment voisine de la précédente, et soit P' le centre de courbure en M' de la courbe moyenne; on a

$$\widehat{aP'a'} = d\theta = \frac{d\sigma}{\rho}.$$

La face $a'a'_1$ et son opposée aa_1 sont respectivement sollicitées par les forces normales $-N_a e\,d\sigma$, $N_a e\,d\sigma$. Les composantes normales aux faces projetées en $a'a'_1$, aa_1 sont

$$-N_b e(r+x)\,d\varphi, \quad N_b e(r+x)\,d\varphi + \frac{e\,dN_b(r+x)}{d\sigma}\,d\sigma\,d\varphi,$$

et les composantes tangentielles correspondantes

$$-T_b e(r+x)\,d\varphi, \quad T_b e(r+x)\,d\varphi + \frac{e\,dT_b(r+x)}{d\sigma}\,d\sigma\,d\varphi.$$

Enfin la pression p donne la composante $p(r+x)\,d\varphi\,d\sigma$, que l'on peut considérer comme dirigée suivant M' P'.

En exprimant que les sommes des projections des forces qui sollicitent l'élément de volume, sur P' a', et la normale à la face $a'a'_1$ sont nulles, on trouve, après avoir supprimé le facteur commun $d\sigma\,d\varphi$,

$$\frac{dT_b(r+x)}{d\sigma} - N_a + \frac{p}{e}(r+x) - \frac{N_b(r+x)}{\rho} = 0,$$

$$\frac{dN_b(r+x)}{d\sigma} + \frac{T_b(r+x)}{\rho} = 0;$$

mais on a $N_b = E\delta_e$, et ces équations deviennent par suite, en

ayant égard à la valeur (2) de N_a,

$$(6)\quad \frac{dT_b(r+x)}{d\sigma} - \frac{E(r+x)\delta_\sigma}{\rho} - \frac{Ex}{r}\left(1-\frac{x}{r}\right)(\delta_x-\delta_r) = \frac{p}{e}\left(r+x+\frac{\omega}{\chi}\right),$$

$$(7)\quad \frac{Ed(r+x)\delta_\sigma}{d\sigma} + \frac{T_b(r+x)}{\rho} = 0.$$

Les moments des couples élastiques développés dans les faces $a'd'_1$, aa_1 ayant respectivement pour valeurs

$$\frac{Ee^3}{12}\frac{\delta_\rho}{\rho}(r+x)d\varphi, \quad -\frac{Ee^3}{12}\left[(r+x)\frac{\delta_\rho}{\rho} + \frac{d(r+x)\frac{\delta_\rho}{\rho}}{d\sigma}d\sigma\right],$$

il vient, en prenant les moments de l'axe projeté en M',

$$-\frac{Ee^3}{12}\frac{d(r+x)\frac{\delta_\rho}{\rho}}{d\sigma} - T_b(r+x)e = 0,$$

ou

$$(8)\quad \frac{Ee^2}{12}\frac{d}{d\sigma}(r+x)\frac{\delta_\rho}{\rho} + T_b(r+x) = 0.$$

Nous avons ainsi les cinq équations différentielles du premier ordre (4), (5), (6), (7), (8) entre les inconnues δ_r, $\Delta\theta$, δ_σ, δ_ρ, T_b, en y considérant δ_r comme une constante. Les cinq constantes introduites par l'intégration, en admettant qu'elle puisse se faire, se détermineront par les conditions $\Delta\theta = 0$, $T_b = 0$ pour $\theta = 0$, $\theta = \pi$, et, vu la forme de l'équation (5), par cette autre condition que δ_x reste fini pour $x = 0$. La formule (3) permettra ensuite de déterminer δ_r.

Si l'on met chacune des inconnues δ_x, $\Delta\theta$, δ_σ, δ_ρ, T_b sous la forme $u\frac{p}{Ee}$ et que l'on pose

$$(9)\quad \delta_r = k\frac{p}{Ee},$$

k étant une constante, les équations (2), (3) et (8) deviendront indépendantes de $\frac{p}{Ee}$, de sorte qu'il en sera de même de k.

On voit ainsi que l'accroissement relatif du rayon r varie

proportionnellement à la pression effective et en raison inverse de l'épaisseur du tube.

Dans les manomètres-étalons, le tube est très-aplati dans le sens de A'A", et le rapport du petit axe du profil à r n'atteint pas $\frac{1}{15}$. Si donc, comme approximation, on néglige devant l'unité $\frac{x}{r}$ et $\frac{\omega}{\chi r}$, qui est aussi une petite fraction, les équations établies plus haut, que nous désignerons par les mêmes chiffres, mais affectés d'un accent, deviendront

$$(3') \qquad I\delta_r = \int_0^x x^2 \delta_x d\sigma,$$

$$(4') \qquad \frac{d\Delta\theta}{d\sigma} = \frac{1}{\rho}(\delta_\sigma - \delta_\rho),$$

$$(5') \qquad \frac{dx\delta_x}{d\sigma} = \frac{dx}{d\sigma}\delta_\sigma - \cos\theta \cdot \Delta\theta,$$

$$(6') \qquad \frac{dT_b}{d\sigma} - \frac{E}{\rho}\delta_\sigma = \frac{p}{e},$$

$$(7') \qquad \frac{E d\delta_\sigma}{d\sigma} + \frac{T_b}{\rho} = 0,$$

$$(8') \qquad \frac{Ee^2}{12}\frac{d}{d\sigma}\frac{\delta_\rho}{\rho} + T_b = 0,$$

et l'on voit ainsi que tous les éléments de la question sont indépendants de r.

Pour nous faire une idée de la sensibilité du manomètre, assimilons son profil à un rectangle, dont le petit et le long côté auraient respectivement pour longueurs $2a$ et $2b$.

Pour chacun des petits côtés, on a $y = b$, $\theta = 90°$, $\rho = \infty$, $d\sigma = -dx$. Les équations (5') et (7') sont vérifiées par $\delta_x = \text{const.}$, ce qui nous suffit. Désignant par μ cette constante, la partie de l'intégrale de l'équation (3') relative aux deux petits côtés aura pour valeur

$$-2\mu\int_a^{-a} x^2 dx = \tfrac{4}{3}\mu a^3.$$

Pour le long côté extérieur, on a $x = a$, $\sigma = y$, $\theta = 0$, $\rho = \infty$;

d'où

$$\frac{d\Delta\vartheta}{dy} = -\frac{\delta_z}{a}. \tag{4''}$$

$$\frac{a\,d\delta_z}{dy} = -\Delta\vartheta. \tag{5''}$$

$$\frac{dT_b}{dy} = \frac{p}{e}. \tag{6''}$$

$$\delta_y = \text{const.} \tag{7''}$$

$$\frac{Ee^2}{12}\frac{d^2\Delta\vartheta}{dy^2} = T_b. \tag{8''}$$

Des équations (6'') et (8'') on tire, en se rappelant que l'on a $T_b = 0$, $\Delta\vartheta = 0$ pour $y = 0$,

$$T_b = \frac{p}{e}y,$$

$$\Delta\vartheta = \frac{12}{Ee^2}\left(\frac{p}{e}\frac{y^3}{6} + Cy\right),$$

C étant une constante arbitraire.

Mais on peut considérer sans grande erreur le mode d'agencement de deux côtés consécutifs comme réalisant un encastrement; de sorte que l'on a $\Delta\theta = 0$ pour $y = b$, par suite

$$\Delta\vartheta = \frac{2}{Ee^2}\frac{p}{e}y(y^2 - b^2);$$

et l'équation (5'') donne enfin, en désignant par C' une autre constante arbitraire,

$$\delta_x = -\frac{py^2}{Ee^2a}\left(\frac{y^2}{2} - b^2\right) + C',$$

et, comme on doit avoir $\delta_x = \mu$ pour $y = b$, il vient

$$\delta_x = \mu - \frac{p}{Ee^2a}\left[y^2\left(\frac{y^2}{2} - b^2\right) + \frac{b^4}{2}\right].$$

Si nous considérons le long côté intérieur, la valeur de δ_x s'obtiendra en changeant dans la précédente a en $-a$. Pour une même ordonnée, la somme de ces deux dilatations étant égale à 2μ, la portion de l'intégrale de la formule (3') donnée

par les deux longs côtés est

$$2a^2\mu\int_{-b}^{b}dy = 4\mu a^2 b.$$

Il vient donc

$$I\delta_r = 4\mu a^2\left(b+\frac{a}{3}\right).$$

Il nous reste maintenant à calculer μ. Supposons à cet effet que M′ et M″ viennent respectivement en B′ et B″; r étant censé très-grand par rapport à a, on peut considérer les plans OM, OM_1 comme étant parallèles. Les actions élastiques normales en B et B′ ayant pour valeur $Ered\varphi\,\mu$, on a, en exprimant que leur résultante est égale à celle des pressions élémentaires,

$$2prbd\varphi = 2Ere\mu,$$

d'où

$$\mu = \frac{pb}{Ee}.$$

D'ailleurs on a

$$I = 2a^2b + \frac{2}{3}a^3,$$

par suite

$$\delta_r = \frac{2p}{K}\frac{b}{e}. \tag{9}$$

Ainsi la longueur des petits côtés n'a aucune influence sur la variation δ_r; par suite, la stabilité de l'instrument sera d'autant plus grande que le grand axe du profil sera lui-même plus grand.

Cherchons maintenant à tenir compte de l'influence de la température sur le jeu du manomètre. Les surfaces intérieure et extérieure du tube se trouvant respectivement aux températures t et t_a de l'eau de la chaudière et de l'air ambiant, sa température moyenne est $\frac{t+t_a}{2}$; mais l'influence de la dilatation sur l'instrument est due seulement à l'excès

$$\frac{t+t_a}{2} - t_a = \frac{t-t_a}{2},$$

que nous désignerons par τ. En appelant α le coefficient de dilatation du métal qui constitue le tube, m et n deux coefficients censés connus dépendant des éléments dont nous nous

sommes occupé plus haut, nous pourrons poser

$$\delta_r = mp + \alpha\tau, \quad \delta_s = np + \alpha\tau.$$

Soient l et ψ la longueur et l'angle au centre du tube à l'état naturel, c'est-à-dire à la température t et sous une pression effective nulle; l'angle ψ pourra être supérieur à 2π si la courbe directrice du tube affecte la forme d'une hélice d'un faible pas; δ_ψ la réduction relative que subit ψ lorsque la chaudière est mise en pression; nous aurons

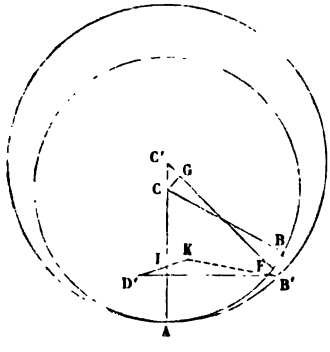
$$\frac{l}{r} = \psi, \quad \frac{l(1+\delta_s)}{r(1+\delta_r)} = \psi(1+\delta_\psi),$$

d'où, en négligeant le carré des termes affectés de la caractéristique δ,

$$\delta_\psi = \delta_r - \delta_s. \tag{10}$$

Soient (*fig.* 108)

Fig. 108.



C le centre de l'arc de cercle directeur à l'état naturel;
B l'extrémité de cet arc;
A sa naissance;
C', B' les positions que prennent les points C et B sous l'action de la pression p.

Joignons BB' et abaissons les perpendiculaires BF et CG sur C'B'; nous avons

$$CC' = r\delta_r, \quad r(1+\delta_r) = C'B' = C'G + GF + FB' = r\delta_r\cos\psi + r + FB',$$

d'où

$$FB' = 2r\sin^2\frac{\psi}{2}\delta_r;$$

puis

$$FB = CG - CB\cos\widehat{GCB} = r\delta_r\sin\psi - r\psi\delta_\psi;$$

d'où

$$\operatorname{tang} BB'C = \frac{\sin\psi - \psi\dfrac{\delta_\psi}{\delta_r}}{2\sin^2\dfrac{\psi}{2}},$$

$$BB' = r\sqrt{4\sin^4\frac{\psi}{2}\delta_r^2 + (\delta_r\sin\psi - \psi\delta_\psi)^2}.$$

Si l'on néglige l'influence de la température, l'angle BB'C, comme le rapport $\frac{\delta_\psi}{\delta_r}$, est indépendant de la pression; le lieu géométrique des points B' est sensiblement une droite pour l'étendue considérée. Pour plus de simplicité, plaçons-nous dans cette hypothèse.

Dans les manomètres-étalons, l'axe de l'aiguille se trouve en un point I de CA très-voisin de A; une manivelle ID' vient s'articuler en une bielle D'B'. Si B' se déplace, le centre instantané de rotation de la bielle se trouve à l'intersection K de la direction de ID' et de la perpendiculaire élevée en B' à BB', et uneconstruction graphique permet de déterminer le déplacement de l'aiguille; mais nous laisserons là ces détails, qui nous ont déjà conduit plus loin que nous ne le désirerions.

44. *Des épreuves des chaudières.* — Pour s'assurer de la bonne construction et de la qualité des matériaux employés, on fait subir une épreuve préalable aux chaudières en les soumettant à une pression supérieure au maximum qu'elles doivent supporter, maximum dont le chiffre est indiqué sur une rondelle en cuivre fixée, sur une partie apparente du générateur, par trois clous à tête noyée qui reçoivent l'empreinte d'un poinçon administratif.

D'après le décret du 25 janvier 1865, la pression d'épreuve intérieure est le double de la pression effective, qui est la différence entre la pression maximum qui doit être autorisée et la pression atmosphérique, lorsque le maximum est compris

entre $\frac{1}{2}$ et 6 kilogrammes par centimètre carré de surface. Si la pression effective est inférieure à $\frac{1}{2}$ kilogramme ou supérieure à 6 kilogrammes, la charge d'épreuve est de $\frac{1}{2}$ kilogramme ou de 6 kilogrammes. Quant aux motifs qui ont amené ces deux restrictions, on serait très-embarrassé de les donner.

Le numéro du timbre indique le chiffre de la pression intérieure exprimée en kilogrammes par centimètre carré. Autrefois (ordonnance du 12 mai 1843) ce chiffre exprimait le nombre d'atmosphères. Cette innovation n'est pas heureuse; le praticien apprécie mieux la pression exprimée en atmosphères que son expression en kilogrammes par centimètre carré.

L'épreuve se fait en refoulant par une pompe de l'eau dans la chaudière et est terminée quand la pression d'épreuve est atteinte; cette pression est indiquée soit par un manomètre, soit par une soupape chargée en conséquence.

L'épreuve est très-utile pour faire apparaître les imperfections dans l'assemblage des feuilles de tôle, que l'on rectifie par un mattage, et pour donner aux parties adjacentes au clouage leur forme définitive.

On comprend pourquoi, au point de vue de la sécurité, on prend un liquide incompressible pour obtenir la pression d'épreuve; la moindre fissure fait immédiatement tomber la pression, et, en cas de rupture, on n'a pas à redouter les effets de détente ou de production de vapeur qui se produiraient si l'on employait un gaz ou si l'on vaporisait un liquide.

45. *Catégories des chaudières.* — Il est évident que les conséquences d'une explosion doivent être d'autant plus graves, toutes choses égales d'ailleurs, que le volume de la chaudière et la pression intérieure sont plus considérables. Aussi a-t-on cru devoir classer les générateurs en trois catégories, soumises chacune à des règles spéciales en vue de limiter les désastres qui peuvent entraîner une explosion.

Soient V le volume d'une chaudière estimé en mètres cubes; n le numéro du timbre exprimé en kilogrammes.

D'après le décret du 25 janvier 1865, les chaudières de la première catégorie sont définies par la condition

$$V(n+1) \geq 15;$$

elles doivent être placées en dehors de toute maison d'habitation et de tout atelier surmonté d'étages, et à un minimum de distance de 3 mètres des maisons d'habitation. Si cette distance est comprise entre 3 et 10 mètres, le prolongement de l'axe de la chaudière ne doit pas rencontrer la maison ou ne peut rencontrer un mur de la maison que sous un angle inférieur à 15 degrés. Lorsque les conditions précédentes ne sont pas remplies, on est tenu d'établir un mur de défense d'un mètre d'épaisseur au moins, distant de $0^m,30$ du fourneau et du mur de la maison voisine. La hauteur de ce mur sera de 1 mètre au-dessus du fourneau, lorsque la distance sera comprise entre $0^m,30$ et 3 mètres, et en proportion sans pouvoir excéder 2 mètres, si la distance est supérieure à 3 mètres. Les limites 3 mètres et 10 mètres sont réduites de moitié lorsque la partie supérieure de la chaudière est à 1 mètre en contre-bas du sol du côté de la maison voisine.

Une chaudière appartient à la seconde catégorie lorsque

$$V(n+1) \begin{matrix} > 5 \\ < 15 \end{matrix}.$$

Elle peut être placée dans un atelier, pourvu qu'il ne fasse pas partie d'une maison habitée par le manufacturier, sa famille et ses employés. Le fourneau doit être situé à une distance minimum de 1 mètre des maisons des tiers.

Lorsque

$$V(n+1) < 5,$$

la chaudière est de la troisième catégorie et n'est assujettie qu'à la condition que son fourneau soit distant de $0^m,50$ au moins des maisons des tiers.

Les fourneaux des chaudières de la deuxième et de la troisième catégorie doivent être respectivement séparés des maisons d'habitation appartenant à des tiers par des intervalles de 1 mètre et $0^m,50$.

La classification ci-dessus est-elle logique? Non. En effet, une chaudière en fonction n'est qu'un réservoir de chaleur, chaleur qui peut se transformer plus ou moins rapidement en travail ou en force vive. Le danger que la chaudière présente

doit donc être en raison de ce travail, qui n'est pas représenté par $V(n+1)$; cette expression n'est en effet que proportionnelle au travail que développerait la vapeur à la pression $n+1$, agissant sur un piston qui engendrerait le volume V.

Soient

U le volume occupé par l'eau;

$W = V - U$ le volume occupé par la vapeur;

t la température dans la chaudière;

ρ_t le poids spécifique de la vapeur saturée à cette température;

c la chaleur spécifique de l'eau à $t°$.

La quantité de chaleur renfermée dans la chaudière est

$$Ut\,1000^{kg} + W\rho_t(606,5 - 0,305t).$$

En raison de la pression atmosphérique, si $t = 100°$, la chaudière ne présentera pas de danger; de sorte que la quantité de chaleur disponible pour produire des dégâts ne peut être que

$$1000U(t - 100°) + W606,5(\rho_t - \rho_{100}) + W0,305(\rho_t t - 100\rho_{100}).$$

Si l'on se borne au terme principal de cette expression, devant lequel les autres sont très-petits, elle se réduit à

$$U(t - 100°)1000,$$

et l'on obtiendra le travail correspondant exprimé en chevaux en la multipliant par $\frac{425^{kgm}}{75}$, ce qui donne

$$567°\,U(T - 100).$$

Quoique, en général, il n'y ait qu'une faible partie de ce travail employé à détruire, la catégorie d'une chaudière doit être logiquement définie par la valeur numérique de $U(t-100)$, ou tout simplement par $V(t - 100)$, en négligeant W devant V. Nous proposerions en conséquence la classification suivante :

1re catégorie..... $V(T - 100) \geq 650$;

2e catégorie..... $V(T - 100) \left\{ \begin{matrix} < 650 \\ > 220 \end{matrix} \right\}$;

3e catégorie..... $V(T - 100) < 220$.

Les machines locomobiles ne peuvent fonctionner qu'à 5 mètres des maisons d'habitation.

Les locomotives doivent être munies d'un permis de circulation délivré par les préfets des départements.

§ V. — *De la résistance des chaudières.*

46. ***Résistance d'un cylindre creux soumis à des pressions uniformes extérieure et intérieure.*** — Soient

D le rayon moyen de l'enveloppe cylindrique;
e son épaisseur;
P, P′ les pressions intérieure et extérieure, rapportées à l'unité de surface, auxquelles elles sont soumises.

1° ***Tendance à la rupture suivant un parallèle, lorsque le cylindre est fermé aux deux bouts.*** — Concevons une section perpendiculaire à l'axe de la pièce et soit Γ′ l'effort maximum que l'on veut faire supporter par unité de surface à cette section; la résistance totale longitudinale sera

$$\Gamma' \frac{\pi}{4}\left[(D+e)^2-(D-e)^2\right]=\Gamma'\pi De$$

et doit être égale à la résultante de pressions exercées sur l'axe des deux fonds de la capacité, ce qui donne, en supposant que $P > P'$, pour fixer les idées,

$$\Gamma'\pi De = P\frac{\pi}{4}(D-e)^2 - P'\frac{\pi}{4}(D+e)^2$$

ou

$$4\Gamma' e = (P-P')D - 2e(P+P') + (P-P')\frac{e^2}{D},$$

formule d'où l'on déduira e, et qui pourra s'appliquer à tous les cas, notamment au calcul des épaisseurs des âmes des armes à feu.

Mais, dans les applications aux générateurs à vapeur, les rapports $\frac{e}{D}$, $\frac{P \pm P'}{2\Gamma'}$ sont toujours assez petits pour que l'on puisse les négliger devant l'unité; de sorte qu'il suffit de

s'en tenir à la formule approximative

$$2\Gamma e = (P - P')D,$$

d'où

$$e = \frac{(P - P')D}{2\Gamma'}. \qquad (1)$$

Si la pression extérieure était supérieure à la pression intérieure, il suffirait évidemment d'intervertir P et P', et de supposer que Γ' est relatif à la compression de la matière, au lieu de l'être à la traction.

2° *Tendance à la rupture suivant un plan méridien, dans l'hypothèse où le cylindre est très-long par rapport à son diamètre.* — Supposons que la capacité soit suffisamment longue pour que l'on puisse considérer comme négligeable l'influence, sur sa déformation, des conditions relatives à ses extrémités, soit des fonds qui la terminent s'il s'agit d'une chaudière ou d'un bouilleur, soit du mode d'assujettissement des tubes dans les fonds du foyer et de la boîte à fumée dans le cas d'une chaudière tubulaire.

Appelons Γ la tension maximum élastique que doit développer la matière dans une section méridienne. Si cette matière a été laminée ou étirée, la limite supérieure de Γ' sera supérieure ou inférieure à celle de Γ, selon que le laminage sera parallèle ou perpendiculaire aux génératrices du cylindre.

Comme toutes les molécules de l'enveloppe situées primitivement dans un même plan méridien restent dans ce plan lors de la mise en pression, il ne se produit dans la pièce aucun effet de flexion, et, comme elle reste cylindrique, il n'y a pas de glissement dans les sections méridiennes et parallèles.

Soit N l'intensité des résultantes élastiques normales dans les sections faites, par un plan méridien, dans l'épaisseur d'un tronçon de la capacité limité par deux parallèles distants l'un de l'autre de 1 mètre.

On a, en supposant $P > P'$,

$$2N = P(D - e) - P'(D + e).$$

Comme il faut que N soit au plus égal à Γe, on pourra

prendre

$$e = \frac{(P - P')D}{2\Gamma + P + P'},$$

ou tout simplement

$$e = \frac{(P - P')D}{2\Gamma}, \tag{2}$$

attendu que $\frac{P + P'}{2\Gamma}$ est toujours une petite fraction.

Dans le cas où l'on aurait $P < P'$, on intervertirait l'ordre de P et P′ dans cette formule, et Γ serait alors relatif à la rupture par écrasement au lieu de l'être à l'extension.

Quelles que soient les circonstances qui se présentent, le maximum 2Γ est toujours bien inférieur à celui $4\Gamma'$; de sorte que, pour avoir toute la sécurité voulue, l'épaisseur e devra être calculée au moyen de la formule (2).

On fait encore usage de cette même formule dans les applications, lors même que la longueur de la pièce n'est pas très-grande par rapport à son diamètre; l'expérience a démontré, en effet, qu'elle donnait encore, dans ce cas, des résultats satisfaisants. Nous verrons plus loin comment on peut traiter complétement la question, en faisant entrer en ligne de compte les efforts de glissement développés dans chaque section méridienne, efforts qui croissent à mesure que l'on s'éloigne du milieu de cette section où ils sont nuls.

Supposons qu'il s'agisse d'un tube de chaudière tubulaire, et soit n le nombre d'atmosphères représentant la pression extérieure; on devra, dans la formule

$$e = \frac{(P - P')D}{2\Gamma},$$

supposer

$$P' = 10333.n, \quad P = 10333,$$

d'où

$$e = \frac{10333}{\Gamma}(n - 1)\frac{D}{2}. \tag{3}$$

Cette dernière formule s'appliquera encore au cas des tubes à circulation d'eau de la chaudière de M. Guillemin, dont nous nous occuperons plus tard, en supposant que Γ se rapporte à la traction et non à la compression.

Pour les tubes en fer, on pourra prendre, pour avoir une grande sécurité,

$$\Gamma = 10^6 \times 3,$$

d'où, en estimant e en millimètres et D en mètres,

$$e = 1,8(n-1)\mathrm{D}.$$

Pour les tubes en laiton, nous prendrons

$$\Gamma = 10^6 \times 2,$$

d'où

$$e = 2,6\,(n-1)\mathrm{D}.$$

47. *Épaisseur que doit avoir un corps cylindrique ou un bouilleur, en ayant égard à la clouure.* — Soient d la distance des axes de deux rivets consécutifs; Δ le diamètre des rivets.

En mettant la chaudière en pression, il tend à se former un vide entre la tête intérieure des rivets et la tôle, qui n'exerce en définitive des pressions que sur la tête extérieure; on peut, sans erreur sensible, considérer ces pressions comme étant uniformément réparties sur la circonférence de la tête extérieure.

Considérons comme isolé le tronçon déterminé par les sections de la chaudière passant par les axes de deux rivets consécutifs.

En négligeant $\frac{e}{\mathrm{D}}$ devant l'unité, on reconnaît, en raisonnant comme plus haut, que la résultante des pressions intérieure et extérieure, sur une section méridienne du tronçon, suffisamment éloignée de la ligne de rivets, est

$$10333(n-1)\frac{\mathrm{D}}{2}d.$$

Cette force, en raison du vide dont nous avons parlé plus haut, fait équilibre à la résultante élastique $\Gamma e(d-\Delta)$, développée dans la section méridienne du tronçon passant par les axes des rivets et qui, toutes choses égales d'ailleurs, fatigue plus que toutes les autres sections méridiennes. Il faut donc que l'on ait

$$\Gamma e(d-\Delta) = 10333(n-1)\frac{\mathrm{D}}{2}d,$$

d'où

$$e = \frac{10333}{2\Gamma}(n-1)\frac{D}{1-\frac{\Delta}{d}} \tag{4}$$

Pour obtenir une sécurité convenable, il faut attribuer au rapport $\frac{\Delta}{d}$ sa valeur maximum $\frac{1}{4}$, ce qui donne

$$e = \frac{10333}{\Gamma}(n-1)D. \tag{5}$$

48. *Chaudières en tôle de fer.* — En faisant seulement travailler la matière à raison de 3 kilogrammes par millimètre carré pour avoir une grande sécurité, nous poserons $\Gamma = 10^{6} \times 6$; et, en évaluant e en millimètres et forçant le chiffre des dixièmes, on trouve

$$e = 1{,}8(n-1)D. \tag{6}$$

D'après l'ordonnance du 22 mai 1843, abrogée par le décret du 25 janvier 1865, on devait employer la formule

$$e = 1{,}8(n-1)D + 3, \tag{6'}$$

qui ne diffère de la précédente que par l'introduction de la constante 3 (1). Cette constante a été introduite en vue de l'usure, et de reculer l'époque d'une réparation importante, en prévision des fuites qui corrodent rapidement la tôle; mais on a reconnu par expérience qu'il n'y avait pas lieu d'en tenir compte.

49. *Chaudières en tôle d'acier.* — L'idée de substituer la tôle d'acier à celle de fer, dans la construction des chaudières, est récente, et la pratique n'a pas encore dit son dernier mot sur cette innovation, qui a principalement reçu son application dans les locomotives.

La résistance à la rupture de l'acier, de qualité convenable, est, il est vrai, supérieure au double de celle des fers puddlés, les seuls qui, à notre avis, pour des motifs qui ne doivent pas trouver place ici, sont les seuls que l'on doive employer.

(1) D'après la même ordonnance, l'épaisseur de la tôle ne devrait pas dépasser 15 millimètres, mesure très-sage, attendu qu'au delà d'une certaine épaisseur il arrive généralement que la soudure des éléments du milieu laisse à désirer, ce qui rend la tôle défectueuse.

De sorte que, à la rigueur, la substitution de l'acier au fer pourrait conduire à une économie de 50 pour 100 sur le poids; mais, comme la tôle d'acier coûte au moins le double de la tôle de fer, on voit qu'il ne peut y avoir aucune différence sensible au point de vue de la dépense première.

D'autre part, la différence de poids pour une machine fixe ne signifie rien; à plus forte raison pour les locomotives qui doivent avoir un poids déterminé; peu importe donc que, dans ce dernier cas, on reporte le poids sur la chaudière ou le châssis, etc.

Il ne paraît pas d'ailleurs, jusqu'à ce jour, que l'on ait pu obtenir une grande régularité dans la quantité des tôles en acier (nécessairement puddlées); cette appréciation est conforme aux dires de certains machinistes des compagnies de chemins de fer qui, en constatant certains accidents dont quelques-uns de leurs camarades ont été victimes, ont qualifié d'explosibles les chaudières en tôles d'acier.

Nous pensons, en conséquence, qu'il y a lieu d'en rester à l'ancien système en tôle de fer.

50. *Chaudières en cuivre rouge.* — Ces chaudières sont maintenant très-rarement employées et encore ne le sont-elles que dans quelques petites industries spéciales, n'exigeant que des régénérateurs de peu de volume.

Ici on peut supposer $\Gamma = 4.10^6$, et l'on a, au lieu de la formule (6),

$$e = 2{,}6\,(n-1), \tag{7}$$

51. *Cisaillement.* — Le glissement de la tôle doit atteindre son maximum en ses points de contact avec les rivets sur la ligne de leurs axes.

Considérons la portion d'une feuille de tôle limitée par son bord et par deux sections transversales de la chaudière tangentes à un rivet, à partir de leurs points de contact; désignons par α la distance minimum du rivet au bord de la feuille, et estimons, comme on le fait d'habitude, à $\frac{4}{5}\Gamma$ l'effort maximum que l'on doit faire supporter à la matière dans sa tendance au glissement.

La résultante de la résistance au glissement dans les deux sections sera

$$2 \times \tfrac{4}{5} \Gamma e \left(\frac{\Delta}{2} + \alpha\right);$$

comme elle est égale à $10333\,(n-1)\,\frac{D}{2}\,d$, il vient

$$\tfrac{4}{5} \Gamma e \left(\frac{\Delta}{2} + \alpha\right) = 10333\,(n-1)\,\frac{D}{2} d$$

ou

$$\tfrac{4}{5}\, e\, \frac{\frac{\Delta}{2} + \alpha}{d - \Delta} = 10333\,(n-1)\,\frac{D}{2\Gamma}\,\frac{1}{1 - \frac{\Delta}{d}}.$$

Si l'on remplace le second membre de cette équation par l'épaisseur e à laquelle il est au plus égal, on ne peut obtenir pour α qu'une valeur un peu forte, ce qui augmente la sécurité. On a ainsi

$$\frac{8}{5}\left(\frac{\Delta}{2} + \alpha\right) = d - \Delta,$$

$$\alpha = \frac{5d - 9\Delta}{8}. \tag{8}$$

Il convient ici (12) d'estimer d à son maximum $2{,}5\Delta$, ce qui donne

$$\alpha = \Delta\,\frac{3{,}5}{8}, \quad \text{soit } \alpha = \frac{\Delta}{2}; \tag{9}$$

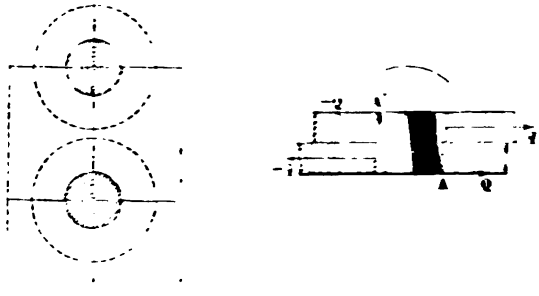
mais, comme on prend généralement $\alpha = \Delta$, on n'a pas à redouter de rupture par cisaillement, ce qui d'ailleurs est conforme aux faits observés.

Nous n'avons pas à nous arrêter aux conditions de résistance relatives aux rivets des bords circulaires des viroles; car il est visible, d'après ce que nous avons vu plus haut, qu'elles conduiraient à une épaisseur inférieure à celle qui est donnée par la formule (4).

52. *Diamètre des rivets.* — Lorsque la chaudière est mise en pression, les axes de deux trous correspondants se déplacent légèrement dans le plan transversal de la chaudière, et la queue des rivets ne s'appuie pour ainsi dire contre la tôle que

vers deux sommets opposés en diagonale A et A' *fig.* 109`.

Fig. 109.



Les tôles superposées sont sollicitées respectivement par deux forces de directions contraires, q, $-q$, égales à

$$10333\,(n-1)\,\frac{D}{2}\,d,$$

agissant suivant leurs milieux; en A, A', le rivet exerce sur les tôles deux efforts opposés Q, — Q, égaux entre eux, en raison de la symétrie. Les deux couples $(Q, -Q)$, $(q, -q)$ se font équilibre; mais, le premier ayant un bras de levier doublede celui du second, on a

$$Q = \frac{q}{2} = 10333\,(n-1)\,\frac{d}{4}.$$

Soit Γ'' l'effort maximum que l'on devrait faire subir, par extension, à une pièce formée de la matière du rivet; pour nous trouver dans les mêmes conditions relativement au cisaillement, nous estimerons à $\frac{4}{5}\Gamma''$ l'effort tranchant maximum par unité de surface, et nous aurons

$$\pi\,\frac{\Delta^2}{4}\,\frac{4}{5}\,\Gamma'' = \frac{10333}{4}\,(n-1)\,D\,d$$

ou

$$\pi\,\frac{2}{5}\,\frac{\Delta}{d-\Delta} = \frac{10333\,(n-1)}{\Gamma\,(d-\Delta)}\,\frac{D}{2}\,d\,\frac{\Gamma}{\Gamma''};$$

on pourra (48) remplacer le coefficient de $\frac{\Gamma}{\Gamma''}$ par l'épaisseur e, à laquelle il est au plus égal; de sorte qu'il vient

$$\Delta^2 = e\,(d-\Delta)\,\frac{5}{2\pi}\,\frac{\Gamma}{\Gamma''}. \qquad (10)$$

Pour ne pas s'exposer à obtenir pour Δ une valeur trop faible, il convient, dans cette formule, d'estimer le rapport $\frac{d}{\Delta}$ à son maximum 2,5, ce qui donne

$$\Delta = 1{,}2 \cdot e \frac{\Gamma}{\Gamma''}. \tag{11}$$

Comme on prend toujours pour les rivets des fers d'une qualité supérieure à celle des tôles, ainsi qu'on l'a fait remarquer plus haut, nous obtiendrons pour Δ une valeur plus forte que faible, en supposant $\Gamma = \Gamma''$, d'où

$$\Delta = 1{,}2 \cdot e.$$

La formule

$$\Delta = 1{,}3 \cdot e \tag{12}$$

donnerait des résultats se rapprochant plus des chiffres admis en pratique pour les différentes épaisseurs de tôle de fer.

Pour les chaudières en acier, Γ'' est inférieur à Γ, et il sera bon de supposer $\frac{\Gamma}{\Gamma''} = \frac{3}{2}$, d'où

$$\Delta = 1{,}8e. \tag{13}$$

53. *Remarque relative aux chaudières sphériques.* — On a employé autrefois des chaudières sphériques en tôle de fer et de cuivre, composées de tronçons de fuseaux rivés entre eux.

Une sphère creuse, homogène, soumise à des pressions intérieure et extérieure, ne pouvant se rompre que suivant un grand cercle, son épaisseur doit être calculée d'après la formule (1), qui donne un résultat peu différent de la moitié de celui qui résulte de l'application de la formule (2).

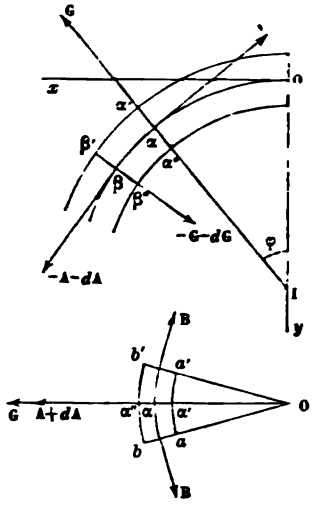
Il résulte de cette considération que l'excès de l'épaisseur sur la constance d'usure, si on l'admet, d'une chaudière sphérique, doit être moitié moindre que pour une chaudière cylindrique de même diamètre et soumise à la même pression intérieure.

54. *Cuissards.* — L'épaisseur des cuissards en tôle est celle d'un corps cylindrique de même diamètre, soumis à la même pression intérieure.

55. *Equilibre d'élasticité d'une enveloppe très-mince limitée par deux surfaces de révolution équidistantes soumises chacune à une pression uniforme.* — En raison de la petitesse supposée de l'épaisseur e, de l'enveloppe, on peut admettre que l'enveloppe est soumise à l'action de la différence p des pressions extérieure et intérieure, uniformément répartie sur la surface moyenne ou équidistante des deux surfaces limites.

Soient (*fig.* 110)

Fig. 110.



Oy l'axe de révolution, censé vertical pour fixer les idées;

O le sommet de la surface moyenne;

Oab ou $Oa'b'$ deux sections méridiennes de cette surface faisant entre elles un angle infiniment petit $d\theta$;

$Ox\beta$ le plan bissecteur de cet angle;

Ox la tangente en O à la section qu'il détermine dans la surface moyenne;

x, y les coordonnées du point α de cette section à l'état naturel;

$x+dx, y+dy$ celles du point β de la même courbe infiniment voisin de α;

$\alpha\beta = ds$;

φ l'angle $\alpha 1 O$ formé par la normale en α avec Ox;

ρ_0, ρ les rayons de courbure en α avant et après la déformation due à la pression p;

λ, λ' les dilatations au même point α, suivant la méridienne et le parallèle;

E le coefficient d'élasticité de la matière.

Nous désignerons par la caractéristique δ les déplacements résultant de l'action de la pression p sur l'enveloppe, et nous négligerons, comme on le fait d'habitude, les puissances, supérieures à la première, des termes affectés de cette caractéristique.

On a

$$(1) \qquad dx = ds\cos\varphi, \quad dy = ds\sin\varphi, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{d(\varphi + \delta\varphi)}{ds} = \frac{1}{\rho_0} + \frac{d\delta\varphi}{ds}.$$

Deux molécules primitivement situées sur un même parallèle de la surface moyenne devant évidemment se trouver après la déformation sur un même parallèle, on a, pour la dilatation transversale,

$$(a) \qquad \lambda' = \frac{\delta x}{x}, \quad \frac{d\lambda' x}{dx} = \frac{d\delta x}{dx} = \frac{\delta\, dx}{dx}.$$

D'autre part

$$\lambda = \frac{\delta\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{\delta\, ds}{ds} = \frac{\delta\dfrac{dx}{\cos\varphi}}{\dfrac{dx}{\cos\varphi}} = \frac{\delta\, dx}{dx} + \operatorname{tang}\varphi\,\delta\varphi,$$

d'où, en vertu de la relation (a),

$$(2) \qquad \lambda = \frac{d\lambda' x}{dx} + \operatorname{tang}\varphi\,\delta\varphi.$$

Considérons maintenant l'élément de volume ($aa'bb'$, $\alpha'\alpha''\beta'\beta''$) déterminé par les deux plans méridiens Oab, $Oa'b'$, et par les deux cônes de révolution autour de Ox, normaux à la surface moyenne en α et β, $d\varphi$ étant l'angle compris sous $\alpha'\alpha''$, $\beta'\beta''$.

Le glissement est nul dans les facettes ab, $a'b'$, puisque les parallèles restent des parallèles après la déformation.

Le glissement dans la facette $aba'b'$ est compris dans le plan

vertical $O\alpha'\alpha$, et donne lieu à une composante suivant la normale $I\alpha$.

Soient A, G les composantes élastiques par unité de surface, dues à l'action de la masse $O\alpha'\alpha''$ sur la facette $\alpha'\alpha''$, suivant la méridienne et la normale; elles seront considérées comme positives ou négatives selon que la direction de la première sera ou non comprise dans l'angle φ et que celle de la seconde ne rencontrera pas ou rencontrera Oy; B la composante élastique, également rapportée à l'unité de surface, normale aux facettes ab, $a'b'$, considérée comme positive ou négative, selon que sa direction traverse ou ne traverse pas l'angle $d\theta$.

On a

$$A = E\lambda, \quad B = E\lambda'.$$

Les tractions élémentaires égales à $Be\,ds$, agissant sur les facettes ab, $a'b'$, donnent lieu à une résultante

$$Be_0\,ds\,d\theta,$$

dirigée suivant le rayon du parallèle, allant de α vers l'axe, et dont la projection sur la méridienne est

$$Be_0\,ds\,d\theta\cos\varphi = Be_0\,dx\,d\theta.$$

Les actions normales aux facettes $\alpha'\alpha''$, $\beta'\beta''$

$$Ae_0x\,d\theta, \quad -Ae_0x\,d\theta - e_0\,d\theta\,dAx$$

donnent la composante

$$-e_0\,d\theta\,dAx,$$

suivant la méridienne.

Enfin, suivant la même direction, la force de glissement

$$-Ge_0x\,d\theta - e_0\,d\theta\,dGx$$

dans la facette $B'B''$ a pour composante

$$Ge_0x\,d\varphi\,d\theta.$$

On a donc pour l'équilibre

$$-e_0\,d\theta\,dAx + e_0B\,dx\,d\theta + Ge_0 + d\theta\,d\varphi = 0,$$

d'où

$$(b) \qquad \frac{d\lambda x}{dx} = \lambda' + \frac{G}{E}x\frac{d\varphi}{dx}.$$

Considérons maintenant la portion de l'enveloppe déterminée par le cône de révolution autour de Oy, qui a pour génératrice $I\alpha'\alpha''$. Chaque élément $d\omega$ du bord conique du segment étant sollicité par les forces $-Gd\omega$, $-Ad\omega$, toutes les forces semblables ont une résultante verticale

$$-(G\cos\varphi + A\sin\varphi)2\pi x e_0,$$

qui doit être égale et opposée à celle $p\pi x^2$ des pressions; on a donc

$$-(G\cos\varphi + A\sin\varphi)2\pi e_0 x = \pi p x^2$$

d'où

$$G = -E\lambda\,\mathrm{tang}\varphi + \frac{px}{2e_0\cos\varphi}. \tag{3}$$

L'équation (b) devient, par suite,

$$\frac{d\lambda x}{dx} = \lambda' + \left(\frac{px}{2Ee_0\cos\varphi} - \lambda\,\mathrm{tang}\varphi\right)x\frac{d\varphi}{dx}. \tag{4}$$

Il est clair qu'il ne se produit pas de flexion dans les facettes ab, $a'b'$.

Le moment du couple résistant à la flexion, dans la facette $\alpha'\alpha''$, est

$$-\frac{Ee_0^3}{12}\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right)x\,d\theta.$$

La face $\beta'\beta''$ donne un moment égal au précédent changé de signe, augmenté de sa différentielle par rapport à s, d'où le moment résultant

$$\frac{Ee^3}{12}\,dx\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right)\cdot d\theta. \tag{c}$$

De toutes les forces qui sollicitent l'élément de volume considéré, la composante de glissement, dans la facette $\beta'\beta''$, donne seule un moment

$$Ge_0 x\,d\theta\,ds \tag{c'}$$

par rapport à l'axe projeté en α.

Concevons maintenant que l'on divise l'enveloppe par des

surfaces équidistantes, infiniment voisines les unes des autres, et parallèles à ses surfaces limites, et considérons les portions de ces surfaces comprises dans l'élément de volume $(aa'bb', \alpha\alpha'\beta\beta')$.

En allant de l'intérieur vers l'extérieur, ou de $\alpha''\beta''$ en $\alpha'\beta'$, les pressions normales sur ces portions de surface vont en diminuant graduellement de p à zéro. Il doit résulter de là des inégalités dans les dilatations des couches déterminées par les surfaces dans le sens des parallèles, et qui donneront généralement lieu à deux couples identiques perpendiculaires aux plans Ob, Ob' et dont les axes seront les méridiennes moyennes des traces de la surface moyenne. Désignons par $\mathfrak{M}e_0 ds$ le moment de chacun des couples développés dans les facettes ab, $a'b'$.

La théorie mathématique de l'élasticité pourrait seule faire connaître la loi de la variation de $\mathfrak{M}$ avec x; mais, comme elle ne peut être d'aucune utilité dans la question actuelle, nous sommes obligé d'avoir recours à d'autres considérations.

Il paraît assez logique de supposer que chacune des surfaces tracées dans l'épaisseur de l'enveloppe est soumise à une pression normale uniforme, comme les deux extrêmes de ces surfaces qui limitent l'enveloppe, et alors $\mathfrak{M}$ devra être considéré comme une constante que les conditions relatives au mode de fixation des bords de la pièce permettront de déterminer. Chacun des couples $\mathfrak{M}e_0 ds$ se décompose en deux autres, $\mathfrak{M}e_0 ds \sin\varphi$, $\mathfrak{M}e_0 ds \cos\varphi$, dont les axes sont respectivement parallèle et perpendiculaire à OI. Pour les deux facettes opposées, les couples $\mathfrak{M}e_0 ds \sin\varphi$ se détruisent; les deux autres couples se réduisent au couple $\mathfrak{M}e_0 d\theta ds \cos\varphi$, dont l'axe est parallèle à la droite projetée en α.

Il nous reste donc à exprimer que la somme des deux expressions (c) et (c') et de $\mathfrak{M}d\theta ds\cos\varphi$ est nulle, ce qui donne

$$(5) \qquad d.x\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho_0}\right) = -\frac{12}{Ee_0^3}(Gx - \mathfrak{M}\cos\varphi)\,ds.$$

En y remplaçant $\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho_0}$ par $\frac{\delta\varphi}{\rho_0}$, G par sa valeur (3), cette équa-

tion, jointe aux formules (2) et (4), permettra de déterminer les inconnues du problème λ, λ', $\delta\varphi$.

56. *Cas d'un fond plat.* — Soit r le rayon du bord; on a

$$s = x, \quad \varphi = 0, \quad \frac{1}{\rho_0} = 0, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2}.$$

Le terme $\frac{px}{2Ee_0} x \frac{d\varphi}{dx} = \frac{px^2}{2Ee_0\rho}$ de la formule (4), en raison de la grandeur du facteur ρ qui est en dénominateur, est négligeable; on a ainsi

$$\frac{d\lambda' x}{dx} = \lambda, \tag{2'}$$

$$G = \frac{p}{2e_0} x, \tag{3'}$$

$$\frac{d\lambda x}{dx} = \lambda', \tag{4'}$$

$$\frac{dx \frac{d^2y}{dx^2}}{dx} = -\frac{12}{Ee_0^2}\left(\frac{px^2}{2e_0} - \mathfrak{M}\right). \tag{5'}$$

En ajoutant et retranchant l'une de l'autre les équations (2') et (4'), on trouve

$$\frac{d}{dx}(\lambda + \lambda') = 0, \quad \frac{x d(\lambda - \lambda')}{dx} + 2(\lambda - \lambda') = 0,$$

d'où

$$\lambda + \lambda' = C, \quad \lambda - \lambda' = \frac{C'}{x^2}, \tag{6}$$

C et C' étant deux constantes; mais la seconde est nulle, puisque $\lambda - \lambda'$ ne peut pas être infini pour $x = 0$; d'où il suit que λ et λ' sont égaux et constants, du moins dans les limites de l'approximation que nous avons adoptée.

Si le fond du cylindre est encastré sur son pourtour, λ et λ' sont nuls.

L'équation (5') donne successivement, en remarquant que

$\frac{d^2y}{dx^2}$ ne peut pas être infini pour $x = 0$, et que, pour cette valeur, $\frac{dy}{dx}$ et y sont nuls,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{12}{Ee_0^2}\left(\frac{px^2}{6e_0} - \mathfrak{M}\right),$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{12x}{Ee_0^2}\left(\frac{px^2}{18e_0} - \mathfrak{M}\right),$$

$$y = -\frac{6x^2}{Ee_0^2}\left(\frac{px^2}{36e_0} - \mathfrak{M}\right).$$

Dans le cas d'un encastrement on a

$$\frac{dy}{dx} = 0 \text{ pour } x = r,$$

d'où

$$\mathfrak{M} = \frac{pr^2}{18e_0}.$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2p}{Ee_0^2}\left(\tfrac{1}{3}r^2 - x^2\right).$$

La courbure changera de signe ou le fond deviendra concave à partir de la circonférence de rayon $\frac{r}{3}\sqrt{3} = 0{,}577\,r$.

Le maximum de la tension élastique développée correspond à $x = r$, de sorte que le danger de rupture se trouve à l'encastrement, ce qui est conforme à l'expérience. Si l'on égale ce maximum à l'effort maximum Γ que l'on veut faire supporter à la matière, on trouve

$$e_0 = \sqrt{\tfrac{2}{3}r\frac{pr}{\Gamma}} = \sqrt{\tfrac{2}{3}re_0'}, \tag{7}$$

e_0' étant l'épaisseur que doit avoir une enveloppe cylindrique de rayon r pour résister à la pression p dans les mêmes conditions que le fond plat.

On voit ainsi que, même pour des diamètres très-ordinaires, on devrait donner aux fonds plats des chaudières cylindriques des épaisseurs trop considérables pour qu'on puisse les réaliser.

Si nous continuons à admettre que la résistance transver-

sale est les $\frac{4}{5}$ de la résistance à l'allongement ou à la compression, il faut que le maximum de G qui correspond à $x = v$ soit inférieur à $\frac{4}{5}\Gamma$ ou que $\frac{pv}{2e_0} < \frac{4}{5}\Gamma$, ou, en remplaçant e_0 par sa valeur (7),

$$\frac{p}{\Gamma} < \frac{128}{75},$$

soit

$$\frac{p}{\Gamma} < 1{,}7,$$

condition qui sera toujours remplie dans la pratique; car, en supposant, par exemple, que l'on veuille faire travailler comme d'habitude le fer à 6 kilogrammes par millimètre carré, il suffirait que l'on eût

$$p < 10{,}2 \times 10^6,$$

soit 900 atmosphères environ.

La flèche n'est autre chose que la valeur de y correspondant à $x = v$, et a pour valeur

$$\frac{1}{6}\frac{p}{E}\frac{v^4}{e_0^3}.$$

57. *Fonds sphériques.* — Dans ce cas ρ_0 est constant et l'on a

$$x = \rho_0 \sin\varphi, \quad y = \rho_0(1 - \cos\varphi), \quad ds = \rho_0 d\varphi, \quad \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = \frac{d\delta\varphi}{\rho_0 d\varphi},$$

d'où

$$(2'') \qquad \frac{d\lambda' \sin\varphi}{d\varphi} = \lambda\cos\varphi - \sin\varphi\,\delta\varphi,$$

$$(3'') \qquad G = \left(\frac{p\rho_0}{2e_0} - E\lambda\right)\operatorname{tang}\varphi,$$

$$(4'') \qquad \frac{d\lambda \sin\varphi}{\cos\varphi\, d\varphi} = \lambda' + \left(\frac{p\rho_0}{2Ee_0} - \lambda\right)\operatorname{tang}^2\varphi,$$

$$(5'') \quad \frac{d}{d\varphi}\left(\sin\varphi\frac{d\delta\varphi}{dx}\right) = -\frac{12\rho_0^2}{Ee_0^3}\left[\left(\frac{p\rho_0}{2e_0} - E\lambda\right)\sin\varphi\operatorname{tang}\varphi - \mathfrak{M}\cos\varphi\right].$$

L'équation (5') est vérifiée par $\delta\varphi = 0$ et $\frac{p\rho_0}{2e_0} - E\lambda = 0$,

$\mathfrak{M} = 0$, ce qui est précisément la solution qui correspond à l'équilibre d'élasticité d'une enveloppe sphérique complète soumise à la pression intérieure p.

Comme on ne peut tirer aucun autre parti de l'équation (5″), nous examinerons plus loin la question à un autre point de vue.

58. *Conditions de résistance d'une enveloppe cylindrique terminée par deux fonds identiques adaptés de la même manière et soumise à une pression intérieure.* — Soient (*fig.* 111)

R le rayon moyen du corps cylindrique;

Cx la génératrice moyenne de l'une des sections faites avant la déformation par un plan passant par l'axe OO_1;

Ca la trace sur ce plan de l'équateur, c'est-à-dire du parallèle du milieu de la pièce;

a le centre de l'équateur.

Après la déformation, le lieu géométrique des lignes telles que Cx est une surface de révolution ayant pour axe OO_1, dont le plan équatorial Ca est un plan de symétrie; le point C de Cx s'est éloigné du point a, mais la tangente en ce point de la génératrice déformée est normale à Oa.

Cela posé, concevons que l'on transporte la section déformée parallèlement à Ca, de manière à ramener la position finale du point matériel C à coïncider avec sa position primitive.

Soient alors Cm ce que devient la génératrice déformée; $O'O'_1$ la position que prend l'axe OO_1.

Prenons le point C pour origine des coordonnées et Ca pour axe des y.

Considérons un élément de volume déterminé par: 1° deux plans méridiens $Od''d'$, $Od''_1d'_1$, symétriques par rapport au plan yCx, dont la trace horizontale est représentée par $Oe''ee'$, faisant entre eux l'angle $d\theta$; 2° deux plans $e'e''$, $e'_1e''_1$ perpendiculaires à Cx et distants de dx.

Les circonférences des parallèles, après la déformation, restant normales aux plans méridiens, il n'y a pas de composantes de glissement dans les faces $d'd''$, $d'_1d''_1$. Le glissement dans la face $e'e''$ étant nécessairement compris dans le plan

méridien, la composante de glissement correspondante est parallèle à Cy.

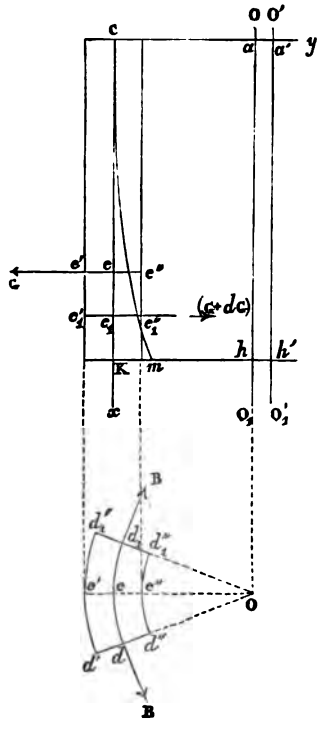
Soient maintenant, par unité de surface,

$G - (G + dG)$ les composantes de glissement parallèles à Cy dans les faces $e'e''$, $e'_1 e''_1$;

B la composante de dilatation normale à l'une ou l'autre des faces $d'd''$, $d'_1 d''_1$;

p la pression intérieure exercée sur l'enveloppe.

Fig. 111.



Nous supposons que le rapport $\frac{e}{R}$ de l'épaisseur e au rayon moyen est assez petit pour que l'on puisse considérer la pièce

comme étant uniquement sollicitée par la pression p agissant sur la surface cylindrique moyenne de l'enveloppe.

En projetant sur Cy les forces qui sollicitent l'élément de volume $d'd''d'_1d''_1e'e''e'_1e''_1$, on obtient

$$-\mathrm{R}e\,d\theta\,d\mathrm{G}-\mathrm{B}e\,dx\,d\theta+p\mathrm{R}\,d\theta\,dx=0,$$

d'où

$$\mathrm{B}+\mathrm{R}\frac{d\mathrm{G}}{dx}=\frac{p\mathrm{R}}{e}. \tag{1}$$

La traction longitudinale T_1 exercée sur $e'e''$ et $e'_1e''_1$ est la même que si le cylindre était indéfini, et a pour valeur

$$\mathrm{T}_1=\frac{\pi\mathrm{R}^2p}{2\pi\mathrm{R}e}=\frac{\mathrm{R}p}{2e}. \tag{1'}$$

Les moments des couples élastiques développés dans les sections $d'd''$, $d'_1d''_1$ sont

$$-\mathrm{E}\frac{e^3}{12}\frac{d^2y}{dx^2}\mathrm{R}\,d\theta,$$

$$\mathrm{E}\frac{e^3}{12}\left(\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{d^3y}{dx^3}dx\right)\mathrm{R}\,d\theta.$$

Des forces qui sollicitent l'élément, la composante $\mathrm{G}+d\mathrm{G}$ donne seule un moment du second ordre par rapport au milieu e de $e'e''$. En exprimant que la somme de ce moment

$$\mathrm{G}e\mathrm{R}\,d\theta\,dx$$

et des deux précédents est nulle, on trouve

$$\mathrm{E}\frac{e^2\mathrm{R}}{12}\frac{d^3y}{dx^3}=-\mathrm{GR}. \tag{2}$$

Cette équation, différentiée par rapport à x, en ayant égard à la relation (1), donne la suivante :

$$\mathrm{E}e^3\frac{\mathrm{R}}{12}\frac{d^4y}{dx^4}=-\mathrm{R}\frac{d\mathrm{G}}{dx}=-p\mathrm{R}+\mathrm{B}e, \tag{3}$$

qui est satisfaite par

$$y=0,\quad p\mathrm{R}=\mathrm{B}e,$$

valeurs qui correspondent au cas d'une enveloppe cylindrique indéfinie.

Soient K, h, h' les points où l'ordonnée du point m rencontre Cx, OO_1, $O'O'_1$; on a

$$h'm - hK = h'h + hm - (hm + mK) = hh' - mK = \delta R - y,$$

en désignant par δR le déplacement réel du sommet C de Cm ou la variation éprouvée par le rayon de l'équateur.

L'allongement relatif éprouvé par la ligne ded_1 est le même que celui du rayon du parallèle auquel elle appartient, et a pour expression

$$\frac{h'm - hK}{hK} = \frac{\delta R - y}{R},$$

d'où

$$B = E\frac{\delta R - y}{R}, \tag{4}$$

et l'équation (3) devient

$$\frac{d^4y}{dx^4} = -\frac{12}{R^2e^2}\left(\frac{pR^2}{Ee} - \delta R + y\right). \tag{5}$$

En posant

$$\alpha = \frac{\sqrt[4]{12}}{\sqrt{2Re}}, \tag{6}$$

désignant par M, M', N, N', quatre constantes arbitraires et exceptionnellement, pour éviter toute confusion, par ε la base du système de logarithmes népériens, l'intégrale de cette équation est

$$y = \delta R - \frac{pR^2}{Ee} + e^{\alpha x}(M\cos\alpha x + N\sin\alpha x) + e^{-\alpha x}(M'\cos\alpha x + N'\sin\alpha x),$$

et renferme cinq arbitraires, parmi lesquelles se trouve δR.

On a d'abord

$$y = 0, \quad \frac{dy}{dx} = 0 \quad \text{pour} \quad x = 0,$$

ce qui donne

$$M + M' = \frac{pR^2}{Ee} - \delta R, \quad M - M' + N + N' = 0.$$

Comme la courbe Cm est normale en a à Ca, il n'y a pas de

glissement dans la section correspondante, ou $G = o$ pour $x = o$, ou encore, d'après l'équation (2),

$$\frac{d^3y}{dx^3} = o, \quad \text{pour} \quad x = o, \tag{7}$$

ce qui se traduit par la relation

$$M' - M + N + N' = o,$$

d'où

$$M' = M = \frac{1}{2}\left(\frac{pR^2}{Ee} - \delta R\right),$$

et l'équation (5) devient

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{pR^2}{Ee} - \delta R\right)[-2 + (\varepsilon^{\alpha x} + \varepsilon^{-\alpha x})]\cos\alpha x + N(\varepsilon^{\alpha x} - \varepsilon^{-\alpha x})\sin\alpha x, \tag{8}$$

et l'on n'a plus qu'à établir, en faisant entrer en ligne de compte les conditions relatives aux extrémités, les deux relations qui doivent permettre de déterminer N et δR.

59. *Relation qui doit exister entre les épaisseurs du corps cylindrique d'une chaudière et les fonds sphériques qui la terminent pour que les tensions élastiques développées dans ces derniers soient les mêmes que s'ils faisaient partie d'une enveloppe sphérique complète.* — La partie sphérique de chaque fond se raccorde par une surface canal d'un très-petit rayon avec un anneau cylindrique dont le rayon extérieur est égal au rayon intérieur du corps de la chaudière, auquel il est fixé par des rivets.

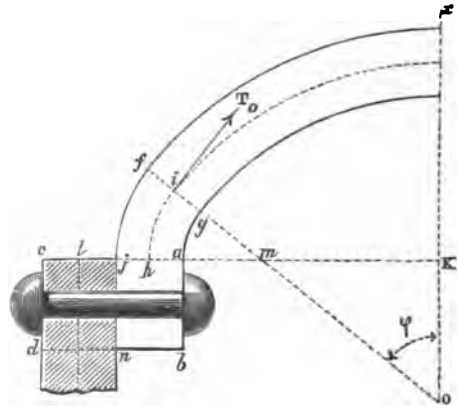
La *fig.* 112 représente la moitié d'une section méridienne faite à l'une des extrémités de la chaudière.

Soient

Ox l'axe de la chaudière;
$2l$ la longueur du corps cylindrique;
cK la trace du plan perpendiculaire à cet axe qui renferme l'extrémité ej du corps et la naissance aj du fond;
$e = cj$, $e_0 = aj$ les épaisseurs du corps et du fond;
$R = Kl$ le rayon moyen du corps;
O le centre du fond;

fgO le rayon aboutissant à la naissance de la partie sphérique ;
$\varphi = f$Ox l'angle qu'il forme avec l'axe ;
O$i = \rho_0$ le rayon moyen du fond ;

Fig. 112.



m le point de rencontre de Of avec cK, qui est le centre de l'arc de raccordement ih, dont nous appellerons γ le rayon hm.

On a

$$hi = \gamma\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right),$$

puis

$$\gamma + m\mathrm{K} = \mathrm{R} - \frac{e + e_0}{2}, \quad m\mathrm{K} = \mathrm{O}m\sin\alpha = (\rho_0 - \gamma)\sin\varphi,$$

d'où

$$\gamma(1 - \sin\varphi) = \mathrm{R} - \frac{e + e_0}{2} - \rho_0\sin\varphi. \tag{9}$$

Soient nb l'extrémité de la couronne du fond et α l'intersection du prolongement de la droite nb avec la surface extérieure du corps.

Nous conserverons les autres notations employées plus haut.

Par sa faible longueur, son épaisseur, l'influence des rivets,

la couronne *abcd* peut être considérée comme n'éprouvant pas de flexion ; de sorte que l'on a

$$\frac{dy}{dx} = 0, \quad \text{pour} \quad x = l,$$

et l'équation (8) donne par suite

$$(10) \qquad N = \frac{1}{2}\left(\frac{pR^2}{e} - \delta R\right)\frac{(\varepsilon^{\alpha l} + \varepsilon^{-\alpha l})\sin\alpha l - (\varepsilon^{\alpha l} - \varepsilon^{-\alpha l})\cos\alpha l}{(\varepsilon^{\alpha l} + \varepsilon^{-\alpha l})\sin\alpha l + (\varepsilon^{\alpha l} + \varepsilon^{-\alpha l})\cos\alpha l}.$$

Si l'on s'arrange de manière que la dilatation en *h*, qui est sensiblement égale à celle qui a lieu en *i*, soit la même qu'au milieu de *dn*, le corps cylindrique et le fond ne se contrarieront pas à leur jonction, et comme, d'après la condition que nous nous sommes imposée, la tension élastique dans le fond doit être $T_0 = \frac{p\rho_0}{2e_0}$, nous sommes conduit à poser

$$\frac{p\rho_0}{2e_0} = E\frac{\delta R - y}{R} \quad \text{pour} \quad x = l;$$

d'où

$$(11) \qquad \begin{cases} \delta R - \dfrac{p\rho_0 R}{2Ee_0} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{pR^2}{Ee} - \delta R\right)[-2 + (\varepsilon^{\alpha l} + \varepsilon^{-\alpha l})\cos\alpha l] \\ \qquad\qquad + N(\varepsilon^{\alpha l} - \varepsilon^{-\alpha l})\sin\alpha l, \end{cases}$$

et les équations (10) et (11) permettront de déterminer N et δR.

Elles sont satisfaites par les valeurs

$$N = 0, \quad \delta R = \frac{pR^2}{Ee},$$

si entre *e* et e_0 on a la relation

$$(12) \qquad \frac{e}{e_0} = 2\frac{R}{\rho_0},$$

qui est celle que nous avions en vue d'établir.

L'ordonnée *y* étant nulle, on voit que l'enveloppe cylindrique se comporte comme si elle était infinie.

Le corps cylindrique est généralement en fer à la houille ; il en est de même des fonds, lorsqu'ils sont hémisphériques et formés de segments sphériques cloués les uns aux autres ;

mais, pour les fonds méplats qui sont emboutis, on emploie du fer au bois, qui est bien plus résistant que le fer puddlé. Pour établir une chaudière, on devra d'abord calculer e au moyen de la formule

$$e = \frac{p\mathrm{R}}{\Gamma},$$

Γ étant la tension élastique que l'on peut avec sécurité faire supporter d'une manière permanente à la tôle à la houille, et l'équation (12) fera connaître e_0.

Avant d'aller plus loin, nous remarquerons que la projection de la surface ag sur le plan ayant $c\mathrm{K}$ pour trace est

$$\pi\left[\left(\mathrm{R}-\frac{e}{2}-e_0\right)^2-(\rho_0-e_0)^2\sin^2\varphi\right].$$

Considérons maintenant l'anneau dont la section méridienne est *fgajeb*, et exprimons que la somme des projections sur $0x$ des forces qui le sollicitent est nulle; nous aurons

$$-\mathrm{T}_1\mathrm{R}e+p\left[\left(\mathrm{R}-\frac{e}{2}-e_0\right)^2-(\rho_0-e_0)^2\sin^2\varphi\right]+\mathrm{T}_0\rho_0e_0\sin^2\varphi+p\rho_0e_0=0$$

ou, en remplaçant T_0 et T_1 par leurs valeurs et éliminant e au moyen de l'équation (12),

$$\frac{\mathrm{R}^2}{\rho_0^2}\left[1-\frac{1}{2}\left(1+\frac{\rho_0}{\mathrm{R}}\right)\frac{e}{\mathrm{R}}\right]-\left(1-\frac{1}{2}\frac{e}{2\mathrm{R}}\right)^2=\frac{\frac{\mathrm{R}^2}{\rho_0^2}-1}{2}-\frac{e}{2\mathrm{R}},$$

d'où, en négligeant $\frac{e^2}{\mathrm{R}^2}$ devant l'unité,

$$\sin\varphi=\frac{\mathrm{R}}{\rho_0}\left[1-\frac{\rho_0}{\mathrm{R}}\left(2-\frac{\rho_0}{\mathrm{R}}\right)\frac{e}{\mathrm{R}}\right]. \tag{13}$$

En portant cette valeur dans l'équation (9), on trouve

$$\gamma=e^{-\frac{\left(-\frac{1}{2}+\frac{7}{4}\frac{\rho_0}{\mathrm{R}}-\frac{\rho_0^2}{\mathrm{R}^2}\right)}{1-\frac{\mathrm{R}}{\rho_0}+\left(2-\frac{\rho_0}{\mathrm{R}}\right)\frac{e}{\mathrm{R}}}}.$$

Si le fond est un hémisphère, on a

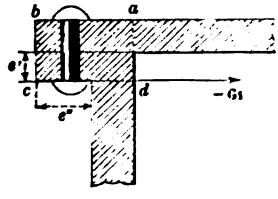
$$\rho_0=\mathrm{R}-\frac{e+e_0}{2}=\mathrm{R}-\tfrac{1}{2}e$$

et $\gamma = R - \frac{3}{4} e_0$. Le fond doit donc se raccorder directement avec le fond cylindrique.

Le rayon γ décroît quand le rapport $\frac{\rho_0}{R}$ augmente et s'annule pour une valeur de ce rapport un peu supérieure à 1,40. La compensation n'est donc possible que lorsque ρ_0 est au plus égal à 1,40, limite pour laquelle elle est défectueuse, puisque le raccordement devrait avoir lieu par une arête vive.

60. *Résistance d'un fond plat ajusté sur un cylindre creux.* — Conservons les notations des nos 56 et 58; désignons de plus par e', e'' l'épaisseur et la saillie des oreilles du cylindre et par $2l$ sa longueur. Considérons une section méridienne du système. Soient (*fig.* 113) *a*, *d* les intersections de la génératrice intérieure du cylindre avec la trace de la face supérieure de la plaque et le prolongement de la trace de la face inférieure de l'oreille; *b*, *c* les intersections de ces traces avec la génératrice extérieure de l'oreille et de la plaque.

Fig. 113.



Deux sections méridiennes faisant entre elles l'angle $d\theta$ et les plans *ab*, *cd* détermineront un élément de volume dont nous allons déterminer les conditions d'équilibre.

La face intérieure *ad* de l'élément nous donnera, suivant le rayon moyen, la composante

$$-E\lambda r e_0 d\theta + p r e' d\theta.$$

Les deux faces *abcd* donnent la résultante

$$-E(e_0 + e')(e'' + e)\lambda d\theta.$$

Si nous désignons par G_1 la valeur de la composante de glis-

sement dans le cylindre en d, nous aurons

$$-E\lambda r e_0 d\theta + p r e' d\theta - E(e_0 + e)(e'' + e')\lambda d\theta - G_1 R e d\theta = 0;$$

d'où, en remarquant que $r = R - e$,

$$(14)\quad E\lambda[e_0(R-e) + (e_0 + e')(e'' + e)] + G_1 R e = p(R-e)e'.$$

Nous avons maintenant (58)

$$G_1 R = -\frac{E e^2 R}{12}\frac{d^2\gamma}{dx^2} \quad \text{pour} \quad x = l,$$

et, en remarquant que $\delta R = R\lambda$, l'équation (14) nous donnera une première relation entre les inconnues λ et R.

Comme on peut négliger la flexion de la pièce *abcd*, on a $\frac{d\gamma}{dx} = 0$, pour $x = l$, ce qui donne la seconde des relations cherchées qui résolvent complétement le problème.

Connaissant λ et la courbure maximum du fond et du corps cylindrique, il sera facile d'établir les équations de résistance de ces deux pièces pour en déduire leurs épaisseurs.

Mais, comme les formules auxquelles on est ainsi conduit sont très-compliquées, il suffira, dans la pratique, d'appliquer les formules des n°s 46 et 56.

CHAPITRE IV.

DES ORGANES DES MACHINES A VAPEUR ÉTRANGERS A LA DISTRIBUTION.

61. *Cylindre.* — Un cylindre est en fonte moulée et alésé; exceptionnellement, et pour des machines d'une faible puissance, il est en bronze ou en laiton. Il est terminé par des fonds plats.

Le fond et quelquefois le corps cylindrique sont renforcés par des nervures circulaires.

Les cylindres ne sont pas éprouvés à la pompe de pression, et cela se conçoit d'après ce que nous avons dit relativement à la classification des chaudières, au point de vue des dangers qu'ils peuvent présenter. La vapeur qu'ils renferment contient en effet trop peu de chaleur pour qu'une rupture donne lieu à un accident sérieux.

Comme on peut sans inconvénient faire travailler la fonte à raison de 3 kilogrammes par millimètre carré, l'épaisseur du cylindre, exprimée en millimètres, pourra être calculée par la formule (3′) du n° 45, dont nous conserverons d'ailleurs les notations.

Mais généralement, en raison des difficultés que présente le travail de la fonderie, on est obligé de donner au cylindre une épaisseur plus grande que celle qui résulte de l'application de cette formule.

L'épaisseur e_1 des fonds plats se déterminera en appliquant la formule (7) du n° 56, qui, en y introduisant les notations actuelles, devient

$$e_1 = \sqrt{\frac{De}{3}},$$

d'où, en évaluant e et e_1 en millimètres et D en mètres,

$$e_1 = 1{,}33\,D\sqrt{n}.$$

62. *Enveloppes des cylindres.* — Pour atténuer les effets du refroidissement dû au contact de l'air, qui est une cause de condensation, on enveloppe ordinairement les cylindres de matières peu conductrices de la chaleur, le plus souvent de lames de bois maintenues extérieurement par des cercles ou une enveloppe en tôle. On emploie aussi du feutre maintenu par un cylindre annulaire en tôle ou en bois.

Dans les machines soignées, on met la chaudière en communication avec un espace annulaire compris entre le cylindre et un cylindre concentrique d'un plus grand diamètre; le cylindre extérieur est muni de l'enveloppe dont nous avons parlé en premier lieu. L'enveloppe ou *chemise* de vapeur a pour effet de diminuer la quantité d'eau entraînée par la vapeur, qui tendrait au contraire à augmenter pendant la détente, et de remédier aux refroidissements auxquels elle donne lieu lorsqu'elle se vaporise, dans la période d'échappement, par suite de la réduction de pression; avec une chemise de vapeur, la détente est moins rapide et suit sensiblement la loi de Mariotte. Une machine donnée peut ainsi produire plus de travail lorsque son cylindre est muni d'une chemise. L'emploi des doubles enveloppes permettrait de réaliser, dit-on, une économie considérable de vapeur, qui pourrait atteindre 18 et même 20 pour 100, résultat que nous discuterons dans un autre Chapitre.

63. *Du piston.* — On n'emploie plus guère maintenant, dans la construction des machines à vapeur, que le piston dit *Suédois* qui présente, sur ceux qui en ont précédé l'application, des avantages notables au point de vue de la simplicité, de la solidité et de l'obturation.

Le corps du piston est d'un diamètre légèrement inférieur au diamètre intérieur du cylindre.

Sur sa surface latérale, on a pratiqué un certain nombre de cannelures circulaires identiques, également espacées, à section rectangulaire, dans lesquelles on fait pénétrer des bagues

(*segments*) en fonte ou en acier, coupées suivant deux sections transversales voisines et dont l'épaisseur, ou est uniforme, ou va en augmentant à partir de chaque extrémité jusqu'au milieu.

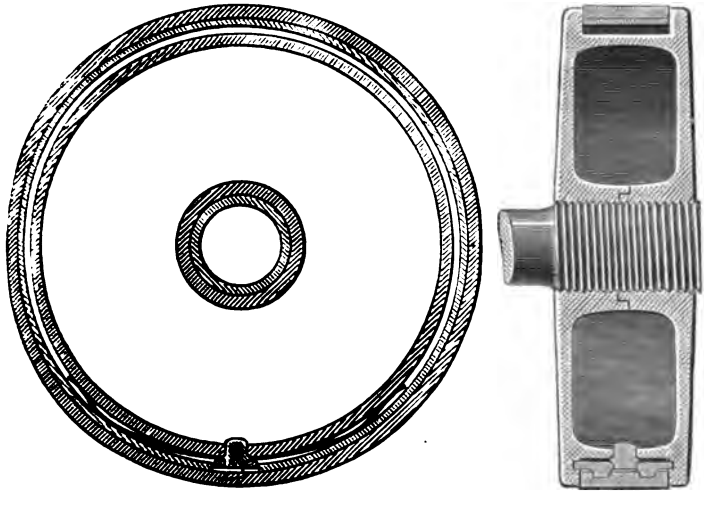
Les segments débordent la surface du piston pour que, après la mise en place, ils exercent une pression sur la paroi du cylindre; de manière à intercepter plus ou moins la communication entre les deux faces.

Lorsqu'il y a plusieurs segments, ils sont disposés de manière que les fentes ne soient pas limitées par les mêmes génératrices.

Un segment se place en ouvrant suffisamment ses deux branches pour lui faire embrasser le piston, et en le poussant ensuite jusqu'à sa cannelure.

La *fig.* 114 représente le type des pistons des locomotives

Fig. 114.



de la Compagnie des chemins de fer de Paris-Lyon-Méditerranée.

Pour que la vapeur, à son entrée dans le cylindre, n'éprouve pas de pertes de force vive trop considérable, il ne faut pas

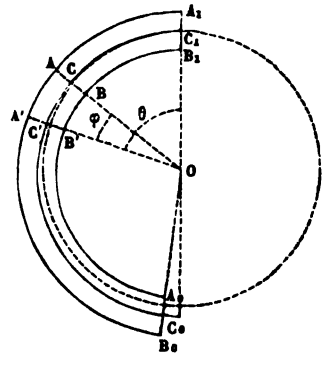
exagérer la vitesse moyenne du piston. Cette vitesse descend rarement au-dessous de $0^m,80$ et ne dépasse pas $3^m,50$.

64. *Du profil rationnel des segments du piston.* — Il est clair que, à l'état naturel, un segment devrait avoir une forme telle que, après la mise en place, il prît exactement celle de la section intérieure du cylindre, que ses deux extrémités vinssent se rejoindre, et, pour que l'usure fût uniforme, que la pression rapportée à l'unité de surface exercée par le piston fût constante.

Proposons-nous d'étudier les forces qui satisfont à ces conditions.

Supposons que le segment à l'état naturel soit placé de manière que sa section du milieu A_1B_1 (*fig.* 115) passe par l'axe O

Fig. 115.



du cylindre dont nous désignerons le rayon par R, et que la forme de sa fibre moyenne diffère peu d'un cercle de rayon R_0.

Le rayon vecteur, joignant l'origine O à un point quelconque C de la fibre moyenne, pourra se présenter par

$$r_0 = R_0(1 + u_0) \quad \text{ou} \quad r = R_0(1 + u),$$

selon qu'elle sera à l'état naturel ou déformée, u_0 et u étant des quantités assez petites pour que l'on puisse en négliger les carrés et ceux de leurs dérivés par rapport à l'angle polaire θ, mesuré à partir du rayon OC_1 mené au milieu C_1 de la fibre.

Soient

p la pression uniforme que doit exercer le segment sur le cylindre;

φ l'angle que forme une section quelconque A'C'B' avec une section déterminée AB définie par l'angle θ;

$A_0C_0B_0$ la section qui termine l'une des branches du segment.

Nous pouvons faire abstraction de la largeur de la bague dans le sens de l'axe O ou la supposer égale à l'unité, attendu qu'elle resterait en facteur commun dans les deux membres des équations que nous allons établir.

En négligeant la différence qui existe entre la fibre moyenne et le cercle de rayon R_0, ainsi que l'angle au centre correspondant à la fente, le moment de la pression totale sur l'arc A_0A par rapport au centre de gravité C de la section AB est

$$\int_0^{\pi-\theta} p\,RR_0 \sin\varphi\, d\varphi = 2p\,RR_0 \cos^2\frac{\theta}{2}.$$

Soient

E le moment d'élasticité de la matière;

v la demi-largeur de la section normale en C;

ρ_0, ρ les rayons de courbure, en ce point, de la fibre moyenne, avant et après la déformation.

Le moment d'inertie de la section par rapport à C étant $\frac{2}{3}v^3$, on a

$$\frac{1}{3}Ev^3\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho_0}\right) = p\,RR_0\cos^2\frac{\theta}{2}. \tag{1}$$

Nous négligerons la compression longitudinale

$$p\frac{R}{v}(1+\cos\theta) = 2p\,R\cos^2\frac{\theta}{2},$$

devant la force élastique

$$Ev\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho_0}\right) = 3p\,\frac{RR_0}{v^2}\cos^2\frac{\theta}{2}, \tag{2}$$

ce qui revient, comme approximation, à négliger devant l'unité le rapport $\frac{v}{R_0}$, qui est toujours une petite fraction.

65. *Forme d'égale résistance.*—Soit Γ la tension ou compression élastique maximum que doit supporter la matière. Examinons d'abord si la forme d'un solide d'égale résistance est compatible avec l'hypothèse de u, u_0 très-petits; nous aurons d'abord

$$E\nu\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho_0}\right)=\Gamma;$$

d'où, en vertu de l'équation (2),

$$\nu=\sqrt{\frac{3p\,RR_0}{\Gamma}}\sin\frac{\theta}{2}.$$

Or (1)

$$(3)\quad \frac{1}{\rho}-\frac{1}{R_0}=-\frac{1}{R_0}\left(u+\frac{d^2u}{d\theta^2}\right),\quad \frac{1}{\rho_0}-\frac{1}{R_0}=-\frac{1}{R_0}\left(u_0+\frac{d^2u_0}{d\theta^2}\right),$$

de sorte que, en posant

$$u_0-u=w,\quad \nu_1=\sqrt{\frac{3p\,RR_0}{\Gamma}},$$

ν_1 étant la demi-largeur en C_1, on a

$$\frac{d^2w}{d\theta^2}+w=\frac{\Gamma R_0}{E\nu_1\cos\frac{\theta}{2}}.$$

---

(1) Soient, en effet, φ l'angle mNx, formé par la normale mN en m avec Ox, et mT la tangente au point m.

On a

$$\varphi=\theta+\widehat{OmN},$$

$$\operatorname{tang}\widehat{OmN}=\operatorname{tang}(OmT-90^\circ)=-\cot OmT=-\frac{dr}{r\,d\theta}=-\frac{du}{d\theta};$$

d'où, d'après le mode d'approximation adopté,

$$\widehat{OmN}=-\frac{du}{d\theta},$$

$$\varphi=\theta-\frac{du}{d\theta},\quad d\varphi=d\theta-\frac{d^2u}{d\theta^2}d\theta.$$

On a aussi

$$ds=\sqrt{r^2d\theta^2+dr^2}=\sqrt{R_0(1+u)^2d\theta^2+R_0du^2}=R_0(1+u)d\theta$$

et enfin

$$\frac{1}{\rho}=\frac{d\varphi}{ds}=\frac{1-\frac{d^2u}{d\theta^2}}{R_0\,1+u)}=\frac{1}{R_0}-\frac{1}{R_0}\left(u+\frac{d^2u}{d\theta^2}\right).$$

Pour des valeurs de θ voisines de 180, le second membre de cette équation est grand, ce qui est incompatible avec l'hypothèse que nous avons faite sur la petitesse de u, u_0 et de leurs dérivés. Il faut donc renoncer à la forme d'un solide d'égale résistance.

66. *Hypothèse de* $v = v_0\left(1 + \varepsilon\cos\frac{\theta}{2}\right)$, v_0 *et* ε *étant des constantes.* — L'analyse précédente nous conduit à cette hypothèse pour obtenir un segment dont la résistance n'éprouve que des variations restreintes de l'un à l'autre de ses points.

L'équation (1) donne, pour la plus grande force élastique développée dans une section quelconque,

$$\text{(4)}\qquad \mathrm{E}v\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right) = \frac{3p\mathrm{RR}_0\cos^2\frac{\theta}{2}}{v_0^2\left(1 + \varepsilon\cos\frac{\theta}{2}\right)^2}.$$

Le maximum de cette expression correspond à $\theta = 0$, d'où cette première relation

$$\text{(5)}\qquad \Gamma = \frac{3p\mathrm{RR}_0}{v_0^2(1+\varepsilon)^2}.$$

L'équation (4) peut maintenant se mettre sous la forme

$$\text{(6)}\qquad \frac{d^2w}{d\theta^2} + w = \frac{\Gamma\mathrm{R}_0}{\mathrm{E}v_0}(1+\varepsilon)^2\frac{\cos^2\frac{\theta}{2}}{\left(1 + \varepsilon\cos\frac{\theta}{2}\right)^3},$$

ou, en développant le second membre de cette équation suivant les puissances ascendantes de ε,

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + w = \frac{\Gamma\mathrm{R}_0}{\mathrm{E}v_0}(1+\varepsilon)^2\cos^2\frac{\theta}{2} \times\left[1 - 3\cos\frac{\theta}{2} + \frac{1}{2}\sum_2^{\infty}(-\varepsilon)^n(n+1)(n+2)\cos^n\frac{\theta}{2}\right].$$

Ce second membre pourra être remplacé par une suite indéfinie de sinus et cosinus des multiples de $\frac{\theta}{2}$ et dont les coef-

ficients, au facteur $\frac{\Gamma R_0}{E v_0}$ près, ne dépendront que de ε. Posant donc

$$\frac{d^2 w}{d\theta^2} + w = \sum \left(A_n \cos n\frac{\theta}{2} + B_n \sin n\frac{\theta}{2} \right),$$

il vient

$$w = A_0 + \frac{4}{3}\left(A_1 \cos\frac{\theta}{2} + B_1 \sin\frac{\theta}{2} \right) + \frac{\theta}{2}(A_2 \sin\theta - B_2 \cos\theta) + 4\sum_{n=3}^{\infty} \frac{A_n \cos n\frac{\theta}{2} + B_n \sin n\frac{\theta}{2}}{4 - n^2} + M\cos\theta + N\sin\theta,$$

M et N étant deux constantes arbitraires.

On peut supposer que, avant son introduction dans le cylindre, le segment soit disposé de manière que le point A_1 ou le point C_1 n'éprouve ensuite aucun déplacement; et, comme OC_1 est normal à la fibre moyenne après comme avant la déformation, les arbitraires se détermineront par les conditions

$$w = 0, \quad \frac{dw}{d\theta} = 0, \quad \text{pour} \quad \theta = 0.$$

Mais on doit avoir, par hypothèse,

$$R_0(1 + u) + v = R, \tag{7}$$

d'où

$$r_0 = (1 + u_0)R_0 = R - v_0\left(1 + \varepsilon\cos\frac{\theta}{2}\right) + R_0 w; \tag{8}$$

en remplaçant dans cette formule w par sa valeur, on aura l'équation polaire de la fibre moyenne à son état naturel et la forme de pièce sera complétement déterminée, si l'on se donne R_0, qui reste indéterminé entre certaines limites. Nous pourrons supposer $R_0 = OC_1$ ou

$$R_0 = R - v_0(1 + \varepsilon); \tag{9}$$

nous aurons alors

$$u_0 = \frac{v_0 \varepsilon}{R_0 \varepsilon}\left(1 - \cos\frac{\theta}{2}\right) + w, \tag{10}$$

et par suite, en vertu de la seconde des formules (3) et de l'équation (6),

$$(11)\quad \frac{1}{\rho_0}-\frac{1}{R_0}=-\frac{v_0\varepsilon}{R_0^2}\left(1-\frac{3}{4}\cos\frac{\theta}{2}\right)-\frac{\Gamma}{Ev_0}(1+\varepsilon)^2\frac{\cos^2\frac{\theta}{2}}{\left(1+\varepsilon\cos\frac{\theta}{2}\right)^3}.$$

Nous ferons remarquer que l'analyse précédente suppose implicitement que $\frac{v_0\varepsilon}{R}$ est une assez petite fraction pour que l'on puisse en négliger le carré devant l'unité.

67. *Cas où l'épaisseur est uniforme.* — Actuellement, un grand nombre de constructeurs admettent une épaisseur uniforme pour les segments. Nous allons étudier spécialement ce cas ou celui de $\varepsilon = 0$. Nous aurons

$$(7')\qquad R_0 = R - v_0,$$

$$(10')\qquad u_0 = \omega v, \quad u = 0,$$

$$(11')\qquad \frac{1}{\rho_0}-\frac{1}{R_0}=-\frac{\Gamma}{Ev_0}\cos^2\frac{\theta}{2},$$

$$(5')\qquad \Gamma = \frac{3pR(R-v_0)}{v_0^2},$$

$$(6')\qquad \frac{d^2u_0}{d\theta^2}+u_0=\frac{\Gamma R_0}{Ev_0}\cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{\Gamma(R-v_0)}{2Ev_0}(1+\cos\theta),$$

d'où

$$u_0=\frac{\Gamma(R-v_0)}{2Ev_0}\left(1+\tfrac{1}{2}\theta\sin\theta+M\cos\theta+N\sin\theta\right);$$

et, comme on a $u_0 = 0$, $\frac{du_0}{d\theta} = 0$, pour $\theta = 0$, il vient

$$(12)\qquad u_0=\frac{\Gamma(R-v_0)}{2Ev_0}\varphi(\theta),$$

en posant, pour simplifier,

$$(13)\qquad \varphi(\theta)=1-\cos\theta+\frac{\theta}{2}\sin\theta.$$

Le maximum de cette fonction correspond à la valeur de θ

donnée par

$$\tan\theta = -\frac{\theta}{3}, \tag{14}$$

soit environ $\theta = 141°$.

Pour bien nous rendre compte de la manière dont varie la fonction φ, nous avons formé le tableau suivant :

θ	$\varphi(\theta)$	θ	$\varphi(\theta)$	θ	$\varphi(\theta)$
0°	0,000	70	1,232	140	2,551
10	0,030	80	1,513	150	2,520
20	0,120	90	1,785	160	2,427
30	0,265	100	2,034	170	2,242
40	0,458	110	2,244	180	2,000
50	0,691	120	2,407		
60	0,953	130	2,512		

Le rayon vecteur r' du profil extérieur du segment étant

$$r' = R_0(1 + u_0) + v_0 = R + (R - v_0)u_0,$$

sa valeur moyenne est

$$R_1 = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} r'\,d\theta = R + \frac{3}{4}\frac{\Gamma(R - v_0)^2}{E v_0}. \tag{15}$$

Soit $\delta\theta$ la variation éprouvée par θ par suite de la déformation; en négligeant les variations de longueur des éléments de la fibre moyenne dues aux composantes longitudinales, il faut exprimer que ds ne change pas de longueur ou que

$$(1 + u_0)\,d\theta = d(\theta + \delta\theta),$$

d'où

$$\delta\theta = \int_0^{\theta} u_0\,d\theta.$$

Pour que les deux extrémités du segment se joignent, après la mise en place, il faut que l'angle au centre qu'elles déterminent soit égal au double de $\delta\theta$ pour $\theta = \pi$, aux termes près du second ordre. En appelant $2i$ cet angle, on a

$$i = \int_0^{\pi} u_0\,d\theta = \frac{3}{4}\frac{\pi\Gamma(R - v_0)}{E - v_0}. \tag{16}$$

Pour que l'on puisse introduire le segment dans le cylindre

sans danger de rupture, il faut que le maximum de

$$E\varepsilon_0\left(\frac{1}{\rho_0}-\frac{1}{R+\varepsilon_0}\right)$$

soit au plus égal à la limite d'élasticité que nous désignerons par Γ', ou, en vertu de la formule (11'), que

$$E\varepsilon_0\left(\frac{1}{R-\varepsilon_0}-\frac{1}{R+\varepsilon_0}\right)<\Gamma',$$

d'où

$$\frac{\varepsilon_0}{R}<\sqrt{\frac{1'}{2E\left(1+\frac{\Gamma'}{2E}\right)}},$$

ou, comme $\frac{\Gamma'}{2E}$ est une petite fraction,

$$\frac{\varepsilon_0}{R}<\sqrt{\frac{\Gamma'}{2E}}. \tag{17}$$

Pour l'acier, on a

$$E=2.10^{10},\quad \Gamma'=70.10^6,$$

d'où

$$\frac{\varepsilon_0}{R}<0{,}042.$$

Pour la fonte

$$E=12.10^9,\quad \Gamma'=12.10^6,$$

d'où

$$\frac{\varepsilon_0}{R}<0{,}021.$$

La limite supérieure de la pression que l'on pourra exercer sur le cylindre s'obtiendra en supposant dans l'équation (5')

$$\varepsilon=0,\quad \Gamma=\Gamma',\quad \frac{\varepsilon_0}{R}=\sqrt{\frac{\Gamma'}{2E}},$$

ce qui donne

$$p=\frac{\Gamma'}{3\left(\frac{2E}{\Gamma'}-\sqrt{\frac{2E}{\Gamma'}}\right)}.$$

Cette limite correspond à $4^{kg},27$ par centimètre carré pour l'acier et à $0^{kg},205$ pour la fonte.

Dans certaines machines locomotives de la Compagnie des chemins de fer de Paris-Lyon-Méditerranée, on a

$$R = 0^m,210, \quad r_0 = 0^m,0075.$$

Les segments sont en acier; mais, au lieu d'affecter la forme à laquelle nous sommes parvenu, ils sont circulaires. Supposons néanmoins que notre théorie leur soit applicable en considérant le rayon du cercle extérieur primitif comme étant égal au rayon moyen R_1 donné par la formule (15); $R_1 - R$ varie avec les segments entre 0,005 et 0,0075; supposons que cette différence soit égale à $0^m,006$; les équations (15), (5), (16) donnent

$$\Gamma = 30^{kg}.10^6, \quad p = 1,32 \times 10^4, \quad i = 5°17'31'',$$

et l'on a $\frac{\rho_0}{R} = 0,0357$, chiffre inférieur à la limite obtenue plus haut.

L'équation (12) devient, eu égard à la formule (15),

$$R_0 u_0 = \frac{\Gamma(R - \rho_0)R_0}{2E\rho_0}\varphi(\theta) = \frac{2}{3}\frac{(R_1 - R)R_0}{R_0 - \rho_0}\varphi(\theta), \tag{18}$$

et, dans le cas actuel,

$$R_0 u_0 = 0,004\varphi(\theta).$$

D'après le tableau qui donne les valeurs de $\varphi(\theta)$ correspondant à des angles croissant de 10 en 10 degrés à partir de zéro, nous avons formé le suivant, en prenant le millimètre pour longueur :

θ	$R_0 u_0$	θ	$R_0 u_0$	θ	$R_0 u_0$
0	0,000	70	4,928	140	10,204
10	0,120	80	6,052	150	10,080
20	0,480	90	7,140	160	9,708
30	1,060	100	8,136	170	8,968
40	1,832	110	8,976	180	8,000
50	2,764	120	9,628		
60	3,812	130	10,048		

d'où l'on déduira facilement par une épure la forme que doit affecter la fibre à l'état naturel.

68. *Des segments avec faux segments.* — Lorsque dans les locomotives on emploie des segments en fonte, on les double à l'intérieur d'un *faux segment* en acier d'une moindre épaisseur, mais dont l'ouverture est, en général, diamétralement opposée à celle du segment. Cette ouverture correspond à une dizaine de degrés pour laisser passer le dispositif employé pour maintenir le point C_1 à une distance déterminée de l'axe. Le faux segment s'appuie sur le fond de la cannelure, par l'intermédiaire de deux faibles ressorts dont nous pouvons faire abstraction.

Le faux segment agit sur le segment et contribue à lui faire exercer sur le cylindre une pression suffisante pour obtenir une fermeture convenable, pression que l'on atteindra autrement, car on serait obligé de donner au segment une épaisseur incompatible avec la condition de ne pas se rompre lors de la mise en place.

Soit $A_1C_2B_2$ la section du segment correspondant à l'extrémité du faux segment.

Nous conserverons les notations qui précèdent en accentuant les lettres qui se rapportent au faux segment.

Nous aurons, pour une section normale comprise entre C_0 et C_2,

$$\frac{E\nu_0^3}{3}\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho_0}\right)+\frac{E\nu_0'^3}{3}\left(\frac{1}{\rho'}-\frac{1}{\rho_0'}\right)=pR_0R\cos\frac{\theta}{2}, \tag{19}$$

et pour une section comprise entre C_0 et C_2 la même équation, en y supposant $\nu_0'=0$, de sorte que la forme de l'arc C_1C_2 appartient à la courbe que nous avons déterminée plus haut, et qui se confond sensiblement, dans cette région, avec un cercle de centre O, comme nous l'avons reconnu.

On a

$$\rho'=\rho-\nu-\nu_0',\quad \rho_0'=\rho_0-\nu_0-\nu_0',$$

d'où, en négligeant les carrés de $\frac{\nu+\nu_0'}{\rho}$, $\frac{\nu_0+\nu_0'}{\rho_0}$,

$$\begin{aligned}\frac{1}{\rho'}-\frac{1}{\rho_0'}&=\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho_0}+(\nu_0+\nu_0')\left(\frac{1}{\rho^2}-\frac{1}{\rho_0^2}\right)\\&=\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho_0}\right)\left[1+2(\nu+\nu_0)\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho_0}\right)\right].\end{aligned}$$

Comme ρ, ρ_0 diffèrent peu de R_1, on voit que l'on peut remplacer, dans le second facteur du second terme o, qui est déjà petit, ρ et ρ_0 par R. Si donc nous posons

$$E'' = E + E' \frac{\nu_0'^3}{\nu_0^3}\left[1 + 2\frac{(\nu_0 + \nu_0')}{R}\right], \tag{20}$$

l'équation (19) devient

$$\frac{E''\nu_0^3}{3}\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right) = pR_0R\cos\frac{\theta}{2}; \tag{21}$$

on rentre ainsi dans le cas précédent, en remplaçant dans les formules E par E''; seulement Γ n'a plus la signification physique que nous lui avions attribuée.

Si Γ_1, Γ_1' sont les forces élastiques maximum développées dans la fonte et l'acier, on a

$$\begin{cases} \Gamma_1 = E\nu_0 \max.\left(\dfrac{1}{\rho} - \dfrac{1}{\rho_0}\right) = \dfrac{E}{E''}\Gamma, \\ \Gamma_1' = E'\nu_0'\left(1 + 2\dfrac{\nu_0 + \nu_0'}{R}\right)\max.\left(\dfrac{1}{\rho} - \dfrac{1}{\rho_0}\right) \\ \quad = \dfrac{E'}{E''}\dfrac{\nu_0'}{\nu_0}\left[1 + 2\dfrac{(\nu_0 + \nu_0')}{R}\right]\Gamma. \end{cases} \tag{22}$$

Pour les cylindres de o,45o de diamètre intérieur des machines de la Compagnie des chemins de fer de Paris-Lyon-Méditerranée, on a

$$R = 0{,}225, \quad \nu_0 = 0{,}006, \quad \nu_0' = 0{,}0035, \quad R_1 - R = 0^m{,}008$$

et

$$\frac{\nu_0}{R} = 0{,}027,$$

rapport supérieur à la limite que nous avons obtenue au n° 67 et qui, d'après la formule (17), correspondrait à $\Gamma' = 15^{kg} \times 10^c$; mais nous ferons observer à ce sujet que certaines qualités de fontes peuvent supporter des efforts de $16^{kg} \times 10^c$ à $18^{kg} \times 10^c$.

Pour le faux segment, il faut remplacer, dans la formule (17), R par $R' = R - 0{,}12$, et supposer $\frac{\nu_0'}{R'} = 0{,}0164$.

Les formules (16) et (18) donnent

$$R_0 u_0 = 0{,}0053\varphi(\theta) \quad \text{et} \quad i = 6°36',$$

d'où l'on déduira le tracé de la fibre moyenne.

Enfin des équations (15) et (5') on déduit

$$p = \frac{E^2 v_0^3 (R_1 - R)}{R(R - v_0)^3} = 1^{kg},2 \times 10^4.$$

Ainsi donc la pression est de 1^{kg}, 2 par centimètre carré et diffère peu, comme on le voit, de celle que nous avons obtenue dans le cas précédent.

Il paraît donc résulter de là que, pour qu'un piston, à un seul segment, ferme bien, il faut qu'il exerce sur le cylindre, par unité de surface, une pression à peu près égale à une atmosphère, et alors il est facile de tenir compte, dans le calcul du travail d'une machine, de celui qui est absorbé par le frottement du piston.

69. *Purgeurs.* — La vapeur entraîne toujours avec elle, en sortant de la chaudière, comme nous l'avons dit plus haut, une certaine proportion d'eau qui peut atteindre de 18 à 20 pour 100; le rayonnement des parois, le refroidissement résultant de la communication du cylindre avec le condenseur, la détente sont d'autres causes de condensation de la vapeur.

En général, la vapeur d'échappement ne rejette au dehors qu'une partie de l'eau de condensation. Si on laissait l'autre partie s'accumuler dans le cylindre, il arriverait un moment où elle s'opposerait à ce que le piston arrivât à fond de course (*coups d'eau*); d'où des ruptures des fonds du cylindre, des bielles, tiges de piston, etc.

Pour éviter ces accidents, on adapte à chacune des extrémités du cylindre un *robinet purgeur* que l'on ouvre en temps voulu pendant quelques instants.

Quelquefois les robinets sont remplacés par des soupapes dites *de sûreté* semblables à celles des chaudières.

70. *Régulateur d'admission.* — Le tuyau qui conduit la vapeur à la machine porte, à sa naissance, un robinet qui sert à donner ou à supprimer la vapeur.

Indépendamment de ce robinet, qui n'existe pas toutefois

dans les locomotives où il serait inutile, le tuyau est muni, près du cylindre, d'un appareil *régulateur*, qui permet de régler à la main ou automatiquement le débit de la vapeur.

Cet appareil est une soupape, un *papillon*, un *tiroir*, comme dans les locomotives, ou une *soupape à gorge*.

Le papillon consiste en un disque percé de trous identiques également espacés, limités chacun par deux rayons et deux arcs de cercle concentriques au disque. Ce disque peut se déplacer circulairement sur un plateau percé de trous semblables aux siens; on peut ainsi fermer, ouvrir partiellement ou complétement les trous du plateau qui doivent donner issue à la vapeur.

Le tiroir est une plaque rectangulaire que l'on peut déplacer parallèlement à ses côtés sur une plaque dans laquelle se trouve pratiqué un orifice.

La soupape à gorge, qui n'est employée que dans les machines très-ordinaires, est un disque qui peut se déplacer autour d'un diamètre, et qui a le même rayon que le tuyau dans lequel il est placé, à un faible jeu près.

71. *Des organes au moyen desquels on opère la transformation du mouvement rectiligne alternatif en circulaire continu. — Machines à connexion directe, à cylindres conjugués.* — Le mouvement alternatif du piston se transforme en mouvement de rotation continu, soit au moyen du système de Watt (IVe Partie, n° 55), qui est maintenant peu employé en raison de la dépense qu'il nécessite et de l'emplacement qu'il exige, soit en articulant respectivement les deux extrémités d'une bielle à la tête de la tige du piston et à une manivelle montée sur l'arbre moteur. Cette dernière disposition est la seule applicable aux machines dites *à grande vitesse*, ou dont la vitesse moyenne du piston dans chaque oscillation dépasse une certaine limite, soit $1^m,20$. Les machines sans balancier sont dites *à connexion directe*.

Le balancier est, excepté dans les machines à simple effet dites *de Cornwall*, symétrique par rapport à son axe de rotation; chacune de ses moitiés affecte la forme d'un solide d'égale résistance sollicité par une force de direction constante en grandeur et en direction. On suppose, pour obtenir une sécu-

rité convenable, que cette force est égale au maximum de la pression totale développée par la vapeur sur le piston. Le profil du balancier affecte ainsi la forme de deux paraboles identiques, dont les sommets sont également éloignés de l'axe de rotation et qui viennent se raccorder. On renforce souvent le balancier par des nervures.

La section des tiges et la section maximum des bielles, estimées en faisant abstraction des renflements et des nervures, se calculent d'après les règles établies pour les tiges prismatiques soumises à des efforts longitudinaux, en portant toujours ces efforts à leur maximum.

Le rayon minimum de l'arbre moteur se calcule comme celui d'un cylindre soumis à un effort de torsion égal au maximum de la pression totale sur le piston, ayant pour bras de levier le rayon de la manivelle.

Quant à la manivelle, on pourrait en calculer la section minimum en la considérant comme encastrée à sa jonction avec l'arbre et soumise à l'effort ci-dessus censé perpendiculaire à son axe de figure. Mais, par nécessité de construction, on donne toujours aux manivelles des dimensions beaucoup plus fortes qu'il n'est nécessaire de le faire et le calcul devient ainsi complétement inutile.

Il arrive souvent qu'une machine à vapeur soit double ou que l'arbre soit mis en mouvement par deux systèmes identiques de pistons, comme cela a lieu notamment dans les locomotives. Dans ce cas, en vue d'obtenir une plus grande régularité du mouvement et de réduire le moment d'inertie du poids du volant, les deux manivelles sont à angle droit. Les machines doubles sont dites *à cylindres conjugués*.

Dans les machines à grande vitesse, l'élasticité joue un rôle important dans le mouvement de la bielle et de la tige du piston, et les praticiens ont donné le nom de *fouettement* aux vibrations transversales de la bielle. Nous renverrons, pour l'étude de ces mouvements, à la Note placée à la fin de ce Chapitre.

72. *Volant et tiges à mouvement alternatif.* — Le volant est généralement monté sur l'arbre (Chapitre II de la IVe Partie, IIe Section), qui est mis directement en mouvement par le piston. Cependant il arrive quelquefois, lorsqu'on n'a à sa dis-

position qu'un espace restreint, qu'on l'établisse sur un arbre parallèle au précédent et auquel ce dernier imprime, au moyen d'un engrenage, un mouvement plus rapide que le sien; cette disposition permet de réduire le moment d'inertie du volant, par suite son rayon.

Si la machine est munie d'une pompe d'alimentation, la tige de cette pompe est articulée au balancier quand il y en a un, et, dans le cas contraire, est mise en mouvement par un excentrique monté sur l'arbre. Quelquefois une petite machine à vapeur spéciale, appelée *petit cheval*, est affectée exclusivement à l'alimentation.

Chaque tige à mouvement alternatif, qui contribue à faire la distribution de la vapeur, est mise en mouvement par un excentrique monté sur l'arbre moteur ou un arbre secondaire commandé par ce dernier au moyen d'un engrenage.

73. *Régulateur de vitesse. — Machines à détente variable.* — Lorsque, dans le cours du travail d'une machine à vapeur, la résistance utile vient à diminuer, il faut, pour que la vitesse de l'arbre moteur n'éprouve pas de variation sensible, réduire dans une proportion convenable la force motrice.

On arrive à ce résultat, soit en agissant sur le régulateur d'admission pour diminuer le débit de la vapeur, soit sur un organe de la distribution pour réduire la période d'admission et par conséquent pour augmenter la détente.

On procède de la première manière pour les machines sans détente ou à *détente fixe*.

Lorsque l'on emploie l'autre procédé, la machine est dite *à détente variable*.

L'une et l'autre de ces manœuvres se fait soit à la main, comme dans les grandes machines d'usines métallurgiques, les machines de mines, les machines marines et les locomotives, soit automatiquement, au moyen d'un régulateur à force centrifuge mis en mouvement par la machine (IVe Partie, Chap. III, IIe Section) et dont la douille agit, par l'intermédiaire d'un système de triangles et de leviers, sur le régulateur d'admission ou sur l'organe de la distribution. Le régulateur pneumatique est quelquefois substitué au régulateur à boules.

Le système de la détente variable est plus rationnel que

l'autre; en effet, si le régulateur d'admission ne sert qu'à la mise en marche et à l'arrêt, il peut être complétement ouvert, et sans qu'il crée un étranglement; la vapeur, arrivée dans la boîte de distribution, possède à peu près la même pression que dans la chaudière et n'éprouve de perte de force vive à son entrée dans le cylindre que par suite de la faible section des conduits de la distribution et de l'accélération qu'elle prend dans le tuyau.

Dans les machines sans détente ou à détente fixe, la vitesse n'est réglée qu'en étranglant plus ou moins le passage de la vapeur, c'est-à-dire en produisant une perte de force vive; on voit ainsi que c'est en créant une nouvelle résistance passive que l'on arrive au résultat voulu, et, comme c'est au détriment de la force motrice disponible, le système doit être considéré comme défectueux.

Nous reviendrons plus loin, dans un autre Chapitre, sur les pertes de pression éprouvées par la vapeur lorsqu'elle se rend de la chaudière dans le cylindre.

74. *Condenseur.* — La vapeur, après avoir travaillé dans le cylindre : 1° ou s'échappe à l'air libre par un tuyau, ou dans la cheminée comme dans les locomotives, 2° ou se rend dans un condenseur.

Dans le premier cas, le piston doit vaincre une contre-pression un peu supérieure à la pression atmosphérique.

Le condenseur est une capacité mise en communication avec la lumière d'échappement et placée dans un réservoir d'eau froide.

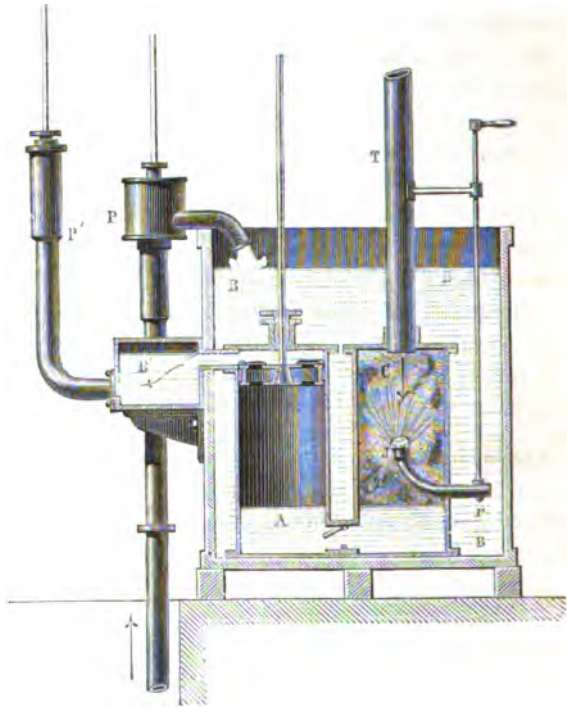
La vapeur, après avoir agi sur le piston et s'être condensée partiellement, se condense de nouveau en presque totalité et celle qui reste prend une tension d'autant plus faible que l'eau est plus froide et que sa masse, qui se renouvelle à chaque instant, est plus considérable.

Indépendamment de l'avantage de n'avoir à vaincre qu'une faible contre-pression, les machines à condensation offrent encore celui de permettre d'amener la vapeur détendue à une pression inférieure à la pression atmosphérique, de réduire ainsi la dépense de vapeur, par suite celle de combustible, pour produire une quantité déterminée de travail.

Les condenseurs forment deux catégories :

1° Les *condenseurs à injection*, ainsi nommés parce que de l'eau froide est injectée à l'intérieur du condenseur. La *fig.* 116

Fig. 116.



donne le type des condenseurs appliqués aux machines à balancier.

P est une pompe qui élève l'eau d'un cours d'eau ou du fond d'un puits pour l'envoyer dans la bâche B;

T est le tuyau d'amenée de la vapeur dans la capacité cylindrique C, qui est le condenseur proprement dit;

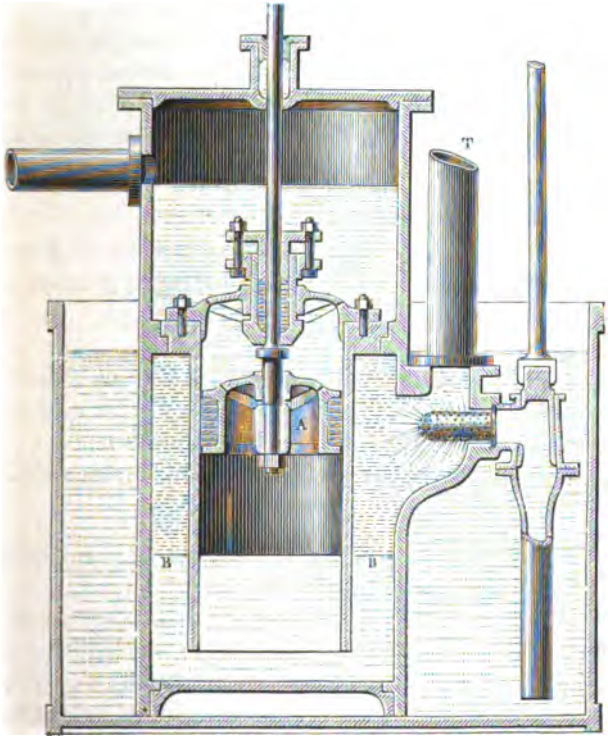
J est un tuyau partant de B pénétrant dans C, où il se termine par une pomme d'arrosoir et qui produit l'injection sous la forme d'une pluie fine; le robinet *r* permet de régler le volume d'eau injectée;

A est une pompe qui enlève à chaque double coup de piston de la machine l'eau de condensation; cette eau se rend dans la *bâche à eau chaude* B′ et envoyée en partie dans la chaudière par la pompe d'alimentation P′.

La pompe A est appelée *pompe à air*, parce que non-seulement elle expulse l'eau chaude du condenseur, mais encore l'air contenu dans l'eau d'alimentation et celui qui se dégage dans la chaudière par suite de l'élévation de température et de la volatilisation ; cet air pourrait créer une contre-pression importante si l'on n'en débarrassait périodiquement le condenseur.

La *fig.* 117 représente un autre type de condenseur à injection.

Fig. 117.



2° Les *condenseurs à surface*. — Ces condenseurs consistent

en un faisceau de tubes ouverts par les deux bouts, traversant les deux parois opposées d'une capacité cylindrique dans laquelle arrive la vapeur d'échappement. A l'aide d'une pompe dite *de circulation*, on fait circuler entre les tubes de l'eau froide et qui détermine la condensation de la vapeur. Il est clair que ce genre d'appareils détermine la condensation moins rapidement que les condenseurs à injection; mais leur emploi devient indispensable lorsque l'eau froide, par suite des matières étrangères qu'elle renferme, ne peut servir à l'alimentation. Tel est le cas des machines marines, dont les chaudières ne sont alimentées que par de l'eau douce; l'eau de condensation, qui est complétement pure, peut, avec une petite addition d'eau en réserve, suffire à l'alimentation.

Si l'on fait abstraction des pièces U et A sur lesquelles nous reviendrons plus loin, les *fig.* 118, 119 et 120 se rapportent à un condenseur à surface; les deux premières représentent respectivement les coupes verticales suivant le grand axe horizontal et le petit axe de l'appareil, la troisième est la projection de la section faite par le plan horizontal XY.

T est le tuyau d'arrivée de la vapeur;
t celui qui amène l'eau qui doit déterminer la condensation;
t' le tuyau de sortie de cette eau quand elle a produit la condensation;
P la pompe à air qui est à double effet;
s, *s* les clapets d'aspiration et *s'*, *s'* les clapets de refoulement de l'eau de condensation qui s'échappe par les orifices O, O et que l'on peut recueillir pour l'alimentation;
V le tuyau qui conduit au dehors l'eau de condensation.

On voit qu'ici l'évacuation du condenseur a lieu après chaque coup de piston simple, ce qui est un avantage sur la première disposition que nous avons décrite.

Les mêmes figures, mais complètes, représentent un condenseur d'une des machines à vapeur des hauts-fourneaux de Rans (Jura); il est en même temps à surface et à injection.

U est le tuyau d'arrivée de l'eau d'injection qui s'élève par aspiration d'un réservoir inférieur et dont on règle le débit par un papillon; A un cylindre creux horizontal percé de

trous, se raccordant avec ce tuyau, placé dans le condenseur R, au-dessous des tubes; l'eau s'échappe en pluie fine par ces trous.

Fig. 118.

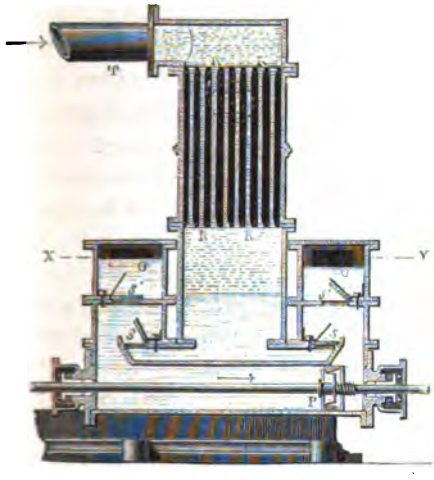


Fig. 119.

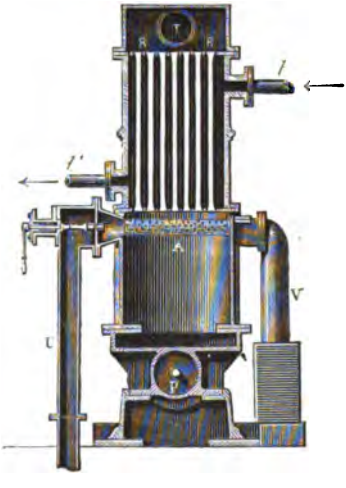
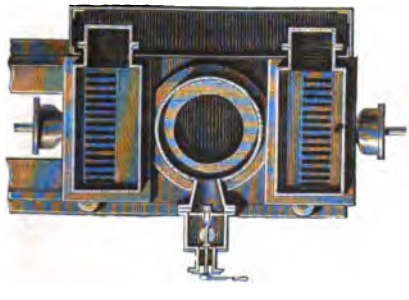


Fig. 120.



L'eau qui produit la condensation partielle dans les tubes est refoulée par la pompe d'alimentation et se rend, après s'être échauffée, dans la chaudière. On évite ainsi l'encombrement des matières organiques, dues au graissage des robinets, qui sont entraînées par la vaporisation, partiellement refoulées dans la chaudière lorsqu'on alimente avec l'eau de condensation, et qui, en rendant l'eau visqueuse, ont pour effet d'augmenter la proportion de liquide envoyée dans le cy-

lindre. Quant à l'eau de condensation, elle est rejetée au dehors sans être utilisée.

Quel que soit le système employé, le condenseur est mis en communication avec l'extrémité supérieure d'un tube vertical dont l'extrémité inférieure plonge dans une cuvette de mercure. La hauteur de la colonne de mercure dans le tube fait connaître l'excès de la pression atmosphérique sur la pression dans le condenseur et, par suite, la dernière de ces pressions. Ce manomètre a reçu le nom d'*indicateur de vide*.

On emploie souvent aussi des indicateurs de vide métalliques, qui sont basés sur le même principe que les manomètres métalliques.

Dans les applications, il serait superflu d'avoir égard à des variations périodiques ou accidentelles de la pression barométrique pour se rendre compte du bon fonctionnement d'un condenseur; mais la considération de l'altitude ne doit pas être négligée; et en effet, entre 0 et 900 mètres d'altitude, la colonne barométrique baisse de 1 centimètre environ par 120 mètres de hauteur d'élévation. Si donc deux indicateurs de vide se trouvent aux altitudes 0 et 800 mètres et indiquent, par exemple, $0^m,65$ de colonne de mercure, les pressions dans les deux condenseurs seront respectivement $0^m,11$ et $0^m,034$, et le premier se trouvera dans des conditions moins avantageuses que le second.

Pour que la contre-pression ne soit bien supérieure à la pression dans le condenseur, il ne faut pas donner un diamètre trop petit au tuyau de communication entre le condenseur et le cylindre, et éviter les étranglements dus surtout à la présence de robinets.

75. *De la quantité d'eau à introduire dans le condenseur.* — Soient

t la température de la vapeur d'étendue;
η la proportion de vapeur sèche qu'elle renferme;
p la pression de cette vapeur;
ρ son poids spécifique;
r sa chaleur de vaporisation;
θ la température de l'eau froide d'alimentation;

t' la température finale que l'on veut obtenir dans le condenseur et qui est généralement comprise entre 25 et 40 degrés;
p' la pression de la vapeur saturée à la température t';
x le poids d'eau à condenser que l'on doit injecter;
p_a la pression atmosphérique;
Π le poids spécifique de l'eau;
c sa chaleur spécifique.

La quantité de chaleur interne de la vapeur et de l'eau avant le mélange est

$$(a) \qquad \eta\left(r-\frac{1}{A}\frac{p}{\rho}\right)+\int_0^t c\,dt+x\int_0^\theta c\,dt.$$

De l'introduction de l'eau dans le condenseur résulte le travail

$$\frac{x}{\Pi}(p_a-p').$$

Le refoulement de la vapeur dans le condenseur donne lieu au travail extérieur

$$\frac{\eta}{\rho}p',$$

en négligeant le volume d'eau $\frac{1-\eta}{\Pi}$. L'équivalent calorifique du travail total extérieur est donc

$$(b) \qquad \frac{1}{A}\left[\frac{x}{\Pi}(p_a-p')+\frac{\eta p'}{\rho}\right].$$

La somme des quantités de chaleur (a) et (b) devant être égale à la chaleur interne

$$(1+x)\int_0^{t'} c\,dt$$

du mélange, on a la relation

$$(1) \qquad x=\frac{\eta\left[r-\frac{1}{A\rho}(p-p')\right]+\int_{t'}^{t} c\,dt}{\int_\theta^{t'} c\,dt-\frac{1}{A}\left(\frac{p_a-p'}{\Pi}\right)}.$$

Cette formule donne pour x une valeur un peu trop forte, puisqu'elle suppose que toute la vapeur s'est condensée, tandis qu'une petite partie reste dans le condenseur et dans le tuyau qui le fait communiquer avec le cylindre; mais il n'y a en cela aucun inconvénient, puisque l'on se propose surtout de ne pas obtenir une température supérieure à t'.

On pourra même prendre pour le même motif

$$x = \frac{n\left(r + \int_{t'}^{t} c\,dt\right)}{\int_{\theta}^{t'} c\,dt}, \tag{2}$$

en remarquant que le terme en $\frac{1}{\Pi}$ est toujours très-petit.

On obtient une limite supérieure de x au moyen de la formule

$$x = \frac{r_0 + \int_{t'}^{t_0} c\,dt}{\int_{\theta}^{t'} c\,dt} = \frac{r_0 + (t_0 - t')}{t' - \theta}, \tag{3}$$

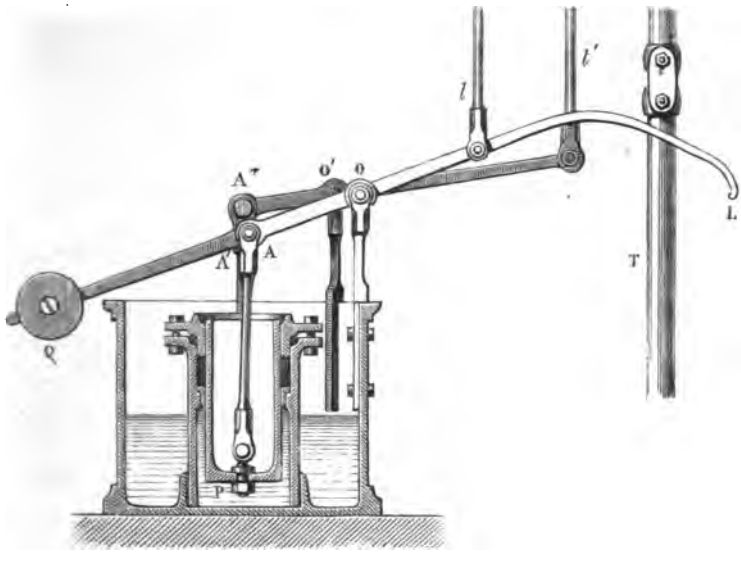
résultant des idées anciennement admises sur la chaleur, t_0 étant la température dans la chaudière et r_0 la chaleur de vaporisation correspondante.

76. *Cataracte.* — On désigne ainsi un appareil hydraulique de petites dimensions relatives, principalement employé dans la distribution des machines à simple effet dites *de Cornwall,* que nous étudierons plus loin, et qui, en résumé, a pour objet de rendre, à volonté, aussi lente que possible l'une des demi-oscillations d'un mouvement alternatif dont l'autre oscillation suit une loi déterminée.

La cataracte se compose, en principe (*fig.* 121), d'une pompe foulante P placée dans une bâche à eau, dont la tige est articulée en A à un levier AL faisant corps avec un arbre mobile autour d'un axe horizontal O. Sur l'arbre O se trouve égale-

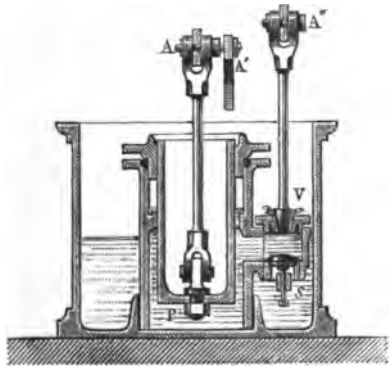
ment montée, en sens inverse de AO et normalement, une tige terminée par une masse pesante Q.

Fig. 121.



La *fig.* 122 représente une coupe faite dans l'appareil par un

Fig. 122.



plan passant par l'axe de la tige du piston et celui de l'articulation A.

La soupape d'aspiration de la pompe se trouve en *s*; l'orifice de refoulement peut être réduit à volonté au moyen de la vanne V, en agissant sur la tige verticale *t'* mobile autour de l'axe horizontal O' et articulé en A' à la tige de la vanne.

La machine motrice communique à une tige T, appelée *poutrelle*, un mouvement rectiligne alternatif; en descendant, un tasseau, dont elle est pourvue, agit pendant quelques instants sur le bras de levier LO et la pompe se remplit d'eau; dès que T s'est dégagé du levier, le piston de la pompe descend sous l'action du poids Q, et d'autant plus lentement que l'orifice de refoulement est plus obstrué.

La tige *t* articulée à LO transmet le mouvement oscillatoire aux organes de la distribution.

77. *Des machines à basse, moyenne et haute pression.* — On dit qu'une machine est à basse, moyenne et haute pression, selon que la pression dans la chaudière est au plus égale à 2 $\frac{1}{2}$ atmosphères, qu'elle est supérieure à 2 $\frac{1}{2}$ atmosphères et inférieure à 5 atmosphères, et enfin qu'elle est au moins égale à 5 atmosphères.

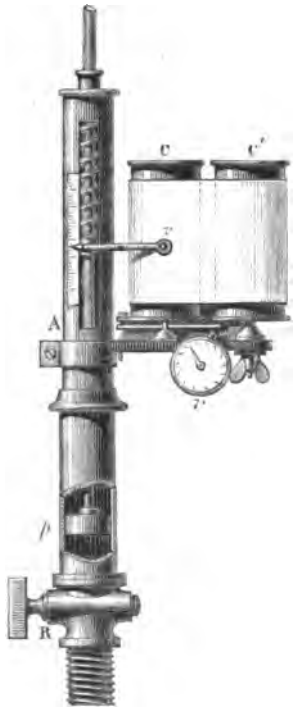
Cette distinction, à laquelle on attachait autrefois une certaine importance, n'a plus pour ainsi dire qu'une valeur historique; il est rare, en effet, que la pression dans les chaudières actuelles soit inférieure à 5 atmosphères.

78. *Indicateur de pression.* — Cet instrument, dont nous allons donner la description, a pour objet de faire connaître, pour chaque position du piston, dans une oscillation complète, la pression de la vapeur dans le cylindre d'une machine de l'un ou de l'autre côté du piston. Il se compose (*fig.* 123) d'un tube vertical en laiton A, portant vers sa partie inférieure un robinet R au delà duquel il est taraudé. Ce tube renferme un piston *p*, dont la tige est entourée par un ressort à boudin; les encastrements de ce ressort se trouvent respectivement dans le piston et dans le fond qui ferme l'ouverture supérieure du tube.

A la tige de *p* est adapté un porte-crayon horizontal. Une pièce fixée au tube supporte deux cylindres verticaux C, C' mobiles

autour de leurs axes. A la base du premier de ces cylindres est adaptée une poulie ; le second sert de barillet à un ressort.

Fig. 123.



Une corde est attachée, d'une part, à la tête de la tige du piston de la machine, et de l'autre, à un crochet de la gorge de la poulie sur laquelle elle s'enroule. Si le cylindre de la machine est vertical, on fait passer la corde, avant d'arriver à la poulie, sur un treuil horizontal de renvoi. Une feuille de papier passe sur les deux cylindres et est retenue vers ses extrémités par deux pinces; chacune de ces pinces se compose d'un couple de lames de ressorts verticales, vissées sur le cylindre correspondant.

Le ressort de C' a pour effet de tendre la feuille de papier.

Avant de donner la vapeur, on visse l'instrument sur un tuyau adapté à l'un ou l'autre des fonds du cylindre de la machine. Le robinet R étant fermé, lorsque la machine est en mouvement, le crayon, approché de la feuille de papier, trace sur cette feuille une ligne dont le développement est une droite que nous prendrons pour axe des abscisses.

Si l'on ouvre R pendant la durée d'une oscillation complète du piston de la machine, le piston *p*, sous l'action de la vapeur, se déplace et le crayon trace sur le papier une courbe fermée (*diagramme*) dont les ordonnées sont proportionnelles aux excès des pressions correspondantes dans le cylindre sur la pression atmosphérique; comme les déplacements de C sont proportionnels à ceux des pistons, l'aire du diagramme est aussi proportionnelle au travail total développé sur la face considérée du piston, travail qu'il est aussi facile de calculer.

Les *fig.* 124 et 125 représentent, à une échelle réduite, les

Fig. 124.

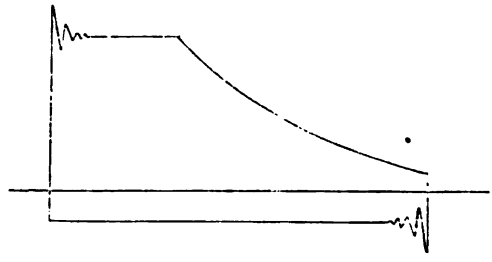
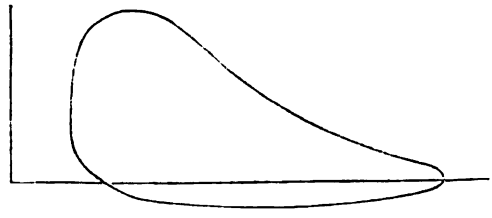


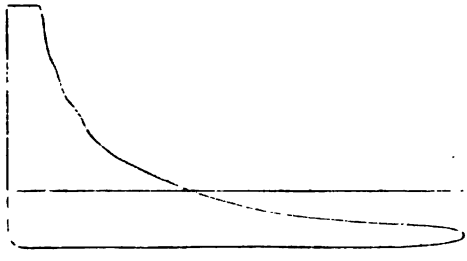
Fig. 125.



diagrammes relevés, au moyen de l'indicateur de pression, dans une machine à détente et à condensation.

La *fig.* 126 est la réduction d'un diagramme relevé sur une

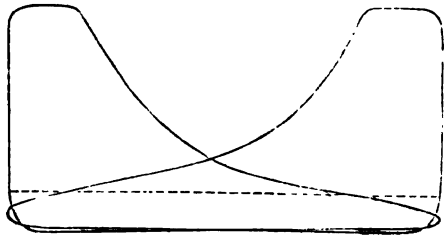
Fig. 126.



machine du système Corliss, dont nous nous occuperons plus loin.

Le double diagramme représenté par la *fig.* 127 a été relevé

Fig. 127.



sur la machine Sulzer, coups d'avant et d'arrière.

NOTE.

VIBRATIONS DES BULLES ET DES TIGES DE PISTON.

Dans les machines à grande vitesse, l'élasticité joue un rôle important dans le mouvement de la bielle et de la tige du piston, et les praticiens ont donné le nom de *fouettement* aux vibrations transversales de la bielle.

Nous allons étudier les mouvements vibratoires en restant dans les limites d'approximation que comporte ce genre de question.

Nous supposerons que la vitesse angulaire de la manivelle est devenue uniforme depuis un temps assez long pour que les effets produits par la mise en marche aient complétement disparu par suite des résistances développées dans le mouvement. Les vibrations seront alors périodiques comme les forces qui sollicitent le système, et il suffira, pour obtenir la solution du problème, de satisfaire aux équations aux différentielles partielles du mouvement vibratoire et aux conditions relatives aux limites.

Nous supposerons encore que la masse de la bielle, de même que celle de la tige du piston, est uniformément répartie sur l'axe de figure de la pièce, que la manivelle, en raison de son équarrissage, n'éprouve pas de déformation appréciable; nous ferons d'ailleurs abstraction des frottements.

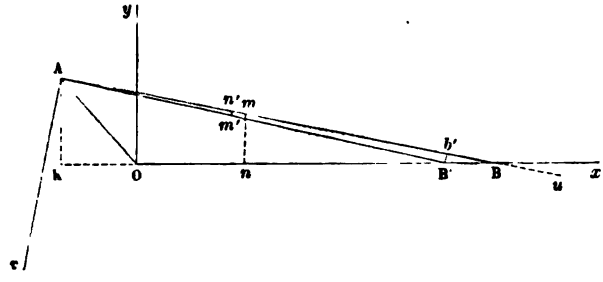
Soient (*fig.* 128)

O l'axe de l'arbre moteur;
OA l'axe de figure de la manivelle;
AB la droite qui représenterait l'axe de symétrie de la bielle, si elle était complétement rigide;
AB′ la forme qu'affecte en réalité cet axe pour la position OA de la manivelle;
OBx la direction du mouvement de la tige du piston.

Le mouvement vibratoire AB′, de part et d'autre de sa position moyenne AB, peut être considéré comme un mouvement relatif par rapport à une figure invariable dont A et B seraient deux points déterminés. Il suit de

là que les équations du mouvement vibratoire de AB' s'obtiendront en introduisant, dans les équations connues (IIe Partie, Chap. XI) des mou-

Fig. 128.



vements vibratoires des tiges élastiques, les forces d'entraînement et centrifuge composée, et l'action de la vapeur sur le piston dans les conditions relatives aux limites.

Soient

$OA = r$, $OB = l$ les longueurs de la manivelle et de la bielle;

$\varepsilon = \frac{r}{l}$ leur rapport supposé assez petit pour qu'on puisse en négliger devant l'unité les puissances supérieures à la seconde;

Oy la perpendiculaire en O à Ox;

θ l'angle AOK que forme la manivelle avec le prolongement de OB au delà du point O;

$\omega = \frac{d\theta}{dt}$ la vitesse angulaire de la manivelle;

$i = ABO$ l'inclinaison de AB sur Ox;

K la projection du bouton A de la manivelle sur Ox;

$x = On$, $y = mn$ les coordonnées d'un point m;

x' la distance de ce point au bouton A;

m' la position que prend sur A'B' le point m de la bielle à l'état naturel.

En raison de la petitesse de la distance mm', on peut sans erreur sensible supposer que les accélérations d'entraînement et centrifuge composée de m' ont les mêmes valeurs que pour le point m.

Composantes de l'accélération d'entraînement. — Nous avons

$$AK = r\sin\theta = l\sin i.$$

$$(1)\qquad \begin{cases} \sin i = \varepsilon\sin\theta, \\ \cos i = \sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\theta} = 1 - \frac{\varepsilon^2}{2}\sin^2\theta \end{cases}$$

et

$$y = \frac{\mathrm{AK}.m\mathrm{B}}{l} = \varepsilon(l - x')\sin\theta,$$

$$\mathrm{K}n = x'\cos i = x'\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{2}\sin^2\theta\right),$$

$$x = \mathrm{K}n - \mathrm{OK} = x'\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{2}\sin^2\theta\right) - r\cos\theta,$$

d'où, pour les composantes cherchées,

$$(\beta)\qquad \begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = \omega^2(r\cos\theta - \varepsilon^2 x\cos 2\theta), \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2\varepsilon(l - x')\sin\theta. \end{cases}$$

Soient ABu la direction indéfinie de AB ; Bv la portion de sa perpendiculaire en B située au-dessous de AB; φ_u, φ_v les composantes des forces d'inertie du point m parallèles à Au et Av.

On reconnaît sans peine que

$$\varphi_u = -\sin i\frac{d^2y}{dt^2} + \cos i\frac{d^2x}{dt^2}$$
$$= \omega^2 r\left[\cos\theta + \varepsilon\left(\sin^2\theta - \frac{x}{l}\cos^2\theta\right) - \frac{\varepsilon^2}{2}\sin^2\theta\cos\theta\right],$$

$$\varphi_v = -\cos i\frac{d^2y}{dt^2} - \sin i\frac{d^2x}{dt^2}$$
$$= -\omega^2 r\sin\theta\left\{1 - \frac{x}{l} + \varepsilon\cos\theta - \frac{\varepsilon^2}{2}\left[\sin^2\theta + \frac{x}{2l}(1 + 3\cos 2\theta)\right]\right\},$$

ou encore

$$\varphi_u = \omega^2 r\left[\frac{\varepsilon}{2}\left(1 - \frac{x}{l}\right) + \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{8}\right)\cos\theta - \frac{\varepsilon}{2}\left(1 + \frac{x}{l}\right)\cos 2\theta + \frac{\varepsilon^2}{8}\cos 3\theta\right],$$

$$\varphi_v = -\omega^2 r\left[\frac{\varepsilon^2}{16}\frac{x}{l} + \left(1 - \frac{x}{l} - \frac{\varepsilon^2}{2}\right)\sin\theta + \frac{\varepsilon}{2}\sin 2\theta + \frac{\varepsilon^2}{4}\sin 3\theta\right.$$
$$\left. - \frac{\varepsilon^2}{4}\frac{x'}{l}\cos 2\theta + \frac{3}{16}\varepsilon^2\frac{x'}{l}\cos 4\theta\right].$$

Or, comme ε ne varie en général qu'entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{7}$, on peut négliger sans grand inconvénient $\frac{\varepsilon^2}{2}$ devant l'unité, et l'approximation obtenue sera d'autant plus grande, pour l'objet qui nous occupe, que le multiple de θ sera plus élevé, par suite de l'intégration.

Nous poserons donc tout simplement

$$(7)\qquad \begin{cases} \varphi_u = \omega^2 r\left[\frac{\varepsilon}{2}\left(1-\frac{x'}{l}\right)+\cos\theta-\frac{\varepsilon}{2}\left(1+\frac{x'}{l}\right)\cos 2\theta\right], \\ \varphi_v = -\omega^2 r\left[\left(1-\frac{x'}{l}\right)\sin\theta+\frac{\varepsilon}{2}\sin 2\theta\right]. \end{cases}$$

Composantes de l'accélération centrifuge composée. — Soient u et v l'abscisse An' et l'ordonnée $m'n'$ du point m' estimées parallèlement à Au et Av.

Les composantes de l'accélération centrifuge composée ψ, parallèles à ces deux directions, ont pour valeurs

$$(8)\qquad \begin{cases} \psi_u = 2\omega\frac{dv}{dt}, \\ \psi_v = -2\omega\frac{du}{dt}. \end{cases}$$

Développement de la pression sur le piston en série trigonométrique. — Supposons que la pression totale sur le piston Π varie d'une manière quelconque, mais suivant la même loi dans chaque demi-oscillation de cette pièce. Soient $f(\theta)$ la fonction de θ représentant la pression de $\theta = o$ à $\theta = \pi$, et $f_1(\theta)$ la fonction analogue correspondant aux limites π et 2π de la variable.

La formule de Lagrange donne

$$\Pi\pi = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} f(\alpha)\,d\alpha + \frac{1}{2}\int_{\pi}^{2\pi} f_1(\alpha)\,d\alpha + \sum_1^{\infty}\int_0^{\pi} f(\alpha)\cos m(\theta-\alpha)\,d\alpha$$
$$+\sum_1^{\infty}\int_{\pi}^{2\pi} f_1(\alpha)\cos m(\theta-\alpha)\,d\alpha.$$

Or, par hypothèse, pour α compris entre π et 2π, on a

$$f_1(\alpha) = -f(\alpha-\pi).$$

En posant $\alpha - \pi = 2\beta$, les intégrales relatives à α et β devront être prises entre les limites zéro et π, et nous aurons

$$\Pi\pi = \sum\int_0^{\pi} f(\alpha)\cos m(\theta-\alpha)\,d\theta - \sum\int_0^{\pi} f(\beta)\cos m(\theta-\beta-\pi)\,d\alpha,$$

formule dans laquelle on pourra maintenant remplacer β par α, ce qui donne la série

$$(9)\qquad \Pi\pi = -2\sum\int_0^{\pi} f(\alpha)\sin\frac{m\pi}{2}\sin m\left(\theta-\alpha-\frac{\pi}{2}\right)d\alpha,$$

dont les différents termes différents de zéro ne correspondront qu'à des valeurs impaires $2n+1$ de m; en d'autres termes, Π *est développable en série de sinus et cosinus* d'arcs multiples impairs de α.

Si la machine fonctionne à pleine pression, on a $f(\alpha) = \text{const.} = p$, d'où la formule connue

$$\Pi = \frac{4p}{\pi} \sum \frac{\sin(2n+1)\theta}{2n+1}.$$

Supposons maintenant que l'admission n'ait lieu qu'entre les limites zéro et θ_1, et que la détente se produise à partir de $\theta = \theta_1$ jusqu'à $\theta = \pi$, ce qui revient à supposer qu'il n'y a pas d'*avances* à l'*introduction* et à l'*échappement*, ce que nous expliquerons plus loin. Nous aurons

$$f(\theta) = p \quad \text{de } \theta = 0 \text{ à } \theta = \theta_1,$$

$$f(\theta) = p\,\frac{1-\cos\theta_1}{1-\cos\theta} \quad \text{de } \theta = \theta_1 \text{ à } \theta = \pi,$$

en négligeant l'obliquité de la bielle et en admettant que la vapeur se détende suivant la loi de Mariotte.

Nous pourrons dans tous les cas représenter d'une manière générale la pression sur le piston par la formule

$$(n) \qquad \Pi = \Sigma[A_{2n+1}\sin(2n+1)\theta + B_{2n+1}\cos(2n+1)\theta].$$

Pour obtenir les équations du mouvement vibratoire, il suffit, dans les équations relatives au mouvement des tiges élastiques qui ne sont soumises à l'action d'aucune force extérieure, d'ajouter à la composante de l'accélération relative l'accélération d'entraînement et l'accélération centrifuge composée prise en sens contraire; de sorte que, en supprimant l'accent de x qui est devenu inutile, et en remarquant que

$$\frac{d}{dt} = \omega\frac{d}{d\theta}, \quad \frac{d^2}{dt^2} = \omega^2\frac{d^2}{d\theta^2},$$

il vient

$$(1) \quad \begin{cases} \dfrac{d^2u}{dx^2} = a^2\left\{\dfrac{d^2u}{d\theta^2} - r\left[\dfrac{\varepsilon}{2}\left(1-\dfrac{x}{l}\right) + \cos\theta - \dfrac{\varepsilon}{2}(1+x)\cos 2\theta - 2\dfrac{dv}{d\theta}\right]\right\}, \\ \dfrac{d^4v}{dx^4} = -b^4\left\{\dfrac{d^2v}{d\theta^2} - r\left[\left(1-\dfrac{x}{l}\right)\sin\theta + \dfrac{\varepsilon}{2}\sin 2\theta\right] - 2\dfrac{du}{d\theta}\right\}. \end{cases}$$

Dans ces équations a et b sont définies par les relations

$$(a) \qquad a^2 = \frac{\Delta}{E}\omega^2, \quad b^4 = \frac{\Delta\Omega}{EI}\omega^2,$$

dans lesquelles entrent la masse de l'unité de volume et le coefficient d'élasticité E de la matière, la section Ω de la tige et son moment d'inertie I.

Il nous reste maintenant à établir les conditions auxquelles u et v doivent satisfaire.

En premier lieu on a

$$u = 0, \quad v = 0, \text{ pour } x = 0. \tag{2}$$

La bielle n'étant pas censée se prolonger d'une manière appréciable au delà de A, le moment, par rapport au point O, des forces moléculaires développées dans la section passant par ce point, doit être considéré comme nul, de même que celui des forces extérieures ou apparentes agissant sur le prolongement de la bielle. On a ainsi

$$\frac{d^2v}{dx^2} = 0, \quad \text{pour } x = 0. \tag{3}$$

Soit b' la projection de B' sur AB; on a pour ce point

$$Bb' = -u, \quad B'b' = v, \quad v = -u \tang i,$$

d'où

$$v = -u\varepsilon \sin\theta \quad \text{pour } x = l, \tag{4}$$

L'effort longitudinal χ exercé par la tige du piston sur le point B de la bielle se décompose en deux forces, l'une perpendiculaire à Ox, détruite par les glissières, et l'autre $\frac{\chi}{\cos i}$ sensiblement égale à χ dirigée suivant AB; on a ainsi pour le point B

$$\chi = E\Omega \frac{du}{dx}.$$

La composante de glissement (IIe Partie, n° 197) étant nulle au même point, on doit avoir

$$\frac{d^2v}{dx^2} = 0 \quad \text{pour } x = l. \tag{5}$$

Soient

z la distance au point B' d'un point quelconque de la tige du piston à l'état naturel;

$z + w$ ce qu'elle devient pendant le mouvement;

l', Ω' la longueur et la section de la tige, dont la matière est supposée la même que celle de la bielle;

P la masse du piston et de sa tige.

Le mouvement vibratoire sera un mouvement relatif par rapport au

point B', dont l'accélération est égale à celle de B ou à

$$\omega^2 r(\cos\theta - \varepsilon\cos 2\theta),$$

augmentée de

$$-\frac{d^2 BB'}{dt^2} = -\omega^2\frac{d^2 BB'}{d\theta^2} = -\omega^2\frac{d^2 Bb'}{d\theta^2} = \omega^2\eta,$$

en posant

$$(b) \qquad \frac{d^2 u}{d\theta^2} = \eta \quad \text{pour } x = l.$$

Il vient donc

$$(6) \qquad \frac{d^2 w}{dz^2} = c^2\left[\frac{dw^2}{d\theta^2} + r(\cos\theta - \varepsilon\cos 2\theta) + \eta\right],$$

c^2 étant une constante dont on sait déterminer une valeur.

Les résultantes moléculaires développées en B entre les deux pièces étant égales, on a

$$(7) \qquad \Omega'\frac{dw}{dz} - \Omega\frac{du}{dx} = 0 \quad \text{pour } z = 0, \quad x' = l.$$

En ajoutant la force d'inertie du piston à l'effort Π, on obtiendra la valeur de la tension ou compression élastique développée à la naissance de la tige, ce qui donne

$$E\Omega'\frac{dw}{dz} = \Pi - P\omega^2\left[r(\cos\theta - \varepsilon\cos 2\theta) + \eta + \frac{d^2 w}{d\theta^2}\right]$$

pour $z = l'$, ou, en vertu de l'équation (6) et de la formule (η),

$$(8) \quad E\Omega'\frac{dw}{dz} = \Sigma[A_{2n+1}\sin(2n+1)\theta + B_{2n+1}\cos(2n+1)\theta] - P\frac{\omega^2}{c^2}\frac{d^2 w}{dz^2}$$

pour $z = l'$.

Enfin on doit avoir

$$(9) \qquad w = 0 \quad \text{pour } z = 0.$$

Les équations aux différentielles partielles (1) et (6), et les relations (2), (3), (4), (5), (7), (8), (9) donnent la solution complète du problème.

La condition (4) est la seule qui s'oppose à ce que l'on puisse séparer les éléments des différentes vibrations; pour se rendre compte de la nature de la question, on pourra, en raison de la petitesse de ε, négliger son second membre ou écrire

$$(4') \qquad v = 0 \quad \text{pour } x = l.$$

Désignant par m un nombre entier qui ne peut être qu'égal à 2 ou impair, et posant

$$u = \mathrm{U}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} m\theta, \quad v = \mathrm{V}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} m\theta, \quad w = \mathrm{W}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} m\theta,$$

U, V, W étant des fonctions de x qui seront déterminées par les équations linéaires auxquelles se réduisent les équations (1) et (6), dont deux sont du second ordre et l'autre du quatrième, après la substitution de ces valeurs; les sept constantes introduites par l'intégration se déduiront des conditions (2), (3), (4'), (5), (7), (8) et (9). Mais nous ne croyons pas devoir entrer dans le détail du calcul, qui ne présente aucune difficulté et qui nous entraînerait trop loin.

CHAPITRE V.

DES DIFFÉRENTS SYSTÈMES DE DISTRIBUTION.

§ I. — *Distribution à simple tiroir à coquille. Détente fixe.*

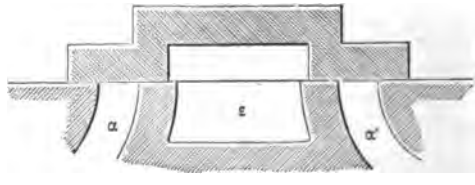
79. L'organe de distribution appelé *tiroir à coquille*, en raison de sa forme particulière, est symétrique par rapport au plan passant par son centre de gravité, parallèle à son mouvement de translation et perpendiculaire à la face plane (*glace*) de la surface extérieure du cylindre sur laquelle le tiroir glisse. L'axe de la barre de traction est naturellement compris dans ce plan.

Le mouvement alternatif du tiroir est produit par un excentrique monté sur l'arbre moteur. Le plan de la glace passe par la direction de l'axe de rotation.

Les *fig.* 129, 130, 131 représentent les coupes d'un même tiroir dans des positions différentes et de la portion du cylindre ; les lumières d'admission sont désignées par les lettres α, α' et la lumière d'échappement par ε.

Lorsque le tiroir est dans sa position moyenne (*fig.* 129), les

Fig. 129.

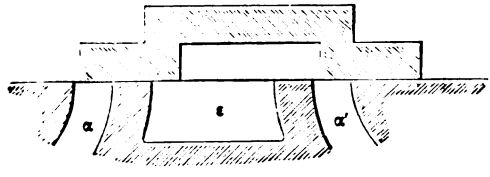


longueurs des parties du tiroir qui dépassent les bords extérieurs des lumières d'admission sont égales et portent le nom

de *recouvrement extérieur;* il en est de même des parties pleines ou *recouvrements intérieurs* du tiroir, mesurées à partir des bords intérieurs des mêmes lumières.

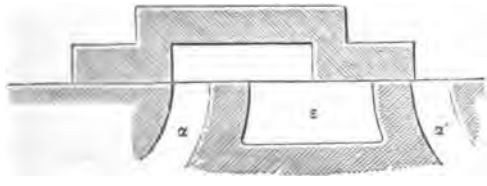
Supposons d'abord que le mouvement alternatif du tiroir soit tel que la lumière α commence à se découvrir quand le piston est à fond de course à gauche (*fig.* 130). Cette lumière

Fig. 130.



se démasque de plus en plus, puis, le tiroir revenant sur ses pas, le fait inverse se produit et la lumière se referme avant que le piston soit arrivé à fond de course à droite; la *détente* commence alors, et, lorsque le piston est parvenu à l'extrémité de sa course, il s'établit une communication entre la lumière α et la lumière d'échappement ε (*fig.* 131) par l'inter-

Fig. 131.



médiaire du creux du tiroir; l'échappement a lieu pendant toute la course du piston, de la droite vers la gauche, pour laquelle la lumière α' joue le même rôle que celui ci-dessus de α.

En réalité, les choses ne se passent pas tout à fait ainsi : la vapeur est introduite sous le piston un peu avant qu'il soit arrivé à fond de course, à gauche par exemple, ce qui constitue l'*avance à l'admission.*

L'échappement commence un peu avant que le piston soit arrivé à fond de course à droite, d'où ce que l'on appelle

l'*avance à l'échappement*. Le piston revenant de la droite vers la gauche, la lumière α est fermée avant que commence l'avance d'admission; la vapeur qui reste sous le piston à gauche est alors comprimée sur une certaine longueur de la course, ce qui détermine une période de *contre-pression*.

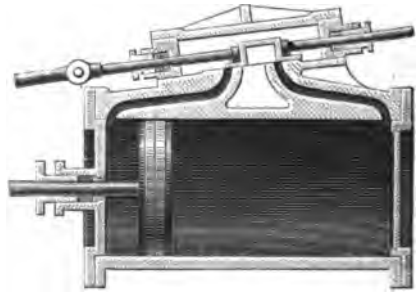
L'avance à l'admission crée sous le piston un matelas élastique très-favorable à la conservation des pièces de la machine, en atténuant les chocs inhérents au changement de sens du mouvement aux points morts. De plus, elle offre l'avantage de réduire la perte de pression de la vapeur à son arrivée sur le piston, au départ de chaque point mort. Nous reviendrons d'ailleurs, dans un autre Chapitre, sur l'utilité de l'avance à l'admission.

Il faut, pour qu'une machine se trouve dans de bonnes conditions, que les orifices par lesquels doit passer un courant de vapeur aient une grande section, pour éviter les étranglements, qui donnent lieu à des pertes de travail.

On dit que la lumière, en pénétrant dans le cylindre, subit un *étirage* ou un *laminage*, tant que la lumière d'admission n'est pas complétement démasquée.

La section des lumières d'admission est généralement comprise entre $\frac{1}{20}$ et $\frac{1}{30}$ de celle du cylindre. La section du tuyau qui amène la vapeur à la machine est ordinairement égale à $\frac{1}{9}$ ou $\frac{1}{10}$ de celle du cylindre.

Fig. 132.



Dans les machines à connexion directe, supposées horizontales pour fixer les idées, la boîte de distribution est située

tantôt au-dessus ou au-dessous du cylindre, tantôt latéralement à ce cylindre.

Dans le premier cas, la direction du mouvement du tiroir (*fig.* 128) est oblique à celle du mouvement du piston; dans le second, ces deux directions sont parallèles; le tiroir est alors vertical et les *stuffing-box* servent de guides.

Mais il est clair que, toutes choses égales d'ailleurs, la distribution et l'échappement s'effectuent de la même manière dans l'un et l'autre cas, et nous choisirons le second pour ne pas avoir à considérer deux directions de mouvement.

80. *Théorie analytique de la distribution.* — Nous continuerons à désigner, comme au n° 35 de la IVe Partie, par

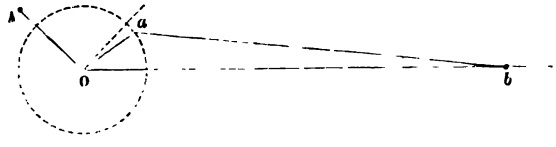
L la longueur de la bielle du piston;
R le rayon de la manivelle;
θ l'angle qu'il forme avec celui qui aboutit au point mort extérieur.

Soient l, r, φ la longueur de la barre d'excentrique, l'excentricité et l'angle qu'elle forme avec ce point mort extérieur;

ε' le rapport $\frac{r}{l}$.

L'excentricité Oa (*fig.* 133) fait, avec la manivelle OA, un

Fig. 133.



angle égal à 90 degrés, augmenté d'un certain angle α appelé angle d'*avance* ou de *calage*, de sorte que l'on a

$$\varphi = 90^\circ + \theta + \alpha.$$

Pour obtenir Ob, il suffit, dans la formule (1) du numéro ci-dessus, de remplacer respectivement OB, L, R, θ, ε par Ob, l, r, φ, ε', ce qui donne

$$Ob = l + r\left[\sin(\theta + \alpha) - \frac{\varepsilon'}{2}\cos^2(\theta + \alpha)\right].$$

Soient

z et l_1 les distances du milieu du tiroir au point O et à l'extrémité b de la barre d'excentrique;

s, s' les recouvrements extérieur et intérieur;

α, α' les ouvertures partielles des lumières d'introduction, correspondant aux avances à l'introduction et à l'échappement.

Nous aurons

$$z = Ob + l_1 = l + l_1 + r\left[\sin(\theta+\alpha) - \frac{\varepsilon'}{2}\cos^2(\theta+\alpha)\right].$$

On détermine le milieu de la lumière d'échappement en amenant la manivelle à chacun de ses points morts, puis traçant le milieu des positions correspondantes du centre du tiroir en projection orthogonale sur la glace.

Le tiroir occupe sa position moyenne et recouvre également les deux lumières d'admission lorsque son milieu coïncide avec celui de la lumière d'échappement; on donne à ce dernier point le nom de *centre d'oscillation*.

La distance z_1 de ce centre au point O, ou la moyenne des valeurs de z pour $\theta = 0$ et $\theta = 180°$, est

$$z_1 = l_1 + l - r\frac{\varepsilon'}{2}\cos^2\alpha.$$

Soit $\zeta = z - z_1$ la distance du milieu du tiroir au centre d'oscillation ou d'un point quelconque du tiroir à sa position moyenne; cette distance sera positive ou négative, selon qu'elle sera mesurée à droite ou à gauche de son origine. Nous aurons

$$(1) \qquad \zeta = r\left\{\sin(\theta+\alpha) - \frac{\varepsilon'}{2}\left[\cos^2(\theta+\alpha) - \cos^2\alpha\right]\right\}.$$

Si la lumière α s'est ouverte sur la largeur ω, c'est que le tiroir a avancé vers la droite à partir de sa position moyenne de $s + \omega$; nous avons donc $\zeta = s + \omega$, ou

$$(2) \qquad \omega + s = r\left\{\sin(\theta+\alpha) - \frac{\varepsilon'}{2}\left[\cos^2(\theta+\alpha) - \cos^2\alpha\right]\right\}.$$

Pour $\theta = 0$, on a $\omega = a$, d'où la relation

$$(3) \qquad a + s = r\sin\alpha,$$

qui fera connaître l'une des trois quantités a, s, α, connaissant l'autre.

L'équation (1) peut alors se mettre sous la forme

$$(4)\qquad \omega = a + r\left\{\sin(\theta+\alpha) - \sin\alpha - \frac{\varepsilon'}{2}[\cos^2(\theta+\alpha) - \cos^2\alpha]\right\}.$$

La détente et l'introduction commenceront respectivement pour la plus petite θ_1 et la plus grande θ_4 des valeurs de θ données par l'équation $\omega = 0$, ou

$$\sin(\theta+\alpha) = \sin\alpha + \frac{\varepsilon'}{2}[\cos^2(\theta+\alpha) - \cos^2\alpha] - \frac{a}{r}.$$

En négligeant d'abord les deux derniers termes du second membre de cette équation, qui sont de très-petites fractions, on a, comme première approximation,

$$\theta_1 = \pi - 2\alpha, \quad \theta_4 = 2\pi,$$

et, en tenant compte des premières puissances des termes négligés,

$$(5)\qquad \theta_1 = \pi - 2\alpha + \frac{a}{r\cos\alpha}, \quad \theta_4 = 2\pi - \frac{a}{r\cos\alpha}.$$

Soit maintenant ω' la largeur dont la lumière α s'est démasquée pour l'échappement; le déplacement en valeur absolue $-\zeta$ du tiroir à partir de sa position moyenne est évidemment égal à $s' + \omega'$, et l'on a ainsi

$$(2')\qquad \omega' + s' = -r\left\{\sin(\theta+\alpha) - \frac{\varepsilon'}{2}[\cos^2(\theta+\alpha) - \cos^2\alpha]\right\};$$

d'où, pour $\theta = \pi$, la relation

$$(3')\qquad a' + s' = r\sin\alpha = a + s.$$

Ainsi donc, si l'on se donne l'avance à l'introduction et le recouvrement extérieur d'après le degré de détente que l'on veut obtenir, comme nous le verrons plus loin, on ne pourra prendre arbitrairement, dans certaines limites du moins, que l'une des quantités a' et s'.

L'équation (2′) peut maintenant se mettre sous la forme

$$(4') \quad \omega' = a' - r\left\{\sin(\theta+\alpha) + \sin\alpha - \frac{s'}{2}[\cos^2(\theta+\alpha) - \cos^2\alpha]\right\}.$$

La plus petite θ_2 et la plus grande θ_3 des valeurs de θ données par l'équation $\omega' = 0$, ou

$$\sin(\theta+\alpha) = -\sin\alpha + \frac{s'}{2}[\cos^2(\theta+\alpha) - \cos^2\alpha] + \frac{a'}{r},$$

correspondront respectivement aux commencements de l'échappement et de la contre-pression, et l'on trouve facilement

$$(5') \quad \begin{cases} \theta_2 = \pi - \dfrac{a'}{r\cos\alpha}, \\ \theta_3 = 2\pi - 2\alpha + \dfrac{a'}{r\cos\alpha}. \end{cases}$$

Nous avons ainsi le tableau suivant :

$$(6) \quad \begin{cases} \text{Pleine pression.....} & \theta_0 = 0, \\ \text{Détente.....} & \theta_1 = \pi - 2\alpha + \dfrac{a}{r\cos\alpha}, \\ \text{Échappement.....} & \theta_2 = \pi - \dfrac{a'}{r\cos\alpha}, \\ \text{Compression.....} & \theta_3 = 2\pi - 2\alpha + \dfrac{a'}{r\cos\alpha}, \\ \text{Admission.....} & \theta_4 = 2\pi - \dfrac{a}{r\cos\alpha}. \end{cases}$$

Ces formules s'appliquent évidemment à l'autre lumière d'admission, en comptant les angles θ à partir du point mort intérieur, ou encore en conservant la première origine de ces angles, en augmentant θ de π, sauf à réduire de 2π les résultats obtenus.

Si, avec un tiroir donné, on fait varier α, les ouvertures des lumières correspondant aux avances à l'introduction et à l'échappement augmentent et diminuent avec cet angle; c'est ce qui résulte des formules

$$(A) \quad a = r\sin\alpha - s, \quad a' = r\sin\alpha - s'.$$

Si α devient suffisamment petit, a ou a' peut devenir négatif, et l'avance se charge en retard à l'introduction ou à l'échappement.

Pour que la machine puisse fonctionner, il faut évidemment que l'admission soit terminée sous l'une des faces du piston au plus tard quand elle commence sous l'autre, ou que

$$\pi - 2\alpha + \frac{a}{r\cos\alpha} < \pi - \frac{a}{r\cos\alpha},$$

d'où

$$\alpha \geq \frac{a}{r\cos\alpha}.$$

Il faut aussi que l'échappement commence sous l'une des faces du piston, au plus tard lorsque l'admission a lieu sous l'autre face, ou que

$$\pi - \frac{a'}{r\cos\alpha} < \pi - \frac{a}{r\cos\alpha},$$

d'où

$$a' > a \quad \text{et} \quad s' < s.$$

Ainsi *le recouvrement intérieur doit être au plus égal au recouvrement extérieur.*

Si l'on a $\alpha = 0$, il faut, en vertu de la formule (3'), que l'on ait

$$a = 0, \quad a' = 0, \quad s = 0, \quad s' = 0;$$

le tiroir ne doit pas avoir de découvrement, mais il n'y a pas de détente.

L'avance à l'admission doit être inférieure à l'admission utile, car autrement la détente serait immédiatement neutralisée, du moins en grande partie, par la contre-pression, et, en faisant la part des résistances passives, la machine, même à vide, fonctionnerait péniblement ou ne fonctionnerait pas du tout. Cette condition se traduit par l'inégalité

$$\frac{a}{r\cos\alpha} < \pi - 2\alpha - \frac{a'}{r\cos\alpha},$$

ou

$$\alpha < \frac{\pi}{2} - \frac{a + a'}{2r\cos\alpha},$$

ou encore, en vertu des relations (A),

(B) $$\alpha + \operatorname{tang}\alpha < \frac{\pi}{2} + \frac{s + s'}{2r}.$$

Comme s et s' sont toujours inférieurs à r, on voit que α ne pourra même pas atteindre la limite donnée par l'équation

$$\alpha + \operatorname{tang}\alpha = \frac{\pi}{2} + 1;$$

d'où, à très-peu près,

$$\alpha = 60°,$$

valeur que nous considérerons comme limite maximum extrême.

Lorsque α dépasse une certaine valeur, les formules (6), qui supposent que les rapports $\frac{a}{r\cos\alpha}$, $\frac{a'}{r\cos\alpha'}$ sont petits, ne doivent plus être considérées comme donnant une approximation suffisante. Supposons, par exemple, que a soit nul, pour $\alpha = 30°$; nous aurons, pour $\alpha = 60°$, en vertu de la relation (3),

$$a = r(\sin 60° - \sin 30°) \quad \text{et} \quad \frac{a}{r\cos 60°} = 0{,}743,$$

fraction dont le carré n'est pas négligeable devant l'unité; mais alors on pourra avoir recours aux méthodes géométriques que nous ferons connaître plus loin.

On apprécie chacune des périodes que présente une distribution par le rapport du chemin correspondant parcouru par le piston à la course totale.

81. *De l'admission.* — Nous ne considérerons ici que la partie utile de l'admission, qui commence à partir du point mort.

On obtiendra le chemin parcouru x par le piston à partir du point mort extérieur, en retranchant de l'expression (1) du n° 34 de la IVe Partie sa valeur correspondant à $\theta = 0$, ce qui donne

$$(C) \qquad x = R\left(1 - \cos\theta - \frac{\varepsilon}{2}\sin^2\theta\right).$$

Nous considérerons ε comme étant du même ordre de grandeur que ε', $\frac{a}{r}$, $\frac{a'}{r}$, pour continuer l'approximation que nous avons adoptée.

En remplaçant θ par l'expression de θ_1 donnée par la seconde

des formules (6), on trouve, pour l'admission relative,

$$\mu_a = \frac{x}{2R} = \cos^2\alpha + \frac{a}{r}\sin\alpha - \frac{\varepsilon}{4}\sin^2 2\alpha. \tag{7}$$

On reconnaîtra facilement que, pour obtenir le rapport semblable μ'_a relatif à l'autre face du piston, il suffit de changer le signe de ε, ce qui donne

$$\mu'_a = \cos^2\alpha + \frac{a}{r}\sin\alpha + \frac{\varepsilon}{4}\sin^2 2\alpha, \tag{7'}$$

d'où, approximativement,

$$\frac{\mu'_a - \mu_a}{\mu_a} = \frac{\varepsilon}{2}\frac{\sin^2 2\alpha}{\cos^2\alpha} = 2\varepsilon\sin^2\alpha. \tag{8}$$

Si, pour simplifier le langage, en rapportant les positions à l'axe de rotation, nous qualifions d'*intérieure* et d'*extérieure* les faces du piston le plus rapproché et le plus éloigné de cet axe, nous dirons que *l'admission est plus forte sur la face extérieure que sur la face intérieure, et que la différence en valeur relative est égale au double du rapport de la manivelle à la bielle multiplié par le carré du sinus de l'angle d'avance*; c'est cette différence entre les deux admissions qui explique les secousses périodiques que l'on éprouve sur un bateau à vapeur à un seul cylindre horizontal.

Quoique la fraction (8) puisse atteindre et dépasser $\frac{1}{10}$, on peut toutefois, sans inconvénient, quand on considère une ou plusieurs révolutions, supposer que l'admission est la même sur les deux faces et qu'elle est égale à

$$\mu_a = \cos^2\alpha + \frac{a}{r}\sin\alpha. \tag{9}$$

82. *De la détente.* — La fraction de la course du piston correspondant à l'avance à l'échappement s'obtiendra en retranchant, l'une de l'autre, les valeurs de $\frac{x}{2R}$ correspondant à $\theta = \pi$ et $\theta = \pi - \frac{a'}{r\cos\alpha}$, ce qui donne une quantité du second ordre que nous sommes convenu de négliger; de sorte que la détente est exprimée par

$$\mu'_d = 1 - \mu_a = \sin^2\alpha + \frac{a}{r}\sin\alpha. \tag{10}$$

83. *De l'échappement.* — L'échappement moyen, pour les deux faces du piston, s'obtiendra en divisant par $2R$ la différence entre les valeurs de x pour $\theta = \theta_2$ et $\theta = \theta_3$, et faisant abstraction du terme en ε,

$$\mu_e = \cos^2\alpha + \frac{a'}{r}\sin\alpha. \tag{11}$$

84. *De la compression.* — L'avance d'introduction ne donnant qu'un terme du second ordre, on a, pour la période de compression,

$$\mu_c = 1 - \mu_{c_0} = \cos^2\alpha + \frac{a'}{r}\sin\alpha.$$

Si l'on fait abstraction des avances, on voit que *les chemins parcourus par le piston dans les périodes de la pleine pression et de l'échappement sont égaux et qu'il en est de même pour la détente et la contre-pression.*

85. *Limites de l'angle d'avance.* — On reconnaît facilement que le chemin parcouru par le piston pendant l'avance ou le retard d'introduction, c'est-à-dire la valeur de x pour $\theta = \theta_1$, est $\frac{Ra^2}{2r^2\cos^2\alpha}$. Les limites de α devront être déterminées par la condition que ce chemin soit au plus égal à une fraction donnée $\frac{1}{n}$ de la course totale, ce qui donne, selon que a est positif ou négatif,

$$\pm\frac{a}{r\cos\alpha} < 2\sqrt{\frac{1}{n}},$$

d'où, en partageant cette double inégalité et en ayant égard à la formule (3),

$$\sin\alpha - 2\sqrt{\frac{1}{n}}\cos\alpha < \frac{s}{r},$$

$$\sin\alpha + 2\sqrt{\frac{1}{n}}\cos\alpha > \frac{s}{r}.$$

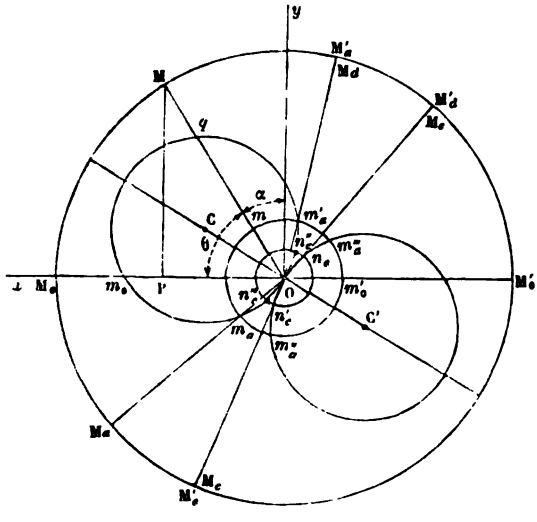
La considération de l'échappement donnera des conditions analogues, et l'on devra prendre les limites qui satisfont aux quatre conditions que l'on obtient de cette manière.

86. *Représentation graphique du jeu de la distribution.* — Dans ce qui suit, nous négligerons l'obliquité de la barre de l'excentrique, qui, comme nous l'avons vu plus haut, ne joue qu'un rôle très-secondaire dans la distribution. Nous aurons ainsi

$$\zeta = r \sin(\theta + \alpha). \tag{1}$$

1° *Diagramme polaire de M. Zeuner.* — Si l'on considère ζ, en valeur absolue, comme un rayon vecteur correspondant à l'angle polaire θ, l'équation (1) représente deux cercles d'un rayon égal à r, passant par le pôle O (*fig.* 134) où ils sont

Fig. 134.



tangents, dont la ligne qui joint les centres C et C' fait un angle égal à $90° - \alpha$ avec la direction Ox du mouvement du piston.

Pour fixer les idées, nous supposerons que ζ représente la distance de l'extrémité extérieure du recouvrement de gauche à la position moyenne de cette extrémité, qui est celle pour laquelle le tiroir recouvre également les deux lumières d'admission.

On aura $\zeta = s$ lorsque la lumière sera sur le point d'être

démasquée, et $\zeta - s$ sera, pour une valeur plus grande de θ, l'ouverture de la lumière. Si donc m_a, m'_a sont les intersections de la circonférence C avec la circonférence décrite du point O comme centre avec un rayon égal à s, la portion $m_a m m'_a$ de cette dernière correspondra à l'ouverture de la lumière; la longueur dont la lumière sera ouverte pour l'angle $mOx = \theta$ sera la portion mq du rayon vecteur comprise entre les deux cercles.

Comme nous l'avons fait remarquer, on peut sans inconvénient négliger l'obliquité de la bielle dans la détermination des points principaux de la détente, quoique pour des points intermédiaires cette hypothèse puisse conduire à des erreurs appréciables sur la position du piston, dont la détermination n'offre d'ailleurs aucun intérêt.

Si donc, du point O comme centre avec un rayon égal à la manivelle R, on décrit une circonférence, que du point M où cette circonférence est rencontrée par le prolongement de Om on abaisse une perpendiculaire MP sur Ox, le pied P de cette perpendiculaire représentera la position du piston correspondant à celle du tiroir définie par le point m.

Soient M_0 le point mort situé sur la partie positive de Ox; m_0 le point de la circonférence C situé sur la même droite; les angles $m_a O m_0$, $m_0 O m_a$ correspondent respectivement à l'avance d'admission et à la pleine pression.

La détente commence donc à partir du point m'_a, ou, si l'on veut, de la position M_d du bouton de la manivelle située sur le prolongement de Om'_a. Lorsque ζ deviendra négatif, le point m se trouvera sur le cercle C'.

Supposons maintenant que ζ soit la distance de l'extrémité du recouvrement intérieur à sa position moyenne; l'ouverture $\zeta - s'$ de la lumière d'échappement est représentée par la portion du rayon vecteur déterminée par la circonférence C' et la circonférence ayant O pour centre et s' pour rayon; si donc n_e, n'_e sont les intersections de ces circonférences, M_e, M_c les points correspondants de la circonférence de rayon R, la détente aura lieu entre M_d et M_e, l'échappement entre M_e et M_c, et la compression entre M_c et la position M_a de M située sur la direction de Om_a.

Les différentes phases que présentent l'ouverture et la fermeture de la lumière d'échappement de droite peuvent se représenter sur la même épure; ainsi l'échappement a lieu de On''_e à On'''_c, la compression de On'''_c à Om'''_a, l'avance d'admission et l'admission de Om'''_a à Om''_a, et la détente de Om''_a à On'_e.

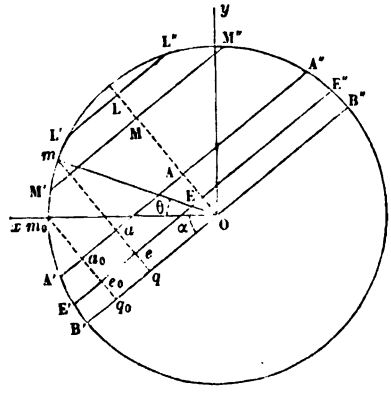
2° *Diagramme circulaire de Reulaux.* — Nous avons, pour les ouvertures contemporaines d'admission et d'échappement,

$$\zeta - s = r\sin(\theta + \alpha) - s, \tag{2}$$

$$\zeta - s' = r\sin(\theta + \alpha) - s'. \tag{3}$$

Désignons par e la largeur des lumières d'admission. Du centre de rotation O de la manivelle (*fig.* 135) décrivons

Fig. 135.



avec un rayon égal à r une circonférence, et soit m_0 le point où elle rencontre la direction Ox de la tige du piston; menons le diamètre B'OB'', qui fait avec Ox, en sens inverse de la marche de θ, un angle égal à α; portons à partir du point O, sur le rayon perpendiculaire à ce diamètre, les longueurs $OA = s$, $OE = s'$, puis prenons $AL = EM = e$, et enfin, par les points A, E, M, L, menons les parallèles A'A'', E' E'', M'M'', L'L'' à la droite B' B''.

Soient a, e les pieds des perpendiculaires abaissées d'un

point m de la demi-circonférence $B' m_0 B''$ correspondant à l'angle $\theta = m\widehat{O m_0}$ sur les droites $A'A''$, $E'E''$; on a

$$ma = r\sin(\theta + \alpha) - s, \quad me = r\sin(\theta + \alpha) - s',$$

et ces deux longueurs représentent respectivement les ouvertures d'admission et d'échappement.

Si m est en m_0, les avances linéaires à l'admission et à l'échappement sont $m_0 a_0$, $m_0 e_0$; ces avances commencent respectivement lorsque m se trouve en A' et E'.

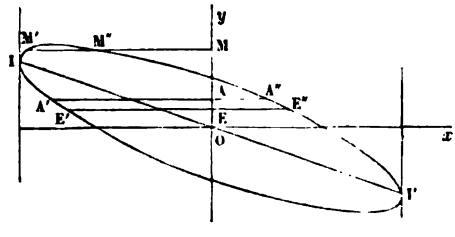
De L' en L'' la lumière d'admission, et de M' en M'' la lumière d'échappement sont complétement ouvertes; la détente commence en A'' sous la face gauche du piston, et sous l'autre face l'échappement commence en E', se termine en E''.

On complétera l'étude de la distribution pour $\theta > 180°$, en répétant les mêmes constructions sur l'autre demi-circonférence.

La position du piston correspondant à celle du point m du tiroir est représentée par la projection de ce point sur Ox.

3° *Diagramme orthogonal de Fauveau.* — Soient (*fig.* 136,

Fig. 136.



O le centre de la manivelle;

Ox la direction du mouvement du piston;

$x = R\cos\theta$, $y = r\sin(\theta + \alpha)$ la distance de la projection sur Ox du bouton de la manivelle et la distance correspondante de chaque point du tiroir à sa position moyenne.

Par l'élimination de θ entre les valeurs de x et de y, on obtient

$$R^2y^2 - 2Rryx\sin\alpha + r^2x^2 - R^2r^2\cos^2\alpha = 0, \tag{1}$$

équation qui représente une ellipse rapportée à son centre, dont le tracé donne une représentation graphique du déplacement du tiroir comparé à celui du piston.

L'inclinaison φ du grand axe sur Ox, le demi-grand axe a et le demi-petit axe b sont donnés par les formules

$$\operatorname{tang} 2\varphi = \frac{2Rr\sin\alpha}{R^2 - r^2}, \quad a^2 = \frac{2R^2r^2\cos^2\alpha}{R^2\sin^2\varphi - Rr\sin\alpha\sin 2\varphi + r^2\cos^2\varphi},$$

$$b^2 = \frac{2R^2r^2\cos^2\alpha}{R^2\cos^2\varphi + Rr\sin\alpha\sin 2\varphi + r^2\sin^2\varphi}.$$

Pour $x = \pm R$, on a $y = \pm r\sin\alpha$, et les tangentes aux points correspondants I, I′ sont perpendiculaires à Ox.

Portons, à partir de O, les longueurs $OE = s'$, $OA = s$, $AM = e$, et menons par les points E, A, M les cordes E′E″, A′A″, M′M″. Si nous remarquons que les ouvertures d'admission et d'échappement sont $y - s$, $y - s'$, nous reconnaîtrons, comme dans l'épure précédente, que l'échappement, sous la face de droite du piston, a lieu pour la position du bouton de la manivelle donnée par la projection horizontale de E′, tandis que le commencement de l'admission sous l'autre face correspond au point A′; l'avance d'admission a lieu de A′ en I, la pleine pression de I en A″, la lumière d'introduction étant complétement ouverte de M′ en M″, etc.

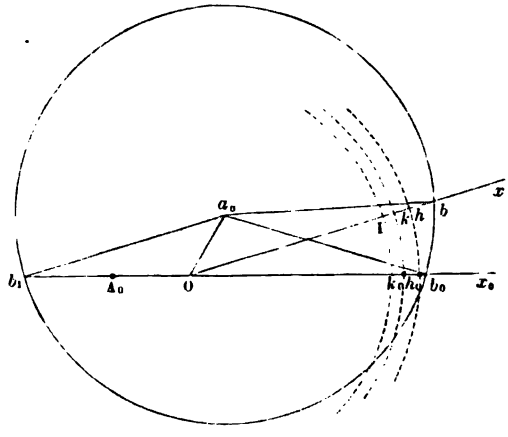
Pour compléter l'épure, il faudrait mener, dans la deuxième moitié de l'ellipse, les mêmes cordes que dans la première.

Nous n'insistons pas davantage sur cette épure qui est maintenant abandonnée d'une manière générale, attendu qu'elle comporte un tracé plus long et moins précis que les deux précédentes.

4° *Diagramme de Müller.*— Soient Oa_0 (*fig.* 137) la position de l'excentricité correspondant à un passage de la manivelle au point mort extérieur; Ox_0 la direction de la tige du tiroir; concevons qu'à cet instant on imprime au système du récepteur et de la distribution, autour de l'axe O, une rotation égale et contraire à celle de l'excentricité ainsi ramenée au repos; la tige du tiroir tournera de la droite vers la gauche et prendra, au bout du temps t correspondant à l'angle θ réelle-

ment décrit par Oa_0, la position Ox, faisant avec Ox_0 un angle égal au précédent.

Fig. 137.



Il est clair que l'on peut supposer que le centre du tiroir coïncide avec l'extrémité de la barre d'excentrique, puisque la loi du mouvement de ces deux points est la même.

Soient b_0, b_1, b les intersections de Ox_0, de son prolongement, au delà du point O et de Ox, avec le cercle décrit du point a_0 comme centre avec un rayon égal à la longueur l de la barre d'excentrique; Ob_0, Ob_1, Ob seront les distances du milieu du tiroir à l'axe de rotation correspondant aux points morts intérieur, extérieur et à l'angle décrit θ.

Soient de plus I, k, h les intersections de Ox avec les cercles de centre O ayant pour rayons $\frac{b_1b_0}{2}$, $\frac{b_1b_0}{2}+s$, $\frac{b_1b_0}{2}+s'$; I sera le centre d'oscillation; par suite, bh représentera l'ouverture d'admission et Ik l'ouverture d'échappement.

Si h_0 et k_0 sont les intersections du deuxième et du troisième des cercles ci-dessus avec Ox_0, les longueurs b_0h_0, b_0k_0 seront respectivement les avances linéaires d'introduction et d'échappement lorsque le piston sera au point mort de gauche.

Cette épure, quoique donnant rigoureusement les positions du tiroir pour les valeurs successives de θ, présente, dans la

pratique, de sérieux inconvénients; car, en général, comme, pour obtenir une exactitude suffisante, elle doit être exécutée en grandeur naturelle, et que presque toujours les barres d'excentriques sont très-grandes par rapport à l'excentricité, l'épure exige un espace démesuré; d'autre part, les intersections des cercles ayant lieu à angle aigu ne peuvent être obtenues avec toute la précision nécessaire.

La méthode de Müller ne peut être employée avec avantage que lorsque les barres d'excentrique sont très-courtes, ce qui rend la distribution défectueuse, ou lorsqu'on veut déterminer, pour une position donnée de la manivelle, la position correspondante du piston.

Cette dernière s'obtiendra en employant la même méthode que ci-dessus, en opérant sur la manivelle OA, placée suivant Ob, et la longueur L de la bielle, comme on l'a fait sur Oa, et l.

87. *De la distribution dans les machines à balancier.* — La seule différence qui existe entre la disposition adoptée dans les machines et la précédente consiste en ce que la tige du tiroir n'est pas reliée directement à la barre d'excentrique, mais bien à l'une des extrémités d'un levier coudé mobile autour d'un axe fixe dont l'autre est articulée à celle de la barre. Le mouvement du tiroir suit donc, ou à très-peu de chose près, la même loi que dans le cas précédent, et les formules ci-dessus sont applicables, en supposant que r représente l'excentricité réduite dans le rapport des bras de levier.

§ II. — *De la distribution dans les machines oscillantes. Renversement de la marche.*

88. *Coulisse ordinaire.* — La distribution s'opère toujours au moyen d'un tiroir à coquille. Les tourillons du cylindre sont creux; la vapeur arrive dans la boîte de distribution par l'un d'eux et s'échappe par l'autre.

Si l'on effectue l'intégration de la formule (1) du n° 43 de la IVe Partie, qui donne le déplacement du tiroir, en ne conservant que la première puissance du rapport $\frac{R^2}{a^2 + R^2} = \varepsilon^2$, on

trouve, en attribuant à ω, a, ω', a' la même signification qu'au n° 80,

$$(1)\quad \begin{cases} \omega - a \text{ ou } -(\omega' - a') = r\Big\{[\sin(\theta+\alpha) - \sin\alpha] \\ \qquad + \dfrac{r\varepsilon^2}{4}[\sin(\theta-\alpha) - \sin(\theta+\alpha) \\ \qquad - \tfrac{1}{3}\sin(3\theta+\alpha) + \sin(\theta+\alpha)\cos 2\theta]\Big\}_1^1. \end{cases}$$

Pour $\omega = 0$, c'est-à-dire pour le commencement de la détente et pour l'avance d'introduction, on peut supposer respectivement $\theta = \pi - 2\alpha$ et $\theta = 2\pi$ dans le terme en ε^2, ce qui donne

$$\sin(\theta+\alpha) - \sin\alpha = -\frac{a}{r} - \frac{\varepsilon^2}{4}(\sin 3\alpha - \sin\alpha + \tfrac{1}{3}\sin 5\alpha + \sin\alpha\cos 4\alpha),$$

$$\sin(\theta+\alpha) - \sin\alpha = -\frac{a}{r} + \frac{\varepsilon^2}{3}\sin\alpha;$$

d'où

$$\theta_1 = \pi - 2\alpha + \frac{a}{r\cos\alpha} + \frac{\varepsilon^2}{4\cos\alpha}(\sin 3\alpha - \sin\alpha + \tfrac{1}{3}\sin 5\alpha + \sin\alpha\cos 4\alpha),$$

$$\theta_1 = 2\pi - \frac{a}{r\cos\alpha} + \frac{\varepsilon^2}{3}\operatorname{tang}\alpha.$$

Ainsi donc, l'obliquité de la tige du piston modifie un peu l'angle correspondant à la détente et non celui pour lequel l'introduction commence.

Pour déterminer les angles relatifs à l'avance de l'échappement et au commencement de la contre-pression, il faudra supposer, dans le terme en ε^2, $\theta = \pi$, $\theta = 2\pi - 2\alpha$, et l'on obtient ainsi

$$\sin(\theta+\alpha) - \sin 2\alpha = \frac{a'}{r} + \tfrac{2}{3}\varepsilon^2\operatorname{tang}\alpha,$$

$$\sin(\theta+\alpha) - \sin\alpha = \frac{a'}{r} - \frac{\varepsilon^2}{4}(\sin\alpha - \sin 3\alpha + \tfrac{1}{3}\sin 5\alpha - \sin\alpha\cos 4\alpha),$$

d'où

$$\theta_2 = \pi - \frac{a'}{r\cos\alpha} + \tfrac{2}{3}\varepsilon^2\operatorname{tang}\alpha,$$

$$\theta_3 = 2\pi - 2\alpha + \frac{a'}{r\cos\alpha} - \frac{\varepsilon^2}{2\cos\alpha}(\sin\alpha - \sin 3\alpha + \tfrac{1}{3}\sin 5\alpha - \sin\alpha\cos 4\alpha).$$

Le sens de la rotation de l'arbre changera évidemment si,

par un moyen quelconque, on augmente de π l'angle formé par la bielle avec la direction de la tige du piston, et l'on obtiendra ainsi la marche en arrière.

Les épures que nous avons indiquées plus haut s'appliquent évidemment dans le cas actuel, pourvu que ε^2 soit assez petit pour que l'on puisse négliger sans inconvénient le terme complémentaire de l'équation (1).

89. *Coulisse des bateaux à vapeur des lacs suisses.* — Chaque tiroir n'est relatif qu'à une lumière d'introduction et correspond à une lumière spéciale d'échappement. En supprimant la partie pleine opposée au recouvrement, les deux tiroirs réunis suivant les deux sections ne formeront qu'un seul tiroir à coquille.

En nous reportant au n° 54 de la IVe Partie, nous aurons

$$\omega - a \text{ ou } -(\omega' - a') = \frac{r}{l' \sin \Delta}[\sin(\theta + \alpha) - \sin\alpha]\left(1 - \frac{1}{2}\frac{R^2}{a^2 + R^2}\sin^2\theta\right),$$

formule que l'on discutera comme plus haut.

§ III. — *Distribution à un seul tiroir, à renversement et à détente variable.*

90. *Coulisse de Stephenson.* — La manivelle fait des angles égaux avec les deux excentriques, et, d'après la signification donnée à α au n° 43 (1) de la IVe Partie, chacun de ces angles est égal à $90^\circ - \alpha$, de sorte que $\varphi = 90^\circ + \theta + \alpha$.

Nous ne considérerons que la coulisse à barres ouvertes, en faisant connaître à mesure les modifications qu'il faut apporter dans les résultats obtenus pour qu'ils s'appliquent au cas des barres croisées.

Si nous faisons $\varphi = 90^\circ + \theta + \alpha$, dans la formule (4) du numéro précité, l_1 continuant à représenter la distance du milieu du tiroir à l'extrémité de la barre d'excentrique, nous

(1) Par suite d'une première faute de correction, on a ajouté à φ les angles α et 2α, au lieu de les en retrancher, et il est nécessaire de faire préalablement cette correction.

aurons, pour la distance de ce milieu à l'axe de rotation O,

$$z = l + l_1 + r\left(-\sin\alpha + \frac{c^2 - u^2}{cl}\cos\alpha\right)\cos\theta + \frac{ru}{l}\cos\alpha\sin\theta$$
$$- \frac{r^2}{4cl}[(c+u)\cos^2(\theta-\alpha) + (c-u)\cos^2\theta]$$
$$+ \frac{r^2}{2c^2l}(c^2-u^2)\cos^2\alpha\sin^2\theta;$$

d'où, pour la distance du tiroir à son centre d'oscillation,

$$\zeta = r\left(-\sin\alpha + \frac{c^2 - u^2}{cl}\cos\alpha\right)\cos\theta + \frac{ru}{c}\cos\alpha\sin\theta$$
$$- \frac{r^2}{4cl}[(c+u)\cos^2(\theta-\alpha) + (c-u)\cos^2\theta]$$
$$+ \frac{r^2}{2c^2l}(c^2-u^2)\cos^2\alpha\sin^2\theta.$$

Si nous posons

$$\operatorname{tang}\alpha' = c\frac{\left(\operatorname{tang}\alpha + \dfrac{c^2-u^2}{cl}\right)}{u},$$

$$r' = r\sqrt{\left(\sin\alpha + \frac{c^2-u^2}{cl}\cos\alpha\right)^2 + \frac{u^2}{c^2}\cos^2\alpha},$$

il vient

$$(1)\qquad \zeta = \omega + s = -(\omega' + s') = r'\sin(\theta + \alpha')$$
$$- \frac{r^2}{4cl}[(c+u)\cos^2(\theta-\alpha) + (c-u)\cos^2\theta]$$
$$+ \frac{r^2}{2c^2l}(c^2-u^2)\cos^2\alpha\sin^2\theta.$$

Si l'on s'en tient au premier terme de ζ, le mouvement du tiroir, pour chaque valeur de u, sera le même que s'il était produit par un excentrique r' dont l'angle de calage serait α', et les épures indiquées plus haut seront encore applicables ici. On voit maintenant pourquoi, au Chapitre VI de la IVe Partie, nous nous sommes imposé la condition que la valeur moyenne de OE soit indépendante de u.

Les valeurs positives de u et α' correspondent à la marche en avant, et les valeurs négatives à la marche en arrière; car, dans ce dernier cas, on obtient les mêmes formules que dans le

premier, en prenant u en valeur absolue, et changeant θ en $-\theta$. L'inverse aurait lieu si les barres étaient croisées, puisqu'il suffit de changer le signe de c pour passer de l'un à l'autre cas.

Le point milieu de la coulisse ne correspondant à aucun mouvement, c'est avec raison qu'on lui a donné le nom de *point mort*. La région environnante de ce point, déterminée par les valeurs extrêmes $\alpha = 60°$ et $\alpha = 240°$, ne peut pas être utilisée.

Les formules qui donneraient avec une approximation suffisante pour toutes les valeurs admissibles de u, surtout pour les plus faibles, celles de θ_1, θ_2, θ_3, θ_4, sont très-compliquées. Il est facile de dresser un tableau des valeurs de ces angles pour des valeurs suffisamment rapprochées de u, en opérant par approximations successives.

91. *Coulisse renversée* ou *de Gooch*. — Au moyen de la formule (4) du n° 47 (1) de la IVe Partie, dans laquelle on supposera

$$\varphi = 90° + \theta + \alpha,$$

on trouve, en opérant comme ci-dessus, pour la coulisse renversée à barres ouvertes,

$$\zeta = r\left(-\sin\alpha + \frac{c}{l}\cos\alpha\right)\cos\theta + \frac{ur}{c}\left(\cos\alpha + \frac{c}{l}\sin\alpha\right)\sin\theta$$
$$- \frac{r^2}{4cl}[(c+u)\cos^2(\theta-\alpha) + (c-u)\cos^2(\theta+\alpha)]$$
$$+ \frac{1}{2}\frac{r^2}{l}\cos^2\alpha\sin^2\theta.$$

Dans le cas des barres croisées, il faut changer c en $-c$.

La discussion de cette équation est identiquement la même que celle de la coulisse droite, et l'on en tirera le même parti en appliquant la méthode semi-géométrique que nous avons indiquée plus haut.

---

(1) Après y avoir remplacé $\varphi + \alpha$, $\varphi + 2\alpha$ par $\varphi - x$ et $\varphi - 2\alpha$ pour le motif donné dans la note du numéro précédent.

92. *Coulisse d'Allan.* — Nous devrons supposer

$$\varphi = 90^\circ + \theta - \alpha$$

dans la formule (6) du n° 50 de la IVe Partie, qui conduit ensuite à

$$\zeta = r\left(-\sin\alpha + \frac{c^2 - \gamma u^2}{cl}\cos\alpha\right)\cos\theta + \frac{ru}{cl}\left[\cos\alpha + \frac{c(1-\gamma)}{l}\sin\alpha\right]\sin\theta$$
$$- \frac{r^2}{4cl}[(c+u)\cos^2(\theta-\alpha) + (c-u)\cos^2(\theta+\alpha)$$
$$+ \frac{r^2}{2c^2 l}[c^2 - \gamma(\gamma+2)u^2]\cos^2\alpha\sin^2\theta.$$

93. *Coulisse de P. Finck.* — Dans cette coulisse, l'excentricité se trouve sur le prolongement de la manivelle, de sorte que $\varphi = 180^\circ + \theta$, et la formule (5) du n° 51 de la IVe Partie conduit à

$$\zeta = r\cos\theta - u\left(1 + \frac{b}{\rho}\right)r\sin\theta + \left(b - a + \frac{b^2}{\rho}\right)\frac{r^2}{a^2}\sin^2\theta.$$

La marche en avant correspondant à des valeurs négatives de θ, il s'ensuit que le cylindre doit être placé à l'arrière de la machine et non à l'avant, comme lorsque l'on emploie les trois coulisses précédentes.

94. *Coulisse d'Heusinger de Waldegg.* — Si l'on se reporte au n° 52 de la IVe Partie, on voit que φ et θ représentent le même angle.

La formule (7) du numéro précité donne ainsi

$$\zeta = \frac{ru}{c}\frac{h}{\lambda}\sin\theta - R\left(1 - \frac{h}{\lambda}\right)\cos\theta,$$

95. *De la marche à contre-vapeur.* — Si, lorsqu'une locomotive est en marche, on renverse le levier de la distribution, la vapeur agissant en sens inverse du mouvement produit l'effet d'un frein d'une grande puissance, dont l'emploi est indispensable lorsqu'on doit produire rapidement l'arrêt.

Nous considérerons en temps et lieu la marche à contre-vapeur au point de vue mécanique; quant à présent, nous

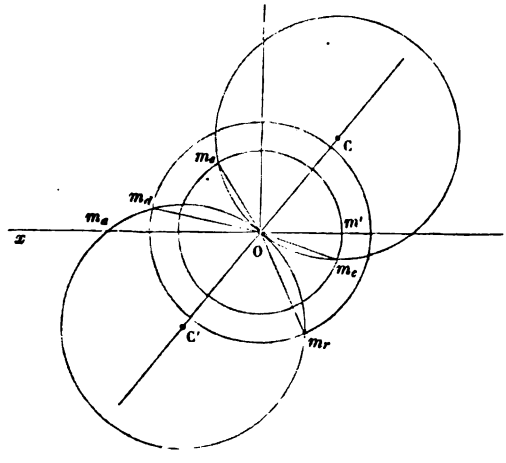
nous bornerons à déterminer les positions relatives du piston et du tiroir, au moyen de l'épure polaire.

Le déplacement du tiroir sera donné par la formule (1) du n° 86, en y remplaçant α par $180° - \alpha$, c'est-à-dire par

$$\zeta = -r\sin(\theta - \alpha).$$

Soient (*fig.* 138)

Fig. 138.



Ox la direction du mouvement du piston;

C, C' les centres des deux cercles représentés par l'équation précédente, l'angle COx étant égal à $90° + \alpha$;

m_a l'intersection du cercle C' avec Ox;

m_d l'intersection, située au-dessus de Ox, du cercle précédent avec le cercle de centre O et de rayon s.

La lumière d'admission étant ouverte entre m_a et m_d, l'angle m_aOm_d correspondra à la pleine pression.

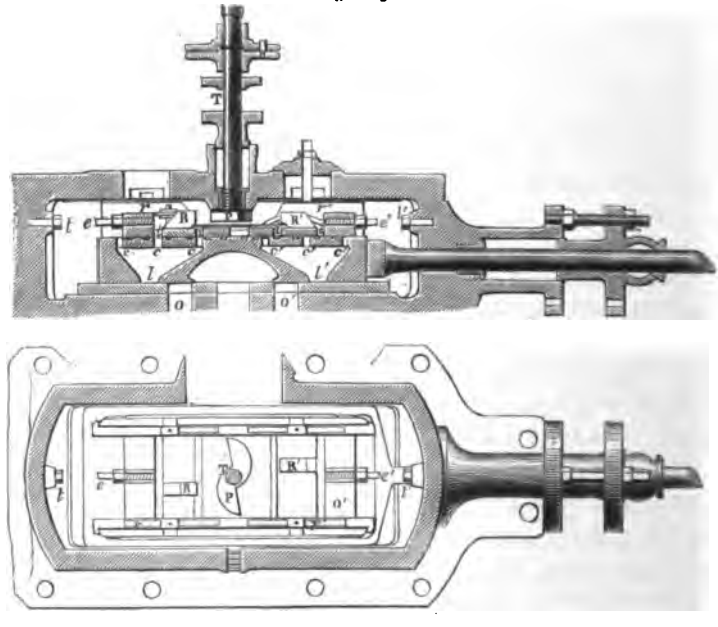
La lumière d'admission restera fermée et la détente aura lieu jusqu'au moment où cette lumière sera mise en communication avec la lumière d'échappement. Si m_e est l'intersection du cercle C la plus voisine de m_d avec le cercle de centre O ayant pour rayon s', l'angle m_dOm_e correspondra à la détente; l'échappement sera en communication avec la partie gauche

du cylindre de m_e au second point d'intersection m_c des deux cercles ci-dessus, de sorte qu'il y aura aspiration dans le tuyau d'échappement depuis m_e jusqu'au point m' du second cercle, situé sur le prolongement de O_x, et refoulement d'une partie fluide aspirée de m' à m_c; de m_c au second point d'intersection m_r du cercle C' et du cercle de centre O et de rayon s, il y aura compression; enfin de Om_r à Om_e, il y aura refoulement dans la chaudière.

§ IV. — *Distribution à détente variable par un seul tiroir de M. Farcot.*

96. Les *fig.* 139 représentent respectivement la coupe longitudinale et la projection de cette distribution.

Fig. 139.



Le tiroir, qui est mû par un excentrique, est muni de deux orifices l et l' dont la largeur est un peu plus faible que celle

des lumières d'admission correspondantes *o* et *o'*. Ces orifices, après un élargissement notable, se terminent chacun, sur la seconde face du tiroir, par trois autres orifices également espacés *c*, *c*, *c* et *c'*, *c'*, *c'*, dont la somme des largeurs est égale ou légèrement supérieure à celle des lumières *o* et *o'*.

Sur le dos du tiroir se trouvent deux registres R et R' percés chacun de deux orifices *i*, *i* et *i'*, *i'* dont la largeur et l'espacement sont exactement les mêmes que ceux des orifices *c* et *c'*.

Des ressorts latéraux *r* et *r'*, retenus dans des chapes fixées à des oreilles venues de fonte avec le tiroir, exercent leur action sur deux règles dressées sous lesquelles glissent les registres, de manière que, sans la pression même de la vapeur, ces registres puissent être entraînés, en raison du frottement, par le tiroir; le mouvement est d'ailleurs assuré latéralement par deux rebords ménagés sur le tiroir principal.

Une sorte de double came P est fixée à l'extrémité d'un arbre T qui traverse le couvercle de la boîte à vapeur, et a pour objet d'arrêter le mouvement des registres sur une partie de la course du tiroir pour faire varier la détente.

L'arbre T est ou commandé à la main ou relié au régulateur par l'intermédiaire d'engrenages, de manière à maintenir à volonté ou automatiquement la vitesse normale de l'arbre du volant.

Deux taquets *t*, *t'* sont fixés aux fonds de la boîte; les extrémités *e*, *e'* des registres viennent buter contre ces taquets, de telle manière que, à la fin de la course du tiroir, les orifices *i* ou *i'* des registres correspondent exactement à deux des orifices *c* ou *c'* du tiroir, les plus rapprochés de T, tandis que le bord extérieur de chaque registre coïncide avec le bord intérieur de la troisième lumière *c* ou *c'*.

Il peut arriver que les orifices *c* ou *c'* soient fermés avant que *o* ou *o'* soit lui-même recouvert par la partie pleine extérieure du tiroir.

L'admission sera d'autant plus restreinte ou la détente plus étendue que les registres viendront frapper, chacun par un talon, les parties les plus excentriques de la double came.

Les *fig.* 139 représentent la distribution quand le tiroir est

au milieu de sa course et que les lumière o et o' sont également recouvertes.

Jusqu'au moment de la rencontre de chaque registre et de la came, l'ensemble des orifices c ou c' présente une grande section pour l'introduction de la vapeur; et, par suite de la division des canaux du tiroir en trois parties, la période d'étranglement est très-courte et correspond à un faible déplacement du tiroir principal : c'est là un des grands avantages que présente la détente Farcot.

La limite inférieure de la détente correspond au cas où le talon du registre commence à buter contre la came lorsque la manivelle est au point mort, c'est-à-dire lorsque la lumière o se trouve à découvert de la largeur correspondante de l'avance d'admission. On peut même descendre au-dessous de cette limite et faire en sorte que les orifices c soient déjà recouverts lorsque la lumière commence à s'ouvrir; l'expérience prouve que, dans ce cas, la faible quantité de vapeur contenue dans les canaux du tiroir est suffisante pour que, en se détendant, elle entretienne la marche à vide.

Si l'on donne à la came une forme convenable pour qu'on puisse la mettre en travers, de telle manière qu'elle ne soit pas rencontrée par le talon du registre, le tiroir de distribution fonctionne comme un tiroir ordinaire, et l'admission atteint son maximum.

D'après la formule (1) du n° 80, dont nous conserverons les notations, l'écartement de chaque point du tiroir de distribution de sa position moyenne est donné par

$$\zeta = r\left\{\sin(\theta+\alpha) - \frac{\varepsilon'}{2}\left[\cos^2(\theta+\alpha) - \cos^2\alpha\right]\right\}.$$

Cette formule s'applique à deux points correspondants du tiroir et du registre avant que la butée contre la came ait lieu.

Supposons maintenant que la butée ait lieu pour $\zeta = \zeta_1$ ou $\theta = \theta_1$, nous aurons

$$\zeta_1 = r\left\{\sin(\theta_1+\alpha) - \frac{\varepsilon'}{2}\left[\cos^2(\theta_1+\alpha) - \cos^2\alpha\right]\right\}.$$

A partir de ce moment, le déplacement relatif du point du

tiroir par rapport à celui du registre, qui est maintenant fixe, est

$$\zeta - \zeta_1,$$

et la détente commence lorsque l'on a

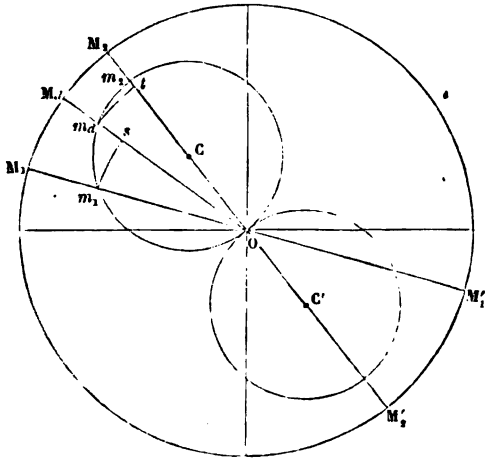
$$\zeta - \zeta_1 = \sigma, \tag{1}$$

σ étant la largeur des orifices c.

L'épure polaire s'applique facilement à l'étude de la distribution Farcot, lorsque l'on fait abstraction du terme en ε.

La *fig.* 140 n'est autre chose que la *fig.* 134 du n° 86, à la-

Fig. 140.



quelle on a substitué les éléments qui se rapportent à la détente actuelle à ceux qui étaient relatifs au tiroir.

Soient

M_d la position du bouton de la manivelle pour laquelle la détente commence;

m_d la position correspondante de m;

$m_d s$ une longueur égale à σ portée sur $m_d O$ de m_d vers O;

m_1 l'intersection du cercle C avec un arc de cercle de centre O et de rayon Os.

Le point M_1 du cercle O, correspondant à m_1, sera la position de la manivelle pour laquelle la butée du registre aura

lieu contre la came ; on aura ainsi

$$\zeta_1 = O m_1.$$

L'ouverture des orifices c, pendant la période d'étranglement $m_1 m_d$, sera égale à la portion $m_d s$ du rayon vecteur comprise entre les arcs $m_1 m_d$ et $m_1 s$.

A partir de m_d, position pour laquelle les orifices c sont exactement recouverts, chaque point du registre restant immobile se trouve constamment sur un cercle de rayon $O m_d$ et de centre O; le recouvrement des orifices c, d'abord nul, va toujours en augmentant jusqu'au moment où il atteint sa plus grande valeur $m_2 t$ sur la direction de OC.

Le mouvement de la manivelle continuant à partir de OM_2, le recouvrement reste constant, de sorte que pour le représenter il suffit de porter sur les rayons vecteurs du cercle C, et dans l'intérieur, à partir des points de cette circonférence, une longueur égale à $m_2 t$, ce qui donne lieu au limaçon de Pascal, qui doit se terminer sur le prolongement OM'_1 de OM_1. En ce point, le registre vient frapper contre le taquet fixé contre le fond de la boîte de distribution, passe au repos, tandis que le tiroir a encore à parcourir une partie de sa course égale à la largeur σ, augmentée du recouvrement. Il résulte de là que, lorsque la manivelle occupe la position OM'_2, opposée à OM_2, les orifices c sont exactement découverts comme avant la butée de la came.

On voit que la fermeture se fait d'autant plus rapidement que l'angle des tangentes en m_d aux cercles C et $O m_d$ est plus grand ; que, par suite, elle se fait avec une vitesse de plus en plus faible, à mesure que l'on s'approche de m_2. La distribution Farcot est donc surtout avantageuse pour les grandes détentes.

La forme la plus convenable à donner aux cames, en supposant qu'elles doivent être identiques, sauf à revenir un peu plus loin sur ce point, est la spirale logarithmique (1), qui

(1) Les praticiens adoptent la développante de cercle, ce que rien ne justifie; de sorte que, comme il n'y a pas d'élément géométrique commun entre la came et le taquet, la percussion n'a lieu que sur le bord de ce dernier.

est également inclinée sur ses rayons vecteurs, en donnant la même inclinaison aux taquets. Il en résulte, il est vrai, des composantes transversales des percussions; mais cela est sans inconvénient, en raison du mode de guidage adopté; toutefois, jusqu'à nouvel ordre, nous laisserons indéterminée la forme des cames.

97. *De la différence de profil des deux cames.* — Soient $\theta', \theta'' = \theta'_1 + 180^\circ$ les valeurs de θ correspondant à une même détente sur la face du piston la plus rapprochée de l'axe de rotation et sur la face opposée; continuons à donner respectivement à R et à ε la même signification qu'au n° 37 de la IVe Partie.

Nous avons

$$R\left(1 - \cos\theta' - \frac{\varepsilon}{2}\sin^2\theta'\right) = R\left(1 - \cos\theta'_1 + \frac{\varepsilon}{2}\sin^2\theta'_1\right),$$

ou

$$\cos\theta' - \cos\theta'_1 = -\frac{\varepsilon}{2}(\sin^2\theta' + \sin^2\theta'_1),$$

et, en négligeant le carré de ε,

$$\theta' = \theta'_1 + \varepsilon\sin\theta'_1.$$

Soient maintenant ρ', ρ'' les rayons vecteurs des deux cames correspondant à θ' et θ'', qui, évidemment, devront avoir la même valeur ρ'_0 pour la limite inférieure de la détente correspondant à $\theta' = 0$; on a

$$(1)\qquad \begin{cases} \rho' = \rho'_0 - r[\sin(\theta' + \alpha) - \sin\alpha] \\ \quad = \rho'_0 - r[\sin(\theta'_1 + \alpha) - \sin\alpha + \varepsilon\cos(\theta'_1 + \alpha)\sin\theta'_1], \end{cases}$$

$$(2)\qquad \rho'' = \rho'_0 - r[\sin(\theta'_1 + \alpha) - \sin\alpha],$$

d'où

$$(3)\qquad \rho' = \rho'' - \varepsilon\cos(\theta'_1 + \alpha)\sin\theta'_1.$$

En éliminant θ'_1 entre les équations (2) et (3), on obtiendra ρ' en fonction de ρ''; mais il est plus simple d'opérer autrement. Supposons que l'on ait tracé la came dont le rayon vecteur est ρ''; pour chaque valeur de ρ'', l'épure polaire fera con

naître l'angle θ'_1 correspondant, en raison de la relation

$$\rho'_0 - \rho'' = r[\sin(\theta'_1 + \alpha) - \sin\alpha] = \zeta - r\sin\alpha,$$

et une construction géométrique très-simple fera connaître $\rho'' - \rho'$, et par suite la forme de l'autre came.

Le rayon de l'arbre T ne doit pas dépasser la limite inférieure ρ'_1 de ρ' ou ρ'', qui correspond à $\theta' + \alpha = 90°$ ou $\theta'_1 + \alpha = 90°$. On a ainsi

$$\rho'_1 = \rho'_0 - r(1 - \sin\alpha).$$

Le degré de détente relatif à cette limite sera

$$\frac{R\left(1 - \sin\alpha - \frac{\varepsilon}{2}\cos^2\alpha\right)}{2R} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(\sin\alpha + \frac{\varepsilon}{2}\cos^2\alpha\right).$$

Ainsi la distribution de Farcot ne peut comporter qu'une admission inférieure à $\frac{1}{2}$.

98. *Tracé des cames.* — Il est inutile de donner aux cames la longueur nécessaire pour obtenir l'admission minimum dont on ne pourrait se servir; on s'arrête généralement à une fraction déterminée $\frac{1}{n}$ de la course du piston, et l'on a, en appelant θ'_2 la valeur correspondante de θ'_1,

$$\frac{1}{n} = \frac{1 - \cos\theta'_2 + \frac{\varepsilon}{2}\sin^2\theta'_2}{2},$$

d'où l'on déduira θ'_2.

Soient ρ'_2, ρ''_2 les valeurs correspondantes ρ' et ρ''; on pourra toujours se donner ρ''_2 en disposant le taquet du tiroir en conséquence; l'autre taquet devra être symétriquement situé par rapport au centre du tiroir; on déterminera ensuite ρ'_2 au moyen de la formule (3).

Soit

$$\rho'' = Aa^{\varphi}$$

l'équation de la spirale logarithmique du profil de la came opposée à la manivelle, φ étant l'angle polaire et δ l'angle dont on doit faire tourner l'arbre T pour aller de la plus grande à

la plus petite détente. Cet angle est une donnée de la question si la détente variable se produit à la main, ou est une conséquence de la disposition du régulateur.

Pour $\varphi = o$ et $\varphi = \delta$, on a respectivement

$$\rho'' = \rho''_1, \quad \rho'' = \rho''_2,$$

d'où

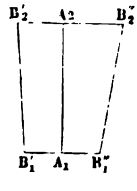
$$\rho'' = \rho''_1 \left(\frac{\rho''_2}{\rho''_1}\right)^{\frac{\varphi}{\delta}}.$$

Dans la pratique, on donne d'abord aux deux cames la même forme, puis par retouches successives, en réglant la détente, on arrive à donner à la came la plus voisine de l'axe la forme voulue.

M. Guillemin (de Casamène), et plus tard M. Thomas, ont eu l'idée de remplacer la double came par un coin que l'on peut faire descendre plus ou moins et contre les deux faces latérales duquel viennent buter deux oreilles obliques venues respectivement de fonte avec les deux registres. Il y a ici l'avantage d'avoir une butée très-franche; mais, si ρ'' correspond à une ligne droite, il n'en devra pas être de même de ρ'; et, en remplaçant la courbe dont le rayon vecteur est ρ' par sa corde, la distribution n'a plus le caractère mathématique; l'erreur commise est toutefois sans importance.

Soient A_2A_1 (*fig.* 141) la hauteur du coin, qui est une

Fig. 141.



donnée de la question comme l'angle δ; $A_1B''_1 = A_1B'_1 = \rho'_1$, $A_2B''_2 = \rho''_2$, $A_2B'_2 = \rho'_2$ des longueurs portées sur les perpendiculaires en A_2 et A_1 à A_1A_2, et de part et d'autre de ces points; $B''_1B''_2B'_2B'_1$ sera le profil du coin correspondant à ρ'' et ρ'.

Nous ferons remarquer que, contrairement à ce qui a lieu lorsque l'on emploie le tiroir simple, la compression reste la même, quelle que soit la détente, ce qui n'est pas l'un des moindres avantages que présente le système Farcot.

§ V. — *Distributions à deux tiroirs.*

99. La distribution par un seul tiroir au moyen d'une coulisse offre l'inconvénient de ne permettre qu'une détente très-limitée en donnant une compression dont l'étendue est à très-peu près égale à celle de la détente.

C'est en cherchant à s'affranchir de cet inconvénient que l'on est arrivé à imaginer des distributions à double tiroir dont nous allons faire connaître les trois types principaux.

100. *Distribution de Gonzenbach* (*fig.* 142 et 143). — Le tiroir principal de distribution, qui est à coquille, est conduit par une coulisse Stephenson BB', dont A et A' sont les excentriques correspondant à la marche en avant et à la marche en arrière. Cette coulisse ne sert d'ailleurs qu'au changement de marche et non à la détente, de sorte que le coulisseau est toujours à l'une ou l'autre extrémité de la coulisse, et le tiroir se trouve ainsi dans les mêmes conditions que s'il était commandé directement par un seul excentrique.

Ce tiroir est placé dans une boîte de vapeur spéciale, dont la cloison séparative avec celle du tiroir de détente est percée de deux lumières d, d' qui ont une largeur un peu inférieure à celles c, c' de ce dernier, qui d'ailleurs n'a pas de fond.

Une tige fg est articulée d'une part en f à la naissance de la barre d'excentrique de marche en arrière, et de l'autre à l'extrémité inférieure d'un arc gh mobile autour de l'axe h. La tige du tiroir est articulée en a à une bielle ab terminée à son autre extrémité par un coulisseau b, qui peut occuper diverses positions dans l'arc hg, au moyen du système de relevage D, selon la détente que l'on veut obtenir.

Le déplacement du tiroir principal par rapport à sa position moyenne est, en négligeant l'obliquité de la bielle,

$$\zeta = r \sin(\theta + \alpha); \tag{1}$$

le déplacement semblable du point g est sensiblement égal à celui de la projection du point f, et par suite du point A′, sur

Fig. 142.

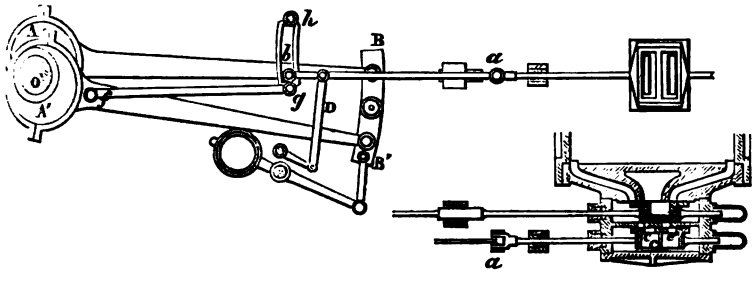
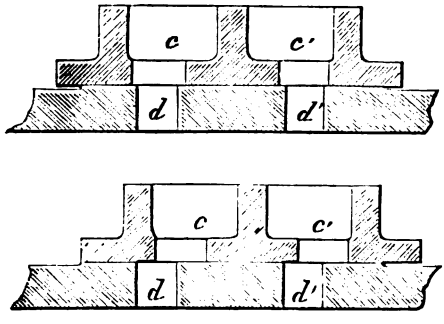


Fig. 143.



la direction du mouvement du tiroir principal, et s'obtiendra en remplaçant, dans l'expression précédente, α par $180° + \alpha$; nous changerons le signe du résultat obtenu en vue d'estimer le déplacement en sens inverse du mouvement du tiroir principal. Si l'on pose $i = \frac{hb}{hg}$, le déplacement ξ du tiroir de détente sera ainsi

(2) $$\xi = ir \sin(\theta - \alpha).$$

Soient $\lambda + 2\eta$, λ les largeurs des lumières du tiroir de détente et de sa glace; ψ l'ouverture variable de l'admission. On voit que, d'après les *fig.* 143, dont la première se rapporte à la position moyenne du tiroir, en supposant que l'étranglement

se produise par les bords intérieurs du tiroir, $\xi - \eta = \lambda - \psi$, d'où

$$\psi = \lambda + \eta - ir\sin(\theta - \alpha). \tag{3}$$

Comme, pour

$$\xi \lessgtr \varepsilon,$$

ψ est constant et égal à λ, cette formule ne sera pas applicable lorsqu'elle donnera pour ψ des valeurs comprises entre λ et $\lambda + 2\eta$.

Pour $\theta = 0$, on aura $\psi = \lambda + \eta + ir\sin\alpha$ ou $\psi = \lambda$, selon que $ir\sin\alpha \lessgtr \eta$, ce qui fera connaître l'avance à l'introduction.

La détente commencera, pour la plus petite valeur θ_1 de θ donnée par

$$\sin(\theta_1 - \alpha) = \frac{\lambda + \eta}{ir};$$

mais il ne faut pas que l'orifice de la glace de détente que nous considérons, *d* par exemple, soit deux fois ouvert avant que la lumière correspondante d'admission soit fermée; car autrement il y aurait deux périodes de pleine pression séparées par une période de détente; il faut donc que l'on ait

$$\pi - 2\alpha \geqq \pi - \theta_1,$$

d'où

$$i \leqq \frac{\lambda + \eta}{r\sin\alpha}.$$

Le tiroir supérieur sera très-peu ou nullement utile s'il ferme complétement sa lumière après que l'autre tiroir a fermé la sienne; il faut donc s'arranger de manière que l'on ait

$$\theta_1 \leqq \pi - 2\alpha.$$

On peut représenter par une épure les différentes particularités que présente le système de détente dont nous nous occupons.

Soient (*fig.* 144)

C_1, C' les centres de cercles relatifs au tiroir principal, en conservant d'ailleurs les mêmes lettres que dans l'épure n° 134 du n° 86;

C_1, C'_1 les centres des cercles de rayon $\frac{ir}{2}$ représentés par l'équation (2), les droites $C_1C'_1$ et CC' étant symétriquement situées par rapport à la verticale;

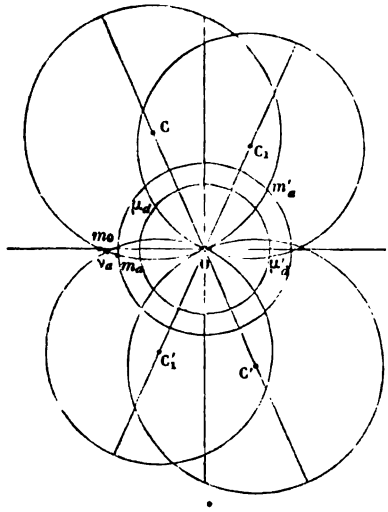
μ_d, μ'_d les intersections du cercle C avec le cercle décrit du point O comme centre avec un rayon égal à $\lambda + \eta$.

Conservons d'ailleurs les notations admises pour la distribution à un seul tiroir.

L'admission n'aura lieu que de m_0 à μ_d; la détente se produira dans le cylindre et la boîte de distribution de μ_d à m'_a, et seulement dans le cylindre au delà de ce point jusqu'au moment où l'échappement commencera.

L'avance à l'admission commence à partir du point m_a ou de l'intersection, la plus voisine de la direction Om_0 du mouvement, du cercle C'_1 et du cercle $O\mu_d$, selon que le rayon vecteur mené du centre O au premier de ces points fait avec Om'_0 un angle plus petit ou plus grand que le rayon vecteur de l'autre point.

Fig. 144.



Occupons-nous maintenant de la marche en arrière.

D'après les nos 80 et 95, on a, en négligeant l'avance d'in-

troduction pour l'ouverture d'admission,

$$\omega = r[\sin\alpha - \sin(\theta - \alpha)].$$

d'autre part, en prenant $\lambda + \eta = kr\sin\alpha$, k étant un peu supérieur à l'unité, on a

$$\psi = r[k\sin\alpha - i\sin(\theta - \alpha)].$$

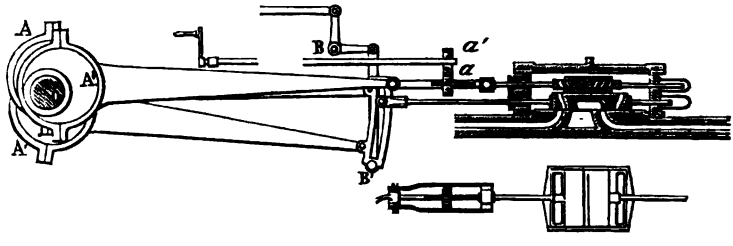
On voit, à l'examen de ces deux formules, que les lumières d'admission seront ouvertes en même temps que les lumières de détente. Le tiroir d'admission fonctionnera donc comme s'il était seul.

La détente Gonzenbach offre les inconvénients suivants : de changer la détente dans la marche en arrière; on ne peut pas obtenir de détente au-dessous d'une certaine limite; il se produit une détente partielle dans la boîte de distribution; le tiroir supérieur donne lieu à des étranglements et par suite à des pertes de pression.

La disposition suivante est exempte d'une partie de ces inconvénients.

101. *Distribution Meyer.* — Dans cette distribution (*fig.* 145) on emploie, comme dans la précédente, pour le tiroir de dis-

Fig. 145.



tribution, la coulisse Stephenson uniquement pour le changement de marche. Ce tiroir, qui n'est pas à coquille, consiste en une plaque percée de deux lumières que doit fermer et ouvrir le second tiroir et qui correspondent à celles de la glace; il présente en son milieu une cavité pour l'échappement de la vapeur.

Le tiroir de détente résulte de l'assemblage de deux plaques formant les écrous d'une partie filetée de sa tige; le filet est *dextrorsum* pour l'une des plaques et *sinistrorsum* pour l'autre; les pas sont les mêmes. On peut ainsi, en vue de faire varier la détente, rapprocher et éloigner les deux plaques l'une de l'autre, en faisant tourner la tige autour de son axe.

Parmi les dispositions employées pour effectuer cette rotation, nous citerons la suivante :

L'extrémité extérieure de la tige a une section carrée sur une certaine longueur et traverse à frottement doux une roue dentée a de même axe, qu'elle ne peut entraîner et dans laquelle elle glisse pendant la marche du tiroir. Cette roue engrène avec un pignon a' monté sur une tige horizontale terminée, d'autre part, par une manivelle au moyen de laquelle on imprime le mouvement de rotation voulu.

Entre le carré de la tige du tiroir et le tiroir, cette tige est articulée à l'extrémité de la barre d'un troisième excentrique dont l'angle d'avance est ordinairement de 90 degrés (1) et dont l'excentricité n'est pas nécessairement la même que pour les deux autres.

Les deux premières des *fig.* 146 représentent les deux tiroirs dans leurs positions moyennes, en supposant que, dans l'une, les plaques se touchent, ou à peu près, et que, dans l'autre, elles aient été éloignées d'une certaine quantité; la troisième représente les deux tiroirs dans une position quelconque.

Nous avons vu que, à des termes très-petits près, le mouvement du tiroir de distribution, et pour chaque position de la barre d'excentrique conductrice, est le même que si le tiroir était conduit directement par la barre du premier, dont nous désignerons par r le rayon, dont on déterminera l'expression en se reportant au n° 90.

Soient

r' le rayon de l'excentrique du tiroir de détente;
α, α' les angles d'avance des excentriques r et r';

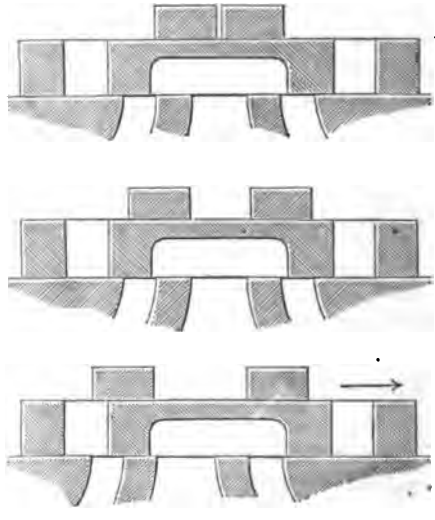
(1) Autrefois, au lieu de cet excentrique, on employait tout simplement un levier articulé de part et d'autre à la tête de la tige du piston et de la tige du tiroir, ce qui produisait le même effet qu'un excentrique calé à 90 degrés.

$\zeta = r\sin(\theta + \alpha)$, $\zeta' = r'\sin(\theta' + \alpha')$, pour une valeur quelconque de θ, les distances d'un point du tiroir de distribution et d'un point du tiroir de détente à leurs positions moyennes;

x la distance du bord extérieur de chaque plaque dans sa position moyenne au bord extérieur de la lumière correspondante du tiroir;

ψ l'ouverture d'admission déterminée par l'une des plaques que nous considérerons en particulier.

Fig. 146.



On a, en égalant deux expressions du déplacement relatif du tiroir de détente par rapport à l'autre,

$$\zeta - \zeta' = x - \psi,$$

d'où

$$\psi = x + r'\sin(\theta + \alpha') - r\sin(\theta + \alpha), \tag{1}$$

L'angle θ_1 correspondant à la détente sera donné par

$$r'\sin(\theta_1 + \alpha') - r\sin(\theta_1 + \alpha) = -x$$

et croît avec x, dont on ne fait pas descendre la limite inférieure au-dessous de la largeur des lumières du tiroir.

Si la valeur minimum de θ_1 est supérieure à $\pi - 2\alpha$, la détente est produite par le tiroir de distribution.

On peut encore représenter par une épure les différentes phases de la distribution. Remarquons, à cet effet, que, si l'on considère le déplacement relatif ξ du tiroir de détente par rapport au tiroir de distribution, ou

$$\xi = \zeta - \zeta' = (r\sin\alpha - r'\sin\alpha')\cos\theta + (r\cos\alpha - r'\cos\alpha')\sin\theta,$$

comme étant un rayon vecteur dont θ sera l'angle polaire, on obtient deux cercles tangents au pôle de même diamètre. L'inclinaison de la ligne des centres sur l'horizontale est donnée par

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{r\cos\alpha - r'\cos\alpha'}{r\sin\alpha - r'\sin\alpha'}.$$

Enfin on a, pour son diamètre,

$$\sqrt{r'^2 + r^2 - 2rr'\cos(\alpha' - \alpha)}.$$

En traçant ces deux cercles, ainsi que ceux qui sont relatifs au tiroir principal, on obtiendra une épure analogue à celle de la distribution de Gonzenbach, et que l'on discutera de la même façon, en se reportant à la formule

$$\psi = x + \xi.$$

102. *Distribution de Polonceau.* — Les deux tiroirs sont ici (*fig.* 147 et 148) mis en mouvement par une coulisse renversée qui est double pour recevoir les coulisseaux des deux bielles de traction. Le tiroir de distribution est analogue à celui de Meyer; mais celui de la détente est formé d'une seule plaque.

Deux systèmes de relevage correspondent respectivement aux deux bielles de traction.

Lorsque les deux coulisseaux sont au même point, les deux tiroirs ont des mouvements identiques, ne forment qu'un

seul tout, et la détente se produit comme dans la distribution à un seul tiroir de Gooch. On opère de cette manière si la locomotive doit faire des allées et venues successives de peu

Fig. 147.

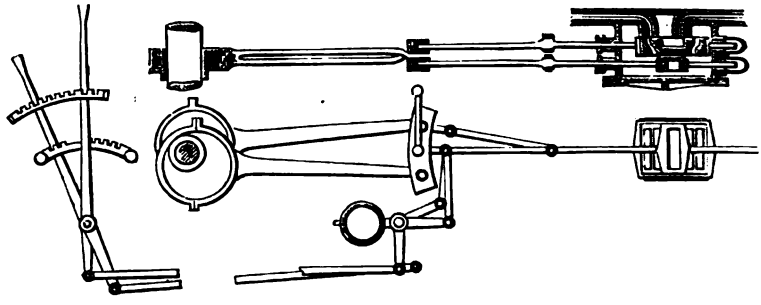
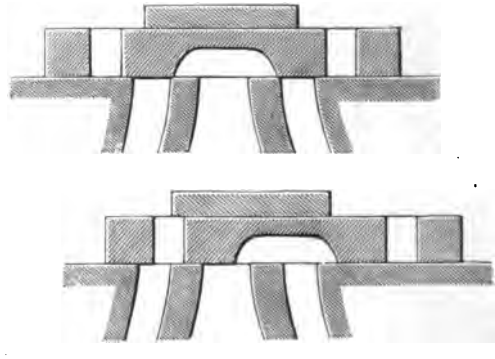


Fig. 148.



d'étendue, comme dans les manœuvres des gares. Mais, avec deux leviers de relevages indépendants, le mécanicien serait obligé de se servir à la fois des deux mains, ce qui est un inconvénient que M. Krauss évite par la disposition suivante :

Le levier de commande du tiroir se trouve maintenu, par un axe fixe à encoches, dans diverses positions comprises entre celles qui correspondent aux limites extrêmes de la marche en avant et de la marche en arrière.

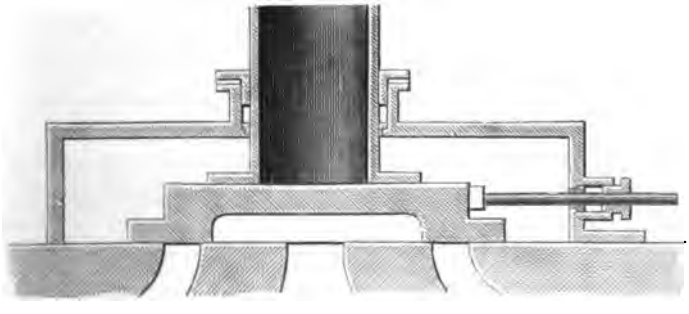
A ce levier est fixé un autre arc, dans les encoches duquel peut s'engager le levier de commande du tiroir de détente.

Si le mécanicien veut supprimer l'effet du tiroir de détente et marcher dans les mêmes conditions qu'avec la distribution à simple tiroir de Gooch, il suffit de fixer le taquet du levier de détente dans l'encoche de son arc, située sur la direction de l'autre levier.

§ VI. — *Distribution par des soupapes.*

103. *Inconvénients de la distribution par tiroir.* — Nous avons vu (79) qu'il convenait de donner de grandes sections aux lumières d'admission et d'échappement, et par suite de donner des dimensions considérables au tiroir dans les grandes machines; si la pression dans la chaudière est élevée, l'effort normal exercé par le tiroir sur la glace devient énorme, atteint souvent des centaines de kilogrammes, ce qui donne lieu à un frottement important et, par suite, à une perte de travail considérable. On peut toutefois atténuer cet inconvénient en *équilibrant* le tiroir; ce à quoi on arrive, notamment, en plaçant sur le dos du tiroir un cylindre creux (*fig.* 149) muni

Fig. 149.



d'un rebord extérieur, traversant un *stuffing-box* établi sur le couvercle de la boîte de distribution; la pression de la vapeur se trouve ainsi supprimée sur une portion de la surface du tiroir égale à la surface du cylindre.

Mais généralement on préfère, dans les conditions actuelles,

substituer au tiroir des soupapes qui ne créent pas de pertes notables de travail; car les efforts exercés par la vapeur sur chaque soupape disparaissent à peu près dès que, la soupape étant levée, l'équilibre de pression tend à s'établir sur ses deux faces.

104. *Des soupapes.* — Les soupapes de distribution sont mises en mouvement soit par des excentriques, soit au moyen de dispositions particulières dans lesquelles on fait intervenir une cataracte.

La *fig.* 150, dans laquelle la flèche indique la direction du

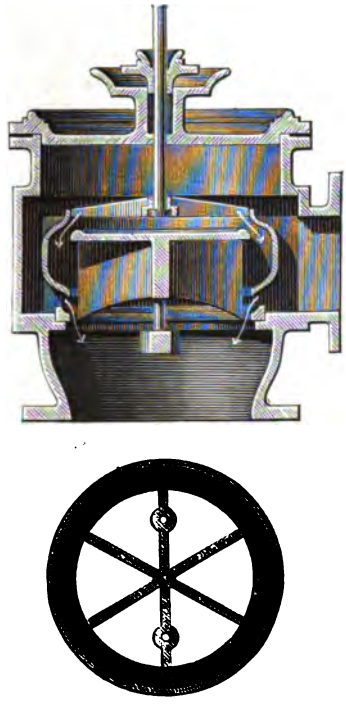
Fig. 150.

courant de vapeur, donne la disposition la plus simple d'une soupape de distribution. Lorsque la soupape est sur son siége, elle est soumise, pendant les périodes de levée et de chute, à des efforts considérables qui fatiguent les articulations du système qui la fait fonctionner, sans toutefois qu'il en résulte de perte de travail appréciable, puisque dans chacune des périodes le chemin parcouru est très-petit. On évite cet inconvénient en employant des soupapes *à double siége.*

La soupape dite *de Cornwall*, représentée par la *fig.* 151, est un premier type des soupapes à double siége. L'orifice à recouvrir se prolonge par une sorte de lanterne à jour terminée par un fond plein. La soupape est ouverte de part en part, renflée en son milieu et présente deux rebords tournés qui viennent

se reposer à la fois et respectivement sur deux siéges, l'un disposé au niveau de l'orifice, l'autre au sommet de la lanterne. L'orifice est complétement fermé quand la soupape re-

Fig. 151.

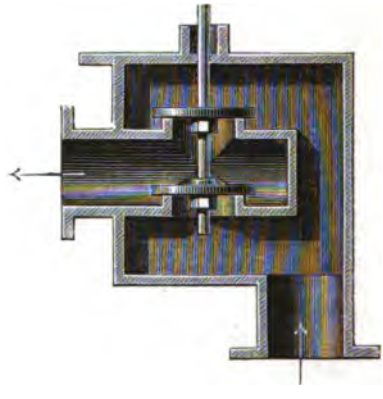


pose sur son double siége, et la partie principale de la pression est supportée par le fond fixe; dès que la soupape est soulevée, la vapeur trouve un large débouché.

La soupape dite *américaine* (*fig.* 152) se compose de deux soupapes identiques montées sur la même tige, reposant sur des siéges opposés l'un à l'autre; ces siéges sont disposés vers l'origine, qui est fermée, du tuyau d'écoulement de la vapeur; ce tuyau est renfermé, sur une certaine longueur, dans une capacité où la vapeur arrive.

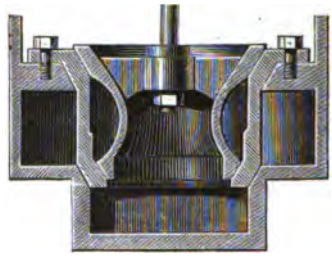
La vapeur arrive dans l'intérieur de la soupape, représentée

Fig. 152.



par la *fig.* 153, et le siége forme lanterne.

Fig. 153.



Il existe encore d'autres dispositions auxquelles nous ne croyons pas devoir nous arrêter.

CHAPITRE VI.

THÉORIE DES MACHINES A VAPEUR.

105. *Rendement théorique maximum d'une machine thermique. Machine à vapeur théorique.* — On donne, en général, le nom de *machine thermique* à toute machine qui a pour objet de produire du travail mécanique par un transport de chaleur d'une source calorifique à une autre dont la température est moins élevée.

D'après les considérations exposées dans la IIIe Partie de cet Ouvrage, il faudrait, pour qu'une machine thermique rendît son maximum d'effet utile, que le véhicule de la chaleur revînt à son état physique primitif après chaque transport calorifique, afin qu'aucune partie de la chaleur empruntée à la source chaude ne fût conservée par le véhicule ou transformée en travail moléculaire.

Si l'on pouvait réaliser une pareille machine, la proportion ι_m de chaleur transformée en travail serait donnée par le rapport $\frac{T}{AQ}$, déduit de la formule (25) de la page 358 du tome II, ou par

$$(1) \qquad \iota_m = \frac{\alpha(t_0 - t_1)}{1 + \alpha t_0} = \frac{t_0 - t_1}{273 + t_0},$$

t_0 et t_1 étant les températures de la source chaude et de la source froide.

Considérons spécialement le cas d'une machine à vapeur; pour que cette machine fût parfaite, il faudrait que, dans chaque coup de piston, la vapeur subît l'opération indiquée au n° 24 de la IIIe Partie, sans supposer que ses éléments fussent infiniment petits; en d'autres termes, il faudrait :

1° Que la vapeur sortant de la chaudière à la température t_0 agît d'abord à pleine pression;

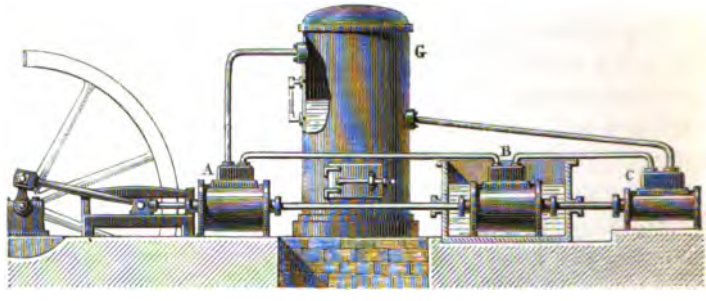
2° Qu'elle se détendît ensuite sans perte ni gain de chaleur, pour arriver à une certaine température $t_1 < t_0$;

3° Qu'elle fût, à partir de ce point, comprimée de manière à conserver la température t_1, ce qui exigerait qu'une source à cette température enlevât graduellement une partie de la chaleur empruntée au foyer par la vapeur;

4° Qu'enfin, à partir d'un certain point, on la comprimât sans perte ni gain de chaleur, de manière à la ramener à son état primitif.

La disposition représentée par la *fig.* 154 permettrait de

Fig. 154.



réaliser une pareille opération. Trois cylindres A, B, C reçoivent des pistons montés sur la même tige mise en relation avec l'arbre moteur; les deux cylindres extrêmes sont censés imperméables à la chaleur; le troisième est placé dans un réservoir renfermant de l'eau à t_1, qui se renouvelle constamment.

La chaudière G est d'abord mise en communication avec A pour produire la pleine pression; cette communication est supprimée au point voulu de la course du piston, pour que la vapeur ait la température t_1 à la fin de la détente; la vapeur détendue est envoyée par le piston de A, lorsque son mouvement change de sens, dans le cylindre B, où elle est comprimée, en restant à la température t_1, et de là dans le cylindre C, où elle est aussi comprimée, mais de manière à revenir à la température t_0 pour être enfin renvoyée dans la chaudière.

Si nous supposons $t_1 = 40°$, $t_0 = 152,22$, cette dernière tem-

pérature correspondant à une pression, dans la chaudière, de 5 atmosphères, on a

$$\varepsilon_m = 0{,}264.$$

Un kilogramme de houille développe, par sa combustion, 7000 calories, soit pour son équivalent mécanique $7000 \times 425 = 2975000$ kilogrammètres; un cheval-vapeur correspond à $75 \times 3600 = 270000$ kilogrammètres par heure. Dans l'exemple ci-dessus, la consommation du combustible par cheval et par heure serait

$$\frac{270000}{0{,}264 \times 2975000} = 0^{kg},343.$$

Les meilleures machines que l'on ait construites jusqu'ici, en y comprenant la chaudière, bien entendu, n'ont pas consommé moins de 1 kilogramme par cheval et par heure; la consommation des machines de faible puissance s'élève quelquefois à 6 kilogrammes. On voit ainsi que l'on peut encore espérer des perfectionnements dans les moteurs actuels.

Quoi qu'il en soit, l'expression (1) doit être uniquement considérée comme une limite dont le coefficient d'effet utile d'une machine thermique peut plus ou moins s'approcher sans jamais en atteindre la valeur.

Comme le rapport ε_m est croissant avec t_0 et décroissant quand t_1 croît, on voit qu'une machine thermique doit être d'autant plus avantageuse que la température de la source chaude est plus élevée, et que celle de la source froide est plus basse. Mais, au point de vue de la conservation des surfaces et des matières lubrifiantes, il ne paraît pas que l'on doive faire dépasser 200 degrés à t_0; d'ailleurs, dans les machines à vapeur, la limite inférieure de t_1 est de 25 degrés.

106. *Des machines à vapeur usuelles supposées parfaites.* — 1° *Machines à condensation.* — Étudions, au point de vue spéculatif, les effets dynamiques d'une machine fictive à détente et à condensation, formée de matières imperméables à la chaleur et dans laquelle la détente pourrait être poussée assez loin pour que la température finale de la vapeur fût la même que celle du condenseur.

Soient

t_0, t_1 les températures dans la chaudière et le condenseur;

r, c la chaleur de volatilisation de la vapeur d'eau et la chaleur spécifique de l'eau correspondant à la température t;

r_0, c_0 les valeurs de r et c pour $t = t_0$, et r_1 et c_1 les valeurs des mêmes quantités pour $t = t_1$.

Supposons que la vapeur saturée sortant de la chaudière entraîne avec elle, comme cela a lieu généralement, une certaine quantité d'eau, et soit η_0 la proportion de vapeur proprement dite, ou sèche, contenue dans le mélange; désignons par η_1 ce que devient la proportion de vapeur après la détente.

La quantité de chaleur théorique fournie par le foyer pour produire 1 kilogramme de vapeur humide est

$$(1) \qquad Q = \int_{t_1}^{t_0} c\,dt + r_0\eta_0$$

ou, en remplaçant c, qui varie peu avec t, par sa moyenne valeur,

$$(2) \qquad Q = \frac{c_1 + c_2}{2}(t_0 - t_1) + r_0\eta_0.$$

La chaleur reçue ou absorbée par le condenseur étant

$$(3) \qquad Q' = \eta_1 r_1,$$

le rendement thermique ν de la machine est

$$(4) \qquad \nu = \frac{Q - Q'}{Q} = \frac{\eta_0 r_0 - \eta_1 r_1 + \frac{c_0 + c_1}{2}(t_0 - t_1)}{\eta_0 r_0 + \frac{c_0 + c_1}{2}(t_0 - t_1)}.$$

On devra substituer, dans cette expression, à $\eta_1 r_1$ sa valeur déduite de l'équation (38) de la page 366 du tome II, après y avoir remplacé, par approximation, c par sa moyenne valeur $\frac{c_0 + c_1}{2}$, ce qui donne

$$(5) \qquad \left\{ \eta_0 r_0 - \eta_1 r_1 = \frac{t_0 - t_1}{273 + t_0}\left[\eta_0 r_0 - \frac{c_0 + c_1}{2} \times \frac{(273 + t_0)(273 + t_1)}{t_0 - t_1} \log \text{nép} \frac{273 + t_0}{273 + t_1} \right]. \right.$$

On obtient ainsi, en ayant égard à la formule (1) du numéro précédent,

$$(6)\qquad \tau = \tau_m \frac{\eta_0 r_0 + \frac{c_0 + c_1}{2}(273 + t_0)\left(1 - \frac{273 + t_1}{t_0 - t_1}\log\text{nép}\frac{273 + t_0}{273 + t_1}\right)}{\eta_0 r_0 + \frac{c_0 + c_1}{2}(t_0 - t_1)}.$$

Il est facile de s'assurer que $\tau < \tau_m$.

Nous désignerons dorénavant par τ_r le *rendement relatif* $\frac{\tau}{\tau_m}$.

On reconnaîtra sans peine que $\frac{d\tau_r}{d\eta_0} > 0$, de sorte que le rendement diminue quand la proportion d'eau entraînée augmente, ce qui devait paraître évident *a priori*.

2° *Machines sans condensation.* — Nous admettrons que la détente est poussée assez loin pour que la température finale t_1 de la vapeur soit égale à celle de la vapeur saturée sous la pression atmosphérique.

Soient t' la température de l'eau d'alimentation puisée dans l'atmosphère; c' la valeur correspondante de c. On voit facilement que l'on a

$$Q = \frac{c_0 + c'}{2}(t_0 - t') + r_0\eta_0,$$

$$Q' = \eta_1 r_1,$$

$$(7)\qquad \tau_r = \frac{\eta_0 r_0 - \eta_1 r_1 + \frac{c_0 + c'}{2}(t_0 - t')}{\eta_0 r_0 + \frac{c_0 + c'}{2}(t_0 - t')},$$

et, dans la dernière de ces expressions, on devra substituer à $\eta_0 r_0 - \eta_1 r_1$ sa valeur donnée par la formule (5).

107. *Du rendement calorifique des machines industrielles :* 1° ***Machines à condensation.*** Si, au lieu de considérer une machine hypothétique comme nous venons de le faire, nous nous reportons à la réalité, nous aurons à modifier les considérations théoriques qui précèdent.

Dans une machine réelle à condensation, la température t_2 de la vapeur complétement détendue est toujours supérieure

à la température t_1 du condenseur. Il faut d'ailleurs tenir compte du travail absorbé par la contre-pression, la pompe d'alimentation et la pompe à air.

Nous désignerons par λ la chaleur interne de la vapeur saturée à t° et par les mêmes indices la température et les quantités qui en dépendent.

En conservant les notations qui précèdent, la quantité de chaleur fournie par la chaudière à 1 kilogramme de vapeur humide est toujours donnée par la formule

$$(8) \qquad Q = \int_{t_1}^{t_0} c\,dt + \eta_0 r_0.$$

A la fin de la détente, la vapeur renferme la quantité de chaleur

$$\int_0^{t_2} c\,dt + \lambda_2 \eta_2,$$

ou, en vertu de la formule (35) de la page 365 du tome II,

$$(a) \qquad \int_0^{t_2} c\,dt + \left(r_2 - \frac{p_2}{A\rho_2}\right)\eta_2.$$

Cette quantité de chaleur, diminuée de la chaleur

$$(b) \qquad \int_0^{t_1} c\,dt$$

emportée dans l'alimentation, passe dans le condenseur, mais le refoulement de la vapeur engendre la quantité de chaleur

$$(c) \qquad \frac{1}{A}\frac{p_1}{\rho_2}\eta_2,$$

en désignant par p_1 la pression de la vapeur saturée à la température t_1.

Le travail absorbé par la pompe à air et par la pompe d'alimentation étant relativement faible, nous en ferons abstraction, ou plutôt nous le comprendrons dans le travail des résistances passives que nous négligerons.

La quantité de chaleur reçue par le condenseur, ou la somme

des expressions (*a*) et (*c*) diminuée de la quantité (*b*), est donc approximativement égale à

$$Q' = \int_{t_1}^{t_2} c\,dt + r_2 n_2 + \frac{n_2}{A\rho_2}(p_1 - p_2). \tag{9}$$

On déduit des formules (8) et (9), pour le coefficient de rendement relatif,

$$v_r = \frac{\int_{t_2}^{t_0} c\,dt + n_0 r_0 - n_2 r_2 - \frac{n_2}{A\rho_2}(p_1 - p_2)}{\int_{t_1}^{t_0} c\,dt + n_0 r_0}, \tag{10}$$

formule dans laquelle on devra remplacer $n_0 r_0 - n_2 r_2$ par sa valeur déduite de la formule (5), la température t_2 devant d'ailleurs être considérée comme une donnée de la question.

La formule (10) est entachée d'une erreur résultant de ce que nous avons fait abstraction de la différence de pression dans la chaudière et le cylindre pendant l'admission due aux étranglements; nous avons ainsi une nouvelle question à traiter sur laquelle nous nous réservons de revenir plus tard.

2° *Machine sans condensation.* — Si l'on représente par t' la température de l'eau froide d'alimentation, t_1 désignant maintenant la température de la vapeur saturée sous la pression atmosphérique, il est facile de reconnaître que, au lieu de la formule (10), on a la suivante :

$$v_r = \frac{\int_{t'}^{t_0} c\,dt + n_0 r_0 - n_2 r_2 - \frac{n_1}{A\rho_2}(p_1 - p_2)}{\int_{t'}^{t_0} c\,dt + n_0 r_0}. \tag{11}$$

108. *Du rendement mécanique d'une machine à vapeur.* — La considération du rendement thermique d'une machine est complétement inutile au point de vue de l'industrie, où, en effet, on ne doit prendre comme terme de comparaison que le travail qui serait développé sur le piston, si la pression pendant l'admission était la même que dans la chaudière, si la vapeur agissait sur le récepteur comme à l'état de repos, s'il

n'y avait ni *espace nuisible* (1), ni avances à l'introduction et à l'échappement, ni compression.

Le travail ainsi mesuré est ce que nous appellerons le *travail théorique*, de même que nous appellerons *diagramme théorique* la courbe de la pression sur une face du piston correspondant à une révolution de la manivelle. La distribution et le contact du piston avec le cylindre seront d'autant plus parfaits, que la forme du diagramme théorique différera moins du diagramme tracé par l'indicateur de Watt, et que le rapport des surfaces de ces deux diagrammes différera moins de l'unité, en supposant toutefois que le régulateur d'admission soit complétement ouvert, que la conduite de vapeur ne soit pas trop longue, et qu'elle soit très-peu perméable à la chaleur.

Enfin, plus le rapport du travail mesuré sur l'arbre au travail constaté par l'indicateur se rapprochera de l'unité, plus le mécanisme sera parfait.

Dans la pratique, on évalue le travail théorique en supposant que la vapeur, lorsqu'elle se détend, suit la loi de Mariotte, quoique cette hypothèse ne soit sensiblement exacte que lorsque le cylindre est pourvu d'une chemise de vapeur; de sorte que, si p_0 désigne la pression dans la chaudière, ρ_0 le poids spécifique de la vapeur, p_1 la contre-pression, α la fraction de la course du piston correspondant à l'admission, on a, pour le travail développé par 1 kilogramme de vapeur,

$$\frac{1}{\rho_0}\left(p_0 + p_0 \log \text{nép.}\frac{1}{\alpha} - \frac{p_0}{\alpha}\right) = \frac{p_0}{\rho_0}\left(1 + \log \text{nép.}\frac{1}{\alpha} - \frac{p_1}{p_0\alpha}\right).$$

Le travail sera exprimé en kilogrammes, en estimant p_0 en kilogrammes par mètre carré de surface; on représente le travail effectif τ, en multipliant cette expression par un coefficient K plus petit que l'unité, de sorte que l'on a, en substituant les logarithmes décimaux aux logarithmes népériens,

$$\tau = K\frac{p_0}{\rho_0}\left(1 + 2,3026 \log\frac{1}{\alpha} - \frac{p_1}{p_0\alpha}\right). \qquad (1)$$

(1) On désigne ainsi l'espace compris entre le piston à fond de course et la glace de distribution. Chaque espace nuisible atteint quelquefois $\frac{1}{15}$ du volume engendré par le piston.

C'est cette formule qui sert de base aux constructeurs lorsqu'ils veulent établir une machine à vapeur; à cet effet, on attribue à K, selon les circonstances, diverses valeurs que nous allons faire connaître, et qui ont été déduites de la même formule, en y substituant les valeurs de τ données par l'expérience.

Nous devons faire remarquer que, dans les applications, on calcule ordinairement le poids spécifique de la vapeur par l'ancienne formule

$$\rho = 0,6235.1,3\,\frac{p}{10333\,(1+0,00366t)},$$

qui donne en général des résultats un peu faibles; on en déduit

$$\text{(A)} \qquad \frac{p}{\rho} = 46,696\,(273+t).$$

Dans ce qui suit, nous désignerons par F la force de la machine exprimée en chevaux, et par p_a la pression atmosphérique.

1° *Machines à vapeur sans détente et sans condensation.* — On a ici $\alpha = 1$, $p_1 = p_a$, et la formule (1) devient

$$\text{(2)} \qquad \tau = K\frac{p_0}{\rho_0}\left(1-\frac{p_a}{p_0}\right).$$

Les valeurs de K, correspondant à celles de F, sont fournies par le tableau suivant :

F	K
4 à 8	0,61
10 à 20	0,70
20 à 50	0,79
60 à 100	0,85

Les machines de cette catégorie sont maintenant très-peu employées, en raison de ce qu'elles ne sont pas économiques (1).

(1) Quelques constructeurs s'engagent à livrer à prix convenu une chaudière et une machine appartenant chacune à un système déterminé, à la condition que le frein dynamométrique placé sur l'arbre moteur accuse une force convenue et que l'on ne consomme, par cheval et par heure, qu'un certain poids de houille d'une qualité spécifiée. Ce procédé est peu logique, car il conduit à

La vitesse moyenne du piston est généralement comprise entre $0^m,80$ et $1^m,10$; le diamètre du tuyau qui amène la vapeur est généralement $\frac{1}{7}$ ou $\frac{1}{8}$ de celui du piston.

2° *Machines à vapeur à condensation sans détente.* — Dans ce cas, on a $p_1 < p_0$, $\alpha = 1$. Nous estimerons la contre-pression p_1 au double de la valeur de la pression de la vapeur correspondant à la température du condenseur, pour faire la part des résistances éprouvées dans le tuyau de conduite de la vapeur d'échappement et de l'influence de l'air entraîné par la vapeur. On a

$$\tau = K \frac{p_0}{\rho_0} \left(1 - \frac{p_1}{p_0} \right), \tag{3}$$

et le tableau suivant :

F	K
4 à 8	0,60
10 à 20	0,67
30 à 50	0,73
60 à 100	0,78

La vitesse du piston, généralement comprise entre $0^m,90$ et $1^m,10$, atteint quelquefois 4,30 pour les machines puissantes, soit de 70 chevaux. Le diamètre du tuyau qui amène la vapeur est au moins égal à $\frac{1}{8}$ de celui du piston.

3° *Machines à vapeur à détente et sans condensation.* — Dans ce cas, on a $p_1 = p_a$ et

$$\tau = K \frac{p_0}{\rho_0} \left(1 + 2,3026 \log \frac{1}{\alpha} - \frac{p_a}{p_0} \right). \tag{4}$$

F	K
4 à 8	0,45
10 à 20	0,58
30 à 50	0,70
60 à 100	0,81

---

rendre la chaudière et la machine solidaires l'une de l'autre, tandis que l'une d'elles peut fort bien se trouver dans de bonnes conditions.

Il arrive que l'on impose au constructeur l'obligation de ne dépenser, par heure et par force de cheval, qu'un poids déterminé de vapeur, en fixant le chiffre de la détente. Ce procédé, qui revient à attribuer *a priori* une certaine valeur au coefficient K, permet d'estimer la valeur de la machine indépendamment de celle de la chaudière.

La vitesse du piston varie entre 1 et 2 mètres, et atteint même quelquefois $2^m,50$.

4° *Machine à vapeur à détente et à condensation.* — La formule (1) s'applique ici dans toute sa généralité, en estimant p_1 comme on l'a dit ci-dessus.

F	K
4 à 8	0,41
10 à 20	0,52
30 à 50	0,63
60 à 100	0,74

Les valeurs de K étant probablement celles qui ont été déduites d'expériences sur des machines à tiroir, où l'admission était au plus égale à $\frac{1}{4}$, seraient probablement trop fortes pour les machines perfectionnées dans ces derniers temps, dont nous nous occuperons plus loin.

La vitesse moyenne du piston est généralement comprise entre 1 mètre et $2^m,50$.

109. *Des causes qui influent sur le rendement d'une machine à vapeur.* — Pour bien apprécier ces causes, nous allons calculer le travail développé par la vapeur dans le cylindre, en tenant compte des éléments que nous avons négligés dans le numéro précédent.

Il nous suffira de considérer le cas d'une machine à connexion directe, puisque nous avons vu (n° 55 de la IVe Partie), que la transmission par balancier détermine, à très-peu de chose près, les mêmes relations entre les vitesses qu'une manivelle.

Nous n'étudierons que la distribution par un tiroir à coquille, qui est le plus généralement adoptée. Nous supposerons ainsi que les déplacements du piston sont respectivement les mêmes pour l'admission et l'échappement, la détente et la compression, les avances à l'admission et à l'échappement.

Soient

A la section du cylindre;

R le rayon de la manivelle;

$2\alpha R$, $2\delta R$ les portions de la course du piston correspondant

respectivement à l'admission et à la détente réunie à l'admission;

$2ARv$ le volume de chaque espace nuisible;

p la pression à un instant quelconque sur l'une ou l'autre face du piston;

p_0 la pression dans la chaudière;

ρ_0 le poids spécifique de la vapeur sèche à cette pression;

η_0 la proportion de vapeur sèche contenue dans la vapeur qui sort de la chaudière;

ω la vitesse angulaire, censée constante, de l'arbre moteur;

θ l'angle que forme la manivelle avec l'un des points morts, soit le point mort extérieur pour fixer les idées;

$V = \omega R \sin\theta$ la vitesse du piston;

U sa valeur moyenne.

On a

$$U = \frac{\omega R}{\pi}\int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta = \frac{2\omega R}{\pi},$$

par suite,

$$(a) \qquad V = \frac{\pi U}{2}\sin\theta.$$

Le poids spécifique de la vapeur humide est

$$(b) \qquad \rho = \frac{\rho_0}{\eta_0},$$

en négligeant le rapport de ρ_0 au poids spécifique de l'eau.

1° *De l'admission.* — Pendant l'admission, la vapeur, en entrant dans le cylindre, éprouve des tourbillonnements dus à des changements brusques de section, qui ne peuvent pas s'éteindre pendant le peu de temps qu'elle agit sur le piston. La pression exercée sur le récepteur est ainsi moindre que dans la chaudière; nous allons chercher à l'évaluer, en faisant l'application du principe de Borda.

Comme le rapport $\frac{p_0 - p}{p_0}$ est généralement petit, nous pourrons supposer que la vapeur se meut comme un liquide dont le poids spécifique serait $\frac{\rho_0}{\eta_0}$.

La vitesse dans le tuyau qui conduit la vapeur au cylindre et dans les conduits de la distribution étant proportionnelle à V ou à $\frac{\pi}{2} U \sin\theta$, la perte de charge due aux changements brusques de section peut être représentée par $\frac{\pi^2}{4} a U^2 \sin^2\theta$; a sera variable avec θ tant que les lumières d'admission ne seront pas complétement recouvertes et deviendra ensuite constant; la perte de charge due au frottement peut également être représentée par $\frac{\pi^2}{4} b U^2 \sin^2\theta \frac{\rho_0}{\gamma_0}$, b étant une constante; enfin le terme relatif à $\frac{dV}{dt}$ dépendra de $\frac{\pi}{2} U \cos\theta \frac{d\theta}{dt} = \frac{\pi}{2} U\omega \cos\theta = \frac{\pi^2}{4} U^2 \cos\theta$ et sera de la forme $c . \frac{\pi^2}{4} U^2 \cos\theta$, c étant une autre constante.

Nous aurons donc

$$\frac{(p_0 - p)\gamma_0}{\rho_0} = \frac{\pi^2}{4} U^2 \left[\left(a + b \frac{\rho_0}{\gamma_0} \right) \sin^2\theta + c \cos\theta \right];$$

d'où, pour la perte de charge relative,

$$(1) \qquad \frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{\pi^2}{4} U^2 \frac{\rho_0}{p_0 \gamma_0} \left[\left(a + b \frac{\rho_0}{\gamma_0} \right) \sin^2\theta + c \cos\theta \right].$$

Si θ_1 est la valeur de θ à partir de laquelle l'admission cesse, on a

$$R(1 - \cos\theta_1) = 2\alpha R;$$

d'où

$$(2) \qquad \sin^2 \frac{\theta_1}{2} = \alpha,$$

relation qui fera connaître θ_1 lorsque l'on se donnera α.

Avant d'aller plus loin, et pour nous rendre compte de la perte de pression dans le cylindre éprouvée par la vapeur, nous allons examiner un cas spécial dans lequel nous admettrons que la conduite de vapeur, comme cela a lieu le plus souvent, est assez courte pour que l'on puisse négliger le frottement du fluide. Nous supposerons que le régulateur

commande la distribution, afin de pouvoir bien apprécier les effets des étranglements, en nous plaçant dans des conditions défavorables.

Nous choisirons les données suivantes :

Pression dans la chaudière, 6 atmosphères, soit

$$p_0 = 10333 \times 6^{\text{kg}};$$

Vitesse moyenne du piston, $U = 3^{\text{m}}$;

Proportion d'eau entraînée par la vapeur, 20 pour 100, soit

$$\eta_0 = 0{,}80;$$

Rapport de la section de chaque lumière d'admission à celle du cylindre, $\frac{1}{30}$;

Longueur de la conduite qui amène la vapeur de la chaudière à la machine, 20 mètres;

Rapport de la section de cette conduite à celle du cylindre, $\frac{1}{10}$.

On a, d'après la formule (A) du n° 108, en y supposant $t = 159°$,

$$\frac{\rho_0}{p_0} = 0{,}00004957.$$

Supposons d'abord qu'il n'y ait pas d'étirage de la vapeur,

$$p_1 = p_0(1 - 0{,}124 \sin^2\theta - 0{,}056\cos\theta).$$

Comme il ne s'agit ici que d'un aperçu, nous portons la perte de pression au delà de son maximum, en vue de tenir compte de certains éléments dont le calcul ne peut pas tenir compte, c'est-à-dire en faisant dans l'expression précédente $\sin\theta = 1$ et $\cos\theta = 1$,

$$p_1 = p_0(1 - 0{,}180),$$

d'où, dans le cas actuel, une perte de pression de 1 atmosphère environ, ce qui ne paraît pas en désaccord avec l'expérience.

Considérons maintenant la période du laminage de la vapeur, dans laquelle le tiroir découvre successivement la lumière jusqu'au moment où elle est complétement ouverte.

Soient

σ_0 l'ouverture de la lumière lorsque le piston est à fond de course ;

σ celle qui correspond à l'angle θ ;

l la longueur de la lumière ;

$2r$ la course du tiroir.

Il est facile de voir que l'on a

$$\sigma - \sigma_0 = rl \sin\theta;$$

d'où

$$a = \frac{A^2}{(\sigma_0 + rl\sin\theta)^2} + 1,$$

ou très-approximativement

$$a = \frac{A^2}{(\sigma_0 + rl\sin\theta)^2},$$

ou encore

$$a = \frac{A^2}{r^2 l^2 \sin^2\theta},$$

toujours en vue de porter à son maximum la perte de pression.

Si θ' est la valeur de θ pour laquelle la lumière d'admission commence à être complétement démasquée, on a

$$900 = \frac{A^2}{r^2 l^2 \sin^2\theta'};$$

d'où

$$a = 901 \frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta'}.$$

La perte de pression due à l'étirage est par suite constante et a pour valeur

$$0{,}124 p_0 \sin^2\theta'.$$

On voit sans peine qu'elle est bien inférieure au maximum que nous avons établi plus haut. L'étirage de la vapeur produit donc un effet bien moins nuisible qu'on ne l'avait admis jusqu'ici, sans justification, et cela parce que la vitesse de départ du piston est nulle et atteint une très-faible valeur lorsque la lumière est complétement démasquée.

D'après l'exemple précédent, on voit combien il est important de donner une grande section aux lumières d'admission et de réduire autant que possible la longueur de la conduite d'amenée de la vapeur, pour éviter, en dehors de la perte de chaleur due au rayonnement, les effets de l'accélération du mouvement du fluide.

Nous représenterons, d'une manière générale, par

$$(c) \qquad p_1 = p_0 h_0$$

la pression moyenne dans le cylindre pendant l'admission, h_1 étant un coefficient dont nous savons calculer au moins une valeur minimum, et nous aurons, pour le travail développé dans cette période par 1 kilogramme de vapeur,

$$(3) \qquad \mathfrak{C}_0 = \frac{\eta_0}{\rho_0} \frac{p_0 h_1 \alpha}{\alpha + \nu}.$$

2° *De la détente.* — Le rapport des volumes occupés par la vapeur, à la fin et au commencement de la détente, est

$$\frac{\delta + \nu}{\alpha + \nu},$$

et atteint sa plus grande valeur

$$\frac{1 + \nu}{\alpha + \nu}$$

lorsqu'il n'y a pas d'avance à l'échappement.

La limite supérieure de ce rapport, qui serait l'infini s'il n'y avait pas d'espace nuisible, est

$$\frac{1 + \nu}{\nu},$$

soit 21 si $\nu = 24$, tandis qu'on a reconnu qu'il n'y avait aucun avantage à atteindre le chiffre 16 dans les meilleures machines. Que pourrait-on gagner, en effet, à produire un travail moteur bien inférieur à celui des résistances passives?

Si le cylindre est muni d'une chemise de vapeur, on reconnaît par expérience, à l'inspection des diagrammes relevés à l'aide de l'indicateur, que la pression p correspond au che-

min $2Rz$ parcouru par le piston pendant la détente, suit à très-peu près la loi de Mariotte, et l'on a

$$(d) \qquad p = \frac{\alpha + \nu}{z + \nu} h p_0 ;$$

d'où, pour le travail dû à la détente de 1 kilogramme de vapeur,

$$(3') \qquad \mathfrak{C}_1 = \frac{\eta_0}{(\alpha + \nu)\rho_0} \int_{\alpha}^{\delta} p\,dz = 2{,}3026\, h_0 \frac{\eta_0 p_0}{\rho_0} \log \text{vulg.} \frac{\delta + \nu}{\alpha + \nu},$$

et l'on voit que l'espace nuisible intervient encore pour réduire ce travail. Ainsi, dans le cas de $\alpha = \frac{1}{4}$, $\delta = 1$, $\nu = \frac{1}{20}$, on trouve

$$\mathfrak{C}_1 = 2{,}3026 h_0 \frac{\eta_0 p_0}{\rho_0} \times 0{,}906 \log \text{vulg.} \frac{1}{\alpha},$$

et l'effet de l'espace nuisible se traduit par une perte de travail de près de $\frac{1}{10}$ de sa valeur.

Si la vapeur se détend sans perte ni gain de chaleur, comme cela a lieu sensiblement dans les cylindres sans chemises de vapeur, mais munis d'enveloppes de matières peu perméables à la chaleur, la pression décroît plus rapidement que suivant la loi de Mariotte ; il serait plus exact (IIe vol., p. 368) de substituer à la formule (d) la suivante :

$$(d') \qquad p = h_0 p_0 \left(\frac{\alpha + \nu}{\nu + z}\right)^{1{,}133} ;$$

d'où, pour le travail développé par la détente de 1 kilogramme de vapeur,

$$(3'') \qquad \mathfrak{C}'_1 = 7{,}52 h_0 \frac{\eta_0 p_0}{\rho_0} \left[1 - \left(\frac{\alpha + \nu}{\delta + \nu}\right)^{0{,}133}\right].$$

3° *De l'avance à l'échappement et de la contre-pression.* — Lorsque l'une des deux parties du cylindre, séparées par le piston, est mise en communication avec la lumière d'échappement, la vapeur, en s'écoulant dans l'atmosphère ou dans le condenseur, selon le cas, exerce une pression décroissante sur la face correspondante du piston, pression dont il paraît impossible de déterminer la loi par le calcul.

Toutefois les diagrammes, relevés sur des machines dont le tuyau de conduite au condenseur a une grande section, sans présenter d'étranglements créés par un robinet, une valve, etc., établissent que cette pression devient rapidement constante.

Dans les machines à échappement libre dans l'atmosphère, cette constante paraît peu différer de la pression atmosphérique; mais elle est très-sensiblement supérieure à cette pression dans les machines à échappement forcé, comme les locomotives, et peut alors se calculer comme nous le ferons voir ultérieurement.

Dans les machines à condensation, par suite des changements brusques de vitesse de la vapeur dans la distribution et de l'air qu'elle renferme, la pression sur le piston paraît notablement supérieure à la pression de la vapeur saturée à la température de l'eau après la condensation. Aussi la pression dans le cylindre d'une machine dont la vitesse du piston est de 1 mètre et la température de l'eau de condensation 40 degrés varie entre $\frac{1}{7}$ à $\frac{1}{9}$ d'atmosphère, tandis que celle de la vapeur à 40 degrés n'est que de $\frac{1}{14}$ d'atmosphère environ. Faute d'autre élément, et jusqu'à preuve du contraire, nous pourrons, sans rester au-dessous de la réalité, estimer la contre-pression au double de la pression de la vapeur à la température de l'eau de condensation.

L'avance à l'échappement, qui doit toujours être très-faible, donne lieu à une légère perte de travail; mais elle offre un avantage important, car c'est pendant qu'elle a lieu que la pression de la vapeur passe de son maximum à la valeur normale de la contre-pression ou à très-peu près, de sorte que, pendant la période de l'avance, le travail de la pression est un peu plus fort que s'il était dû à une pression égale à la contre-pression normale, et le travail de la contre-pression est un peu plus faible que s'il n'y avait pas d'avance, ce qui compense en partie la perte ci-dessus.

Néanmoins, dans le calcul de l'effet d'une machine, on peut donc, sans inconvénient, en faire abstraction et estimer le travail de la contre-pression comme si elle atteignait instantanément sa valeur normale.

Le travail de la contre-pression, correspondant à une dépense

de 1 kilogramme de vapeur, peut aussi être représenté par la formule

$$(4) \qquad \mathfrak{C}_1 = -\frac{n_0}{\rho_0} p_2 h_2 \frac{\alpha}{\alpha + \nu},$$

p_2 étant la pression atmosphérique ou la pression de la vapeur à la température du condenseur, h_2 étant un coefficient qui est sensiblement égal à 1 dans le premier cas, et à 2 dans le second.

4° *De la compression.* — Nous pourrons, sans grande erreur, calculer le travail résistant produit dans cette période, en supposant que la pression suive la loi de Mariotte; nous aurons ainsi, pour ce travail rapporté à l'unité de poids de vapeur,

$$(5) \qquad \mathfrak{C}_3 = -\frac{n_0}{\rho_0} p_2 h_2 \, 2{,}3026 \log \text{vulg.} \frac{\delta + \nu}{\alpha + \nu}.$$

5° *De l'avance à l'admission.* — Cette avance, qui est toujours très-faible comme l'avance à l'échappement, donne lieu à une certaine perte de travail; mais cette perte est en partie compensée. En effet, c'est pendant l'avance à l'admission que l'espace nuisible se remplit de vapeur qui atteint bientôt son maximum; s'il n'y avait pas d'avance, la pression, au commencement de l'admission suivante, serait inférieure à la pression précédente, pour un certain déplacement du piston, et l'on éprouverait ainsi une perte de travail de l'ordre de grandeur de la perte ci-dessus.

L'avance à l'introduction, d'après ce que nous avons vu plus haut, a aussi pour effet de réduire le travail dû à la compression.

Enfin la vapeur introduite par anticipation forme un matelas élastique qui a pour effet, vers la fin de la course, de ramener graduellement à zéro la vitesse du piston; l'avance permet ainsi d'éviter des chocs sur les articulations de la tige du piston avec la bielle, de la bielle avec la manivelle, et par suite de supprimer une cause de jeu et de destruction. Il convient donc, dans tous les cas, d'avoir une avance à l'introduction, en la limitant, lorsqu'on le peut, au strict nécessaire. Nous porterons à son maximum la perte du travail due à l'espace

nuisible, soit

$$\mathfrak{C}_4 = -\frac{\eta_0}{\rho_0} p_0 \frac{1-\delta}{\alpha+\nu}. \quad (6)$$

6° *Travail total développé dans le cylindre dans chaque course par* 1 *kilogramme de vapeur.* — Ce travail, que nous désignerons par $\mathfrak{C}$, s'obtiendra en faisant la somme des expressions (2), (3), (4), (5), (6) et (7), ce qui donne

$$\mathfrak{C}_5 = \frac{\eta_0}{\rho_0}\left[\left(\frac{\alpha}{\alpha+\nu} + 2{,}3026 \log \text{vulg.} \frac{\delta+\nu}{\alpha+\nu}\right) h_0 p_0 - h_3 p_3 - \frac{p^0(1-\delta)}{\alpha+\nu}\right]. \quad (7)$$

7° *Perte de travail produite dans le jeu du mécanisme.* — La perte de travail due à la mise en mouvement des pompes à air et d'alimentation, quand elles existent l'une ou l'autre ou toutes deux, peut aisément se calculer; mais, comme elle est relativement faible, il est plus simple de la comprendre dans celle des résistances passives.

Dans les machines d'une certaine force et d'une bonne construction, la perte totale de travail dont il s'agit paraît comprise entre 7 et 12 pour 100, de sorte que, pour obtenir le travail disponible sur l'arbre, il faudrait multiplier l'expression (7) par un coefficient compris entre 0,88 et 0,90.

110. *Influence de la pression dans la chaudière d'une machine sur le prix de revient du travail produit.* — Considérons deux chaudières appartenant au même système et se trouvant dans le même état d'entretien. Supposons que la pression soit plus faible dans l'une que dans l'autre, soit 3 atmosphères dans la première et 6 dans la seconde.

Nous avons vu que, dans l'un et l'autre cas, il faut consommer la même quantité d'un combustible, d'une nature et d'une qualité déterminée, pour produire 1 kilogramme de vapeur. La question économique doit donc se poser ainsi : quelle est celle des deux vapeurs utilisées de la même manière qui donne, sous l'unité de poids, la plus grande quantité de travail?

Soient t, n, ρ la température, la pression en atmosphères et le poids spécifique de la vapeur, ce dernier élément étant donné par la formule (32) du n° 26 de la IIIe Partie, en y remplaçant p par $\frac{p'}{10333} \times 760$.

$$(a)\quad \begin{cases} \text{Pour } n=3, \text{ on a } \quad t=134^\circ, \quad p=1{,}7284, \quad \dfrac{1}{p}=0{,}578; \\ \text{Pour } n=6, \text{ on a } \quad t=159^\circ{,}2, \quad p=3{,}2902, \quad \dfrac{1}{p}=0{,}304. \end{cases}$$

Considérons, en premier lieu, le cas où les machines qui reçoivent l'une et l'autre vapeur soient sans détente ni condensation et produisent la même quantité de travail.

D'après la formule (2) du n° 108, on a, pour le rapport ε des travaux produits par 1 kilogramme de vapeur aux pressions respectives de 6 et de 3 atmosphères,

$$(1)\qquad \varepsilon=\frac{0{,}304\times 5}{0{,}578\times 2}=1{,}315;$$

ce qui signifie qu'il faut $1^{kg}{,}315$ de vapeur à 3 atmosphères pour produire le même travail que 1 kilogramme de vapeur à 6 atmosphères.

Supposons maintenant que les deux machines, tout en produisant la même quantité de travail et ayant la même vitesse, soient à détente et à condensation, que la température soit de 40 degrés dans les deux condenseurs, ce qui donne lieu à une contre-pression pratiquement évaluée à $\frac{1}{8}$ d'atmosphère; enfin admettons que les deux vapeurs soient détendues de manière que leur pression finale soit de $\frac{1}{2}$ atmosphère. L'admission sera ainsi de $\frac{1}{6}$ dans la machine à moyenne pression et de $\frac{1}{12}$ dans l'autre, ce qui suppose, de la part de cette dernière, un certain degré de perfection.

La formule (1) du n° 108 nous donne, en y introduisant les données (a), pour le rapport des travaux produits par 1 kilogramme de vapeur à 6 atmosphères et 1 kilogramme de vapeur à 3 atmosphères,

$$(2)\qquad \varepsilon=1{,}362.$$

On fera ainsi une économie de plus de $\frac{1}{3}$ en substituant de la vapeur à 6 atmosphères à de la vapeur à 3 atmosphères; et, en généralisant, on peut dire que le travail produit coûtera d'autant moins que la pression de la vapeur sera plus élevée.

L'emploi des machines à haute pression présente donc un

avantage réel sur celui des machines à moyenne pression et *à fortiori* sur celui des machines à basse pression.

En substituant de la vapeur à 6 atmosphères à de la vapeur à 3 atmosphères, le volant peut rester le même, mais on est obligé d'augmenter les poids du générateur, de la tige du piston, de la bielle, de l'arbre moteur; toutefois cet excès de dépense première se trouve bientôt compensé par l'économie réalisée sur le combustible.

111. *Des chemises de vapeur considérées au point de vue économique.* — Nous croyons devoir, avant de traiter cette question, rappeler quelques formules de Thermodynamique.

Soient

Q la quantité de chaleur contenue dans 1 kilogramme d'un mélange d'eau et de vapeur, à la température t, sous la pression p;

η la proportion de vapeur que renferme le mélange;

ρ, r le poids spécifique et la chaleur de volatilisation de cette vapeur.

Nous désignerons par les mêmes lettres les valeurs de ces quantités pour l'état initial et l'état final du mélange, en les affectant respectivement des indices o et 1. Nous prendrons $A = 425^{kgm}$ pour l'équivalent mécanique de la chaleur.

Nous avons d'abord (n° 26, IIIe Partie)

$$(1) \qquad \rho = 0{,}001164 \left(\frac{p}{10333} \times 760\right)^{0{,}813};$$

puis (n° 29, IIIe Partie), en négligeant l'influence d'ailleurs très-faible dans les conditions les plus usuelles de la température sur la chaleur spécifique de l'eau,

$$(2) \qquad Q_1 - Q_0 = t_1 - t_0 + r_1\eta_1 - r_0\eta_0 - \frac{1}{A}\left(\frac{\eta_1 p_1}{\rho_1} - \frac{\eta_0 p_0}{\rho_0}\right) + \frac{1}{A}\int p\frac{d\eta}{\rho}.$$

Si la quantité de chaleur du mélange reste constante, cette formule donne, pour l'équivalent calorifique du travail produit,

$$(3) \qquad \frac{1}{A}\int p\frac{d\eta}{\rho} = t_0 - t_1 + r_0\eta_0 - \eta_1 r_1 + \left(\frac{\eta_1 p_1}{\rho_1} - \frac{\eta_0 p_0}{\rho_0}\right),$$

la proportion de vapeur sèche η_1 étant donnée par la formule

$$(4) \qquad \frac{\eta_1 r_1}{273+t_1} = \frac{\eta_0 r_0}{273+t_0} + 2{,}3026 \log \text{vulg.} \frac{273+t_0}{273+t}.$$

Supposons que, sous l'action d'une source de chaleur, la pression suive la loi de Mariotte, ou que l'on ait

$$\frac{\eta p}{\rho} = \frac{\eta_1 p_1}{\rho_1} = \frac{\eta_0 p_0}{\rho_0},$$

la formule (1) nous donnera

$$(5) \qquad \eta_1 = \eta_0 \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{0{,}057},$$

et la formule (2)

$$Q_1 - Q_0 = t_1 - t_0 + r_1\eta_1 - r_0\eta_0 + 2{,}3026 \frac{\eta_0 p_0}{A\rho_0} \log \text{vulg.} \frac{p_0}{p_1}$$

ou

$$(6) \qquad Q_1 = t_1 + r_1\eta_1 + 2{,}3026 \frac{\eta_0 p_0}{A\rho_0} \log \text{vulg.} \frac{p_0}{p_1}.$$

Revenons maintenant à notre sujet :

1° *Cylindre sans chemise de vapeur.* — Nous supposerons que le cylindre est muni d'une enveloppe calorifuge que la vapeur s'y détende comme si elle n'éprouvait ni perte ni gain de chaleur, que le tuyau qui conduit la vapeur de la chaudière est suffisamment court, bien enveloppé et d'un diamètre suffisamment grand, que les lumières d'admission soient assez larges et qu'elles soient ouvertes ou fermées assez rapidement pour que la pression pendant l'admission puisse être considérée comme étant la même que dans la chaudière; enfin nous ferons abstraction des espaces nuisibles, qui ont peu d'influence dans les machines telles que celles des systèmes Corliss et Sulzer.

Les formules (3) et (4) seront applicables au cas actuel, en supposant que les quantités affectées des indices o et 1 se rapportent respectivement à la vapeur à pleine pression et à la vapeur complétement détendue.

Si la pression dans la chaudière est de 6 atmosphères et si

la proportion d'eau entraînée par la vapeur est de 20 pour 100, on a

$$p_0 = 6 \times 10333^{kg}, \quad t_0 = 159^\circ, \quad \eta_0 = 0{,}80. \tag{7}$$

En supposant que la pression de la vapeur détendue soit de $\frac{1}{2}$ atmosphère, on a aussi

$$p_1 = \frac{10333}{2}, \quad t_1 = 82^\circ, \quad \eta_1 = 0{,}721,$$

d'où

$$\frac{1}{A}\int p\frac{d\eta}{\rho} = 60{,}2.$$

On remarquera notamment que la proportion d'eau contenue primitivement dans le cylindre a presque doublé à la fin de la détente.

En admettant que la température de l'eau d'alimentation soit 12 degrés, le rapport de la quantité de chaleur transformée en travail à la quantité de chaleur dépensée pendant l'admission a pour valeur

$$\frac{\frac{1}{A}\left(\int p\frac{d\eta}{\rho} + \frac{\eta_0}{\rho_0}p_0\right)}{\eta_0 r_0 + t_0 - 12 + \frac{\eta_0 p_0}{A\rho_0}} = 0{,}1655. \tag{8}$$

Dès que le cylindre se trouve en communication avec le condenseur, le poids d'eau $(1-\eta_1)$ se vaporise presque complétement en empruntant de la chaleur à la paroi du cylindre; si la chaudière restitue à ce dernier la perte de chaleur qu'il éprouve, comme cela doit avoir lieu au bout de quelque temps de marche, il conviendra d'ajouter au dénominateur de l'expression (8) le terme $(1-\eta_1)r_1$, pour obtenir le rendement réel ε de la machine, et l'on trouve ainsi

$$\varepsilon = 0{,}1325. \tag{9}$$

Nous remarquerons que le volume primitif de la vapeur a augmenté dans le rapport

$$\frac{\eta_1}{\rho_1}\frac{\rho_0}{\eta_0} = 9{,}32 \tag{10}$$

à la fin de la détente.

2° *Cylindre entouré d'une chemise de vapeur pourvue d'une enveloppe.* — Nous admettrons que la vapeur, en se détendant, suit la loi de Mariotte, ce qui est très-sensiblement d'accord avec l'expérience. Nous devrons alors faire usage des formules (5) et (6).

Si nous adoptons les données numériques (7) et la même détente que ci-dessus, soit $p_0 = 9{,}32\,p_1$, on trouve d'abord

$$\eta_1 = 0{,}909; \tag{11}$$

de sorte que la proportion d'eau contenue primitivement dans le cylindre a diminué de presque moitié à la fin de la détente.

Le rapport entre la quantité de chaleur transformée en travail et la quantité de chaleur dépensée pendant l'admission et la détente est

$$\frac{\frac{\eta_0 p_0}{A\rho_0}\left(1 + 2{,}3026 \log\frac{p_0}{p}\right)}{Q_1 + \frac{\eta_0 p_0}{A\rho_0}} = 0{,}1673; \tag{12}$$

ce rapport diffère peu, comme on le voit, du rapport semblable (8) relatif au cas précédent.

Mais, pour avoir le rendement calorifique réel ε, d'après une observation faite plus haut, il faut ajouter au dénominateur de l'expression (12) la chaleur de volatilisation $(1 - \eta_1)\,r_1$, ce qui donne

$$\varepsilon = 0{,}1557. \tag{13}$$

Enfin, en divisant l'une par l'autre les valeurs (13) et (9), on trouve 1,175 pour le rapport des quantités de travail produites par 1 kilogramme de vapeur lorsque la chemise de vapeur fonctionne et qu'elle ne fonctionne pas.

L'économie résultant de l'enveloppe de vapeur se traduit par le nombre 0,175, soit à peu près $\frac{4}{23}$, fraction comprise entre $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{6}$.

Ainsi se trouve justifiée l'économie de près de 20 pour 100 constatée dans certaines machines (62), par suite du fonctionnement de l'enveloppe.

112. *Sur la limite inférieure que l'on doit attribuer à l'admission dans une machine à vapeur.* — Dans ce qui suit, nous

ne considérerons que des machines à vapeur dont le cylindre est muni d'une chemise de vapeur bien enveloppée, où la période de compression est supprimée, et les avances à l'introduction et à l'échappement et les espaces nuisibles sont assez petits pour que l'on puisse en faire abstraction, conditions que remplissent à très-peu près les machines des systèmes Corliss et Sulzer, que nous étudierons plus loin.

Dans de semblables machines, la pression pendant la détente, comme l'indique l'expérience, continue à suivre la loi de Mariotte, lors même que l'admission se trouve bien inférieure (en descendant par exemple à $\frac{1}{10}$ et même au-dessous) à la limite à partir de laquelle le travail de la machine puisse être sérieusement utilisé.

Mais on a reconnu qu'en augmentant la détente à partir d'un certain point le rendement économique de la machine allait en diminuant et c'est ce que nous allons chercher à éclaircir.

Soient

V_0 le volume engendré par le piston;

$\frac{1}{n}$ la fraction de ce volume correspondant à l'admission;

p_0 la pression initiale dans le cylindre;

t_0 la température de la vapeur saturée sèche à cette pression;

η_0 la proportion de cette vapeur introduite dans le cylindre;

ρ_0 son poids spécifique;

p_1, t_1, r_1 la pression, la température et la chaleur de vaporisation de la vapeur détendue;

p' la contre-pression supposée constante;

θ la température de l'eau d'alimentation;

$A = 425^{kgm}$ l'équivalent mécanique de la chaleur.

L'expression du travail des résistances passives, développée dans la période d'une cylindrée, peut être considérée sans grande erreur comme se composant de deux termes, l'un constant F, l'autre proportionnel au travail développé sur le piston.

L'équivalent calorifique du travail réellement utilisé est, par suite,

$$(a) \qquad \frac{1}{A}\left[(1-\varepsilon)\frac{V_0 p_0}{n}(1+2{,}3026\log n)-(1-\varepsilon)V_0 p'-F\right].$$

Nous admettrons que, au moment où la communication est établie avec le condenseur, l'eau que contient le cylindre se vaporise complétement au détriment de la chaleur de sa paroi, mais que cette perte est compensée par la chaudiere, ou, ce qui revient au même, par le foyer.

La chaleur totale fournie par la chaudière a ainsi pour expression

$$(b) \qquad \frac{V_0\rho_0}{n}(r_1 + t_0 - \theta) + \frac{\eta_0 V_0 p_0}{An}(1 + 2{,}3026\log n),$$

et l'on a, pour le rapport des expressions (a) et (b), ou pour le rendement économique de la machine,

$$(1) \qquad r = \frac{(1-\varepsilon)(1+2{,}3026\log n) - (1-\varepsilon)\dfrac{np'}{\eta_0 p_0} - \dfrac{Fn}{V_0 p_0}}{\dfrac{A\rho_0}{\eta_0 p_0}(r_1 + t_1 - \theta) + 1 + 2{,}3026\log n}.$$

Considérons par exemple le cas spécial de la machine du système Corliss, expérimentée en 1869 par le jury de l'Exposition de l'Institut américain.

Nous avons

$$F = 172^{kgm},537, \quad \varepsilon = 0{,}0376, \quad V_0 = 0{,}1385,$$
$$p_0 = 5941{,}5^{kg}\,(5^{atm}\tfrac{3}{4}), \quad \rho_0 = 3{,}1806.$$

Supposons, de plus, que l'on ait $\eta_0 = 0{,}80$, $\theta = 12°$, et que la contre-pression soit de $\frac{1}{7}$ d'atmosphère.

L'expression (1) devient alors

$$(2) \qquad r = \frac{0{,}962\,(1 + 2{,}3026\log n) - 0{,}0545\,n}{0{,}0284\,(r_1 + t_1 - 12) + 1 + 2{,}3026\log n}.$$

Pour	$n = 1$,	on trouve	$r = 0{,}047$;
»	$n = 5$,	»	$r = 0{,}110$;
»	$n = 8$,	»	$r = 0{,}116$;
»	$n = 10$,	»	$r = 0{,}126$;
»	$n = 15$,	»	$r = 0{,}129$,
»	$n = 20$,	»	$r = 0{,}128$;
»	$n = 30$,	»	$r = 0{,}116$.

On voit, d'après ce tableau, que, pour la machine considérée, le rendement économique est susceptible d'un maximum

qui est à très-peu près atteint pour une admission de $\frac{1}{10}$; à l'inspection de la formule (2), on reconnaît que cette limite serait dépassée si l'on tenait compte des espaces nuisibles; ainsi se trouve justifiée, jusqu'à un certain point, l'opinion émise par beaucoup de praticiens, que l'admission ne doit pas être inférieure à $\frac{1}{8}$ pour se trouver dans de bonnes conditions économiques.

113. *Machines à vapeurs combinées.* — Soient Q la quantité de chaleur empruntée à une chaudière à vapeur où la température est t; Q' la proportion de cette quantité de chaleur reçue par une source t'; si nous nous plaçons dans des conditions théoriques, nous aurons, d'après la première des formules (25) du n° 22 de la IIIe Partie,

$$Q' = Q\frac{273 + t'}{273 + t}.$$

Supposons que la quantité de chaleur reçue par la seconde source soit employée à vaporiser un liquide volatil, tel que l'éther, le chloroforme, l'ammoniaque..., que la vapeur de ce liquide soit employée à produire du travail dans les mêmes conditions que la vapeur d'eau; si $t'' < t'$ est la température de la seconde source froide que l'on est obligé de créer pour arriver à ce résultat, Q'' la quantité de chaleur qu'elle reçoit, on a

$$Q'' = Q\frac{273 + t''}{273 + t'};$$

par suite

$$Q'' = Q\frac{273 + t''}{273 + t},$$

et pour le rendement

$$\frac{Q'' - Q}{Q} = \frac{t' - t''}{273 + t}.$$

Le rendement est donc le même que si la source intermédiaire n'existait pas; mais, comme la vapeur du second liquide se condense à une température t'' inférieure à la température de condensation de la vapeur d'eau, on voit que l'emploi simultané des deux liquides permet d'augmenter le rendement théorique

de la machine et par suite, selon toute probabilité, le rendement pratique. On peut réaliser une première machine ainsi qu'il suit : la vapeur d'eau détendue est envoyée dans un condenseur à surface, autour des tubes duquel circule de l'éther; l'éther se vaporise, agit sur un piston spécial, se rend dans un condenseur à surface et à eau froide, et de là est renvoyé dans le premier condenseur.

L'expérience a bien fait reconnaître qu'il y avait quelque avantage dans l'emploi des machines à vapeurs combinées; néanmoins on y a renoncé, en raison des dangers que présentent les liquides volatils, qui sont tous délétères et inflammables, et dont on ne peut pas supprimer complétement les fuites.

114. *Machines à vapeur surchauffée.* — On a essayé de faire agir, sur le piston, de la vapeur d'eau surchauffée dans son trajet de la chaudière au cylindre, en la faisant passer dans un tuyau placé dans les carneaux de la chaudière; on a pu ainsi utiliser une partie de la chaleur perdue du foyer et donner, pour produire un travail déterminé, de moindres dimensions à la machine. Mais l'emploi de la vapeur sèche entraîne des grippements de la part des surfaces frottantes, qui s'usent ainsi plus rapidement; de plus, le surchauffeur est exposé à des coups de feu qu'il est difficile d'éviter complétement. C'est pour ces motifs que l'on a renoncé à la surchauffe, qui entraînait plus d'inconvénients que d'avantages.

CHAPITRE VII.

DES PRINCIPAUX TYPES DE MACHINES A VAPEUR.

§ I. — *Machines à vapeur à simple effet.*

115. La machine dite *de Cornwall* est la seule machine à vapeur à simple effet qui soit actuellement employée dans l'industrie, encore n'est-elle appliquée qu'à l'épuisement de quelques mines, dont le nombre diminue de jour en jour.

C'est une machine à balancier, à détente et à condensation; comme elle n'a pour objet que de transformer, l'un dans l'autre, deux mouvements rectilignes alternatifs, elle ne comporte pas de volant.

La *maîtresse tige* est une poutre très-pesante, adaptée à l'extrémité du balancier opposée à celle qui correspond au piston, et à laquelle se trouvent articulées les tiges de pompes étagées qui élèvent successivement l'eau du puisard jusqu'à la surface du sol.

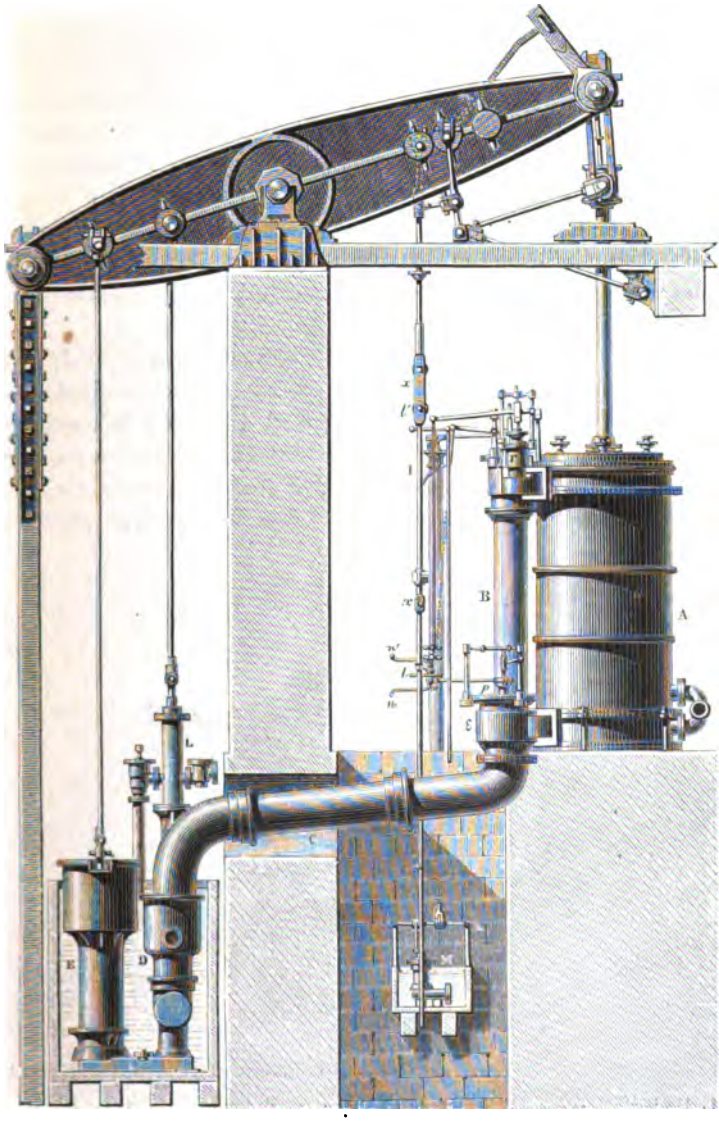
La vapeur agit uniquement sur la face supérieure du piston pour soulever la tige et produire, par suite, l'aspiration de l'eau dans les pompes. La tige redescend ensuite, par son propre poids, en entraînant avec elle tout le mécanisme, produit le refoulement de l'eau par les pompes en même temps qu'elle fait remonter le piston.

La vapeur agit d'abord à pleine pression sur le piston dans une partie de sa course et se détend ensuite, condition très-favorable à la mise en mouvement de la machine, à la diminution graduelle de sa vitesse, et à la suppression presque totale du choc du piston contre le fond inférieur du cylindre.

La distribution de la vapeur a lieu à l'aide de soupapes à siéges (*fig.* 150) en relation avec une cataracte (*fig.* 121).

Sur les *fig.* 155 et 156, A représente le cylindre ; *r* la *soupape*

Fig. 155.

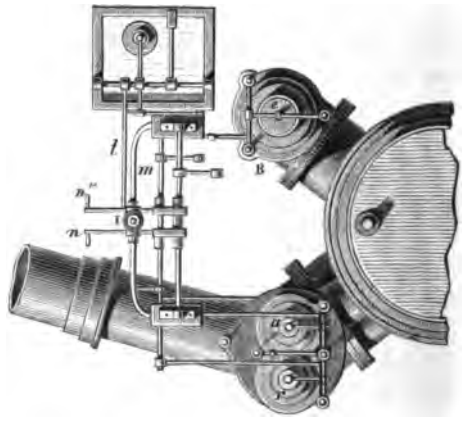


régulatrice sous laquelle se trouve le débouché du tuyau

d'arrivée de la vapeur, soupape dont on augmente ou diminue l'orifice à la main, par suite le débit de la vapeur, au moyen d'un système de leviers et de tringles; *a* la *soupape d'admission*, placée à côté de la précédente, qui n'est ouverte que pendant la période de pleine pression; *e* la *soupape d'équilibre* placée au bas du tuyau B, lequel établit la communication entre les parties supérieure et inférieure du cylindre lorsque le piston est soulevé; ε la *soupape d'exhaustion* qui fait communiquer, par le tuyau C, la partie inférieure du cylindre avec le condenseur D, lorsque le piston se trouve vers l'extrémité supérieure de son oscillation ascendante; E la pompe à air; L la pompe d'alimentation; I la poutrelle de la cataracte M.

On aurait pu disposer la machine de manière à produire en même temps l'ouverture des soupapes d'admission et d'exhaustion et la fermeture de la soupape d'équilibre : la machine fonctionnerait alors d'une manière continue; mais on a cherché à rendre intermittent le mouvement du piston, c'est-à-dire à laisser la machine en repos pendant un temps plus ou

Fig. 156.



moins long, après chaque oscillation complète du piston ; c'est ce qui justifie l'emploi de la cataracte dans la distribution. Cette intermittence dans le mouvement se trouve justifiée par

les considérations suivantes : il faut un certain temps pour que l'eau envoyée dans le puisard par les fissures du terrain et par les galeries ait un volume suffisant pour desservir les pompes dans chacune de leurs doubles courses; il est donc inutile de faire fonctionner les pompes d'une manière continue, et il suffit de leur faire donner par heure un nombre de coups de piston réglé par le volume d'eau fourni par la mine.

Il nous reste maintenant à faire comprendre comment s'effectue le déplacement des soupapes d'admission, d'équilibre et d'exhaustion; ces trois organes étant mus par des systèmes complétement semblables, il nous suffira de considérer l'une d'entre elles, la soupape d'exhaustion par exemple.

Une tringle verticale s'appuie par son extrémité inférieure sur le levier *t* de la cataracte, avec lequel elle monte lentement; arrivée à une certaine hauteur, elle soulève, par une saillie, disposée en conséquence, le levier horizontal *l* qui porte sur sa face inférieure une espèce de dent; cette dent vient buter, pendant un certain temps, contre une dent semblable adaptée à un arbre *m* qu'elle empêche de se déplacer sous l'action d'un contre-poids terminant un levier fixé au même arbre. Mais, lorsque les dents se dégagent l'une de l'autre, l'arbre *m* se meut sous l'action de son contre-poids; le manche *n* qui lui est fixé se relève et la tringle *p*, articulée à un petit levier que porte le même arbre, se trouve brusquement tiré vers la gauche et détermine, par l'intermédiaire d'un système de tiges et leviers auquel elle est reliée, l'ouverture de la soupape d'exhaustion.

La tige que supporte *t* continue à monter, vient bientôt soulever le levier horizontal *l'*, qui joue, par rapport à la soupape d'admission, le même rôle que *l* relativement à celle d'exhaustion; la première de ces soupapes s'ouvre par l'action d'un contre-poids qui fait en même temps lever le manche *n'*. Le piston descend; il en est de même de la poutrelle I, à laquelle est fixée un premier taquet *x'* qui abaisse bientôt le manche *n'*; la soupape d'admission se trouve par suite fermée et la détente commence. Lorsque le piston arrive au bas de sa course, un second taquet *x* de la poutrelle abaisse le manche *n* de manière à fermer la soupape d'exhaustion; en

même temps, la poutrelle abaisse le levier t de la cataracte, et, par suite, la tige qu'il supporte; les leviers l, l' s'abaissent pour s'opposer de nouveau à l'ouverture des deux soupapes, jusqu'à ce qu'ils soient de nouveau soulevés par la cataracte.

A l'instant où le manche n est ramené par le taquet x dans la position indiquée sur la figure, l'arbre m, en tournant, décroche un contre-poids qui ouvre la soupape d'équilibre et abaisse le manche n'. Le piston remonte alors, et, lorsqu'il est sur le point d'arriver au haut de sa course, un troisième taquet de la poutrelle soulève le manche n'; la soupape se trouve fermée et la machine s'arrête complétement jusqu'au moment où la cataracte ouvre de nouveau les soupapes d'exhaustion et d'admission, et ainsi de suite.

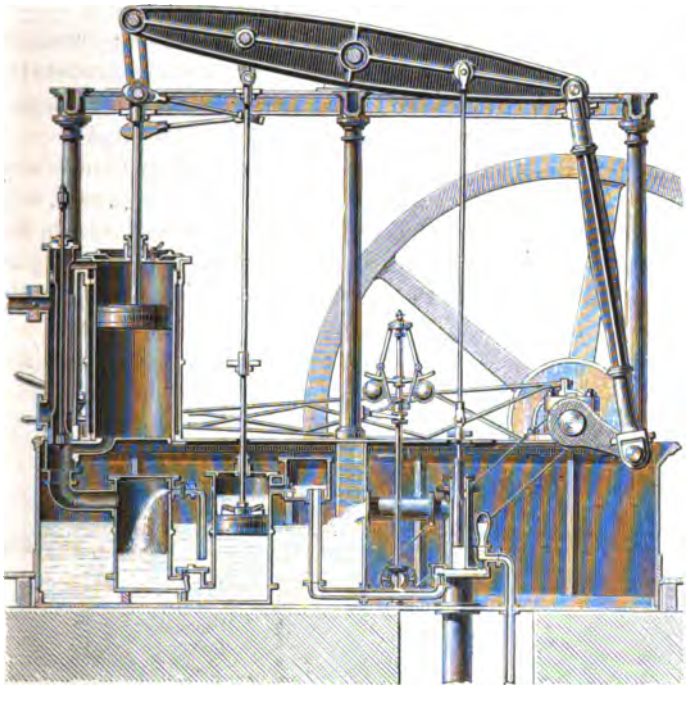
La pression, dans le générateur ou les générateurs, est de $2\frac{3}{4}$ atmosphères.

§ II. — *Machines fixes à double effet, sans détente, à condensation.*

116. Ces machines étant très-peu employées, nous nous bornerons à dire quelques mots de la machine de Watt, dont toutes les autres dérivent. A l'inspection de la *fig.* 157, on se rend compte de tous les détails de la machine. La seule observation que nous ayons à faire est relative à la forme du tiroir, qui est commandé par un excentrique, monté sur l'arbre moteur, par l'intermédiaire d'un levier coudé articulé à la barre de l'excentrique et à la tige du tiroir. C'est une sorte de tuyau creux qui s'élargit à ses deux extrémités, vers lesquelles il est maintenu; l'échappement a lieu, par les deux mêmes lumières que l'admission, dans l'intérieur du tube qui est constamment en communication avec le condenseur. Ce tiroir offre le double avantage de permettre de réduire à peu de chose les espaces nuisibles et de n'exercer qu'une faible pression sur ses guides; mais il est défectueux sous ce rapport, que sa relation continuelle avec le condenseur est une cause de condensation partielle, par suite d'une perte de pression de la vapeur lors de l'admission.

La pression dans les chaudières des machines de Watt est de $1^{atm},5$.

Fig. 157.



§ III. -- *Machines à détente fixe.*

117. ***Machines à un seul cylindre.*** — Si, dans la machine de Watt, on remplace le tiroir tubulaire par un tiroir à coquille, elle devient une machine à détente fixe et à condensation.

La plupart des machines à détente fixe, avec ou sans condensation, sont à connexion directe; le tiroir est commandé directement par un excentrique monté sur l'arbre.

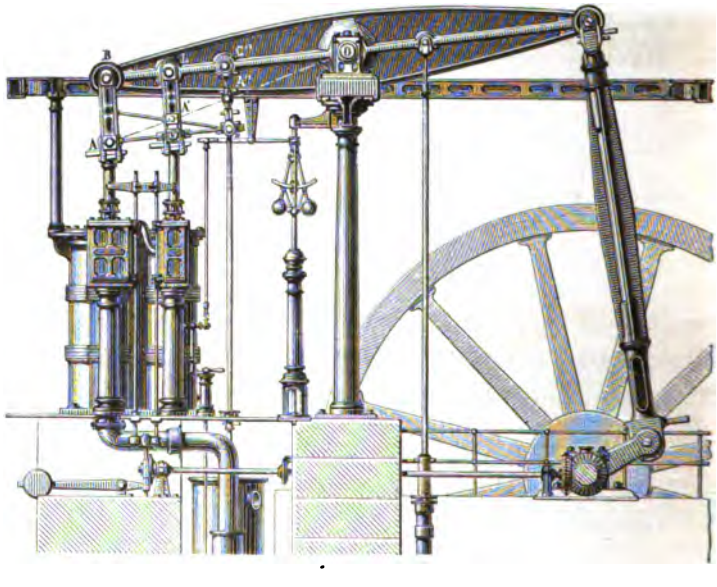
118. ***Machines à cylindres combinés.*** — Dans ces machines, la vapeur agit d'abord à pleine pression dans un premier cylindre; d'où elle se rend dans un second cylindre d'une plus

grande capacité que le premier; elle éprouve dans ce dernier une détente dans le rapport des capacités des deux cylindres; les communications sont respectivement établies entre les parties supérieure et inférieure du petit cylindre, et les parties inférieure et supérieure de l'autre cylindre; la vapeur complétement détendue se rend ensuite dans le condenseur. Rien ne s'oppose à ce que la vapeur se détende déjà dans le premier cylindre avant de se rendre dans le second.

Les machines à cylindres combinés offrent un double avantage sur les machines à un seul cylindre; d'une part, elles permettent de pousser la détente beaucoup plus loin; de l'autre, de réduire l'influence des espaces nuisibles; de plus, comme la variation de l'effort exercé sur le balancier est plus faible, on peut réduire le moment d'inertie du volant.

La machine de Woolf (*fig.* 158) est le type de ces machines; elle est à balancier.

Fig. 158.



La tige du piston du grand cylindre est articulée au sommet A du parallélogramme de Watt, comme dans les machines or-

dinaires à balancier ; mais une double tige LF relie les milieux des côtés opposés BC, AD, dont le premier est formé par le balancier ; l'intersection A′ de la droite LF, avec celle qui joint le point A au centre de rotation O, est fixe sur ce côté et décrit une courbe semblable à la courbe décrite par A, c'est-à-dire une courbe à longue inflexion ; et c'est en A′ que l'on a placé l'articulation de la tige du second piston.

Fig. 159.

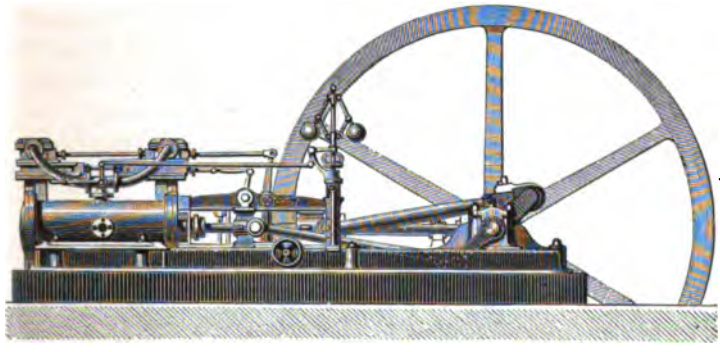
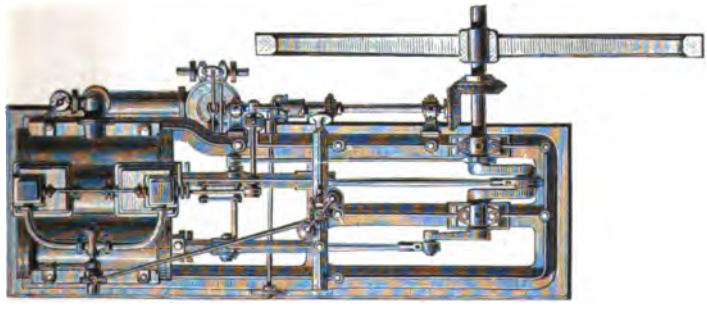


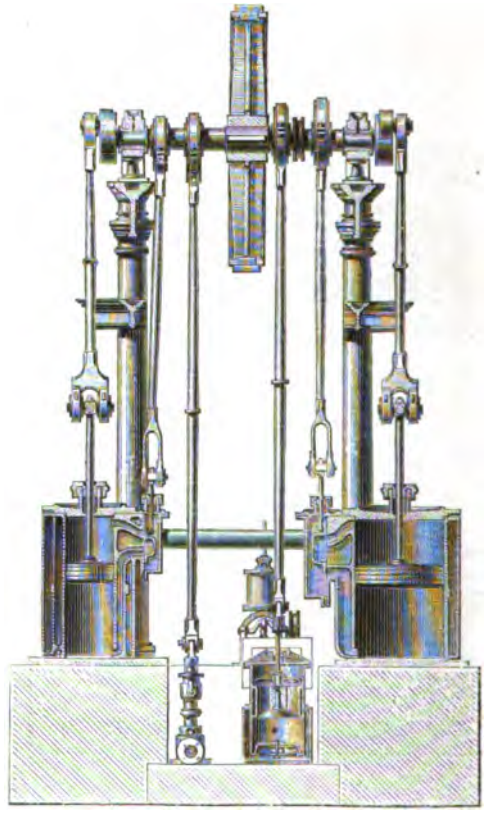
Fig. 159 *bis*.



Les tiges des deux tiroirs sont reliées à un même châssis, dont le mouvement alternatif est produit par un excentrique triangulaire.

Les *fig.* 159 et 159 *bis* représentent une machine horizontale, et par conséquent à connexion directe, qui se rapporte au type ordinaire des machines de Woolf, en ce sens que la vapeur agit à pleine pression dans un cylindre spécial et qu'elle se détend dans un autre cylindre d'un diamètre plus grand que celui du précédent: mais ici les pistons, tout en arrivant en même temps à fond de course, se meuvent en sens inverse l'un de l'autre, contrairement à ce qui a lieu dans la

Fig. 160.

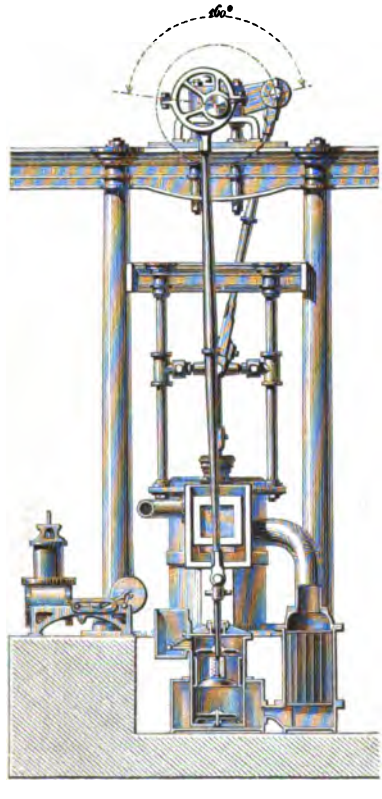


machine de Woolf proprement dite; de sorte que les deux cylindres sont mis en communication l'un avec l'autre par

celles de leurs extrémités qui sont en regard l'une de l'autre. Il résulte de là que les deux manivelles doivent faire entre elles un angle de 180 degrés.

Les *fig.* 160 et 160 *bis* représentent une machine verticale à connexion directe, dérivant également du système de Woolf;

Fig. 160 *bis*.

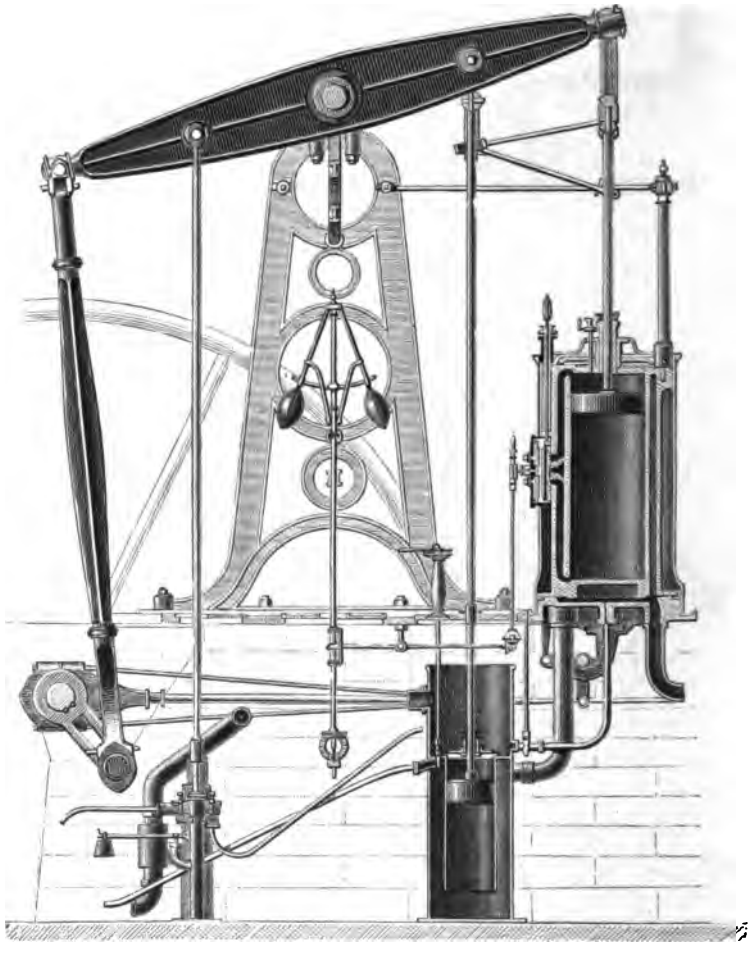


les pistons marchent aussi comme dans la précédente, en sens inverse l'un de l'autre. Leurs manivelles sont calées respectivement aux deux extrémités de l'arbre moteur prolongé, à cet effet, au delà du bâti; mais, pour éviter les coïncidences des points morts, on a réduit de 180 à 160 degrés l'angle formé par ces manivelles.

§ IV. — *Machines à détente variable à distribution par tiroir.*

119. La *fig.* 161 représente une machine à détente variable à

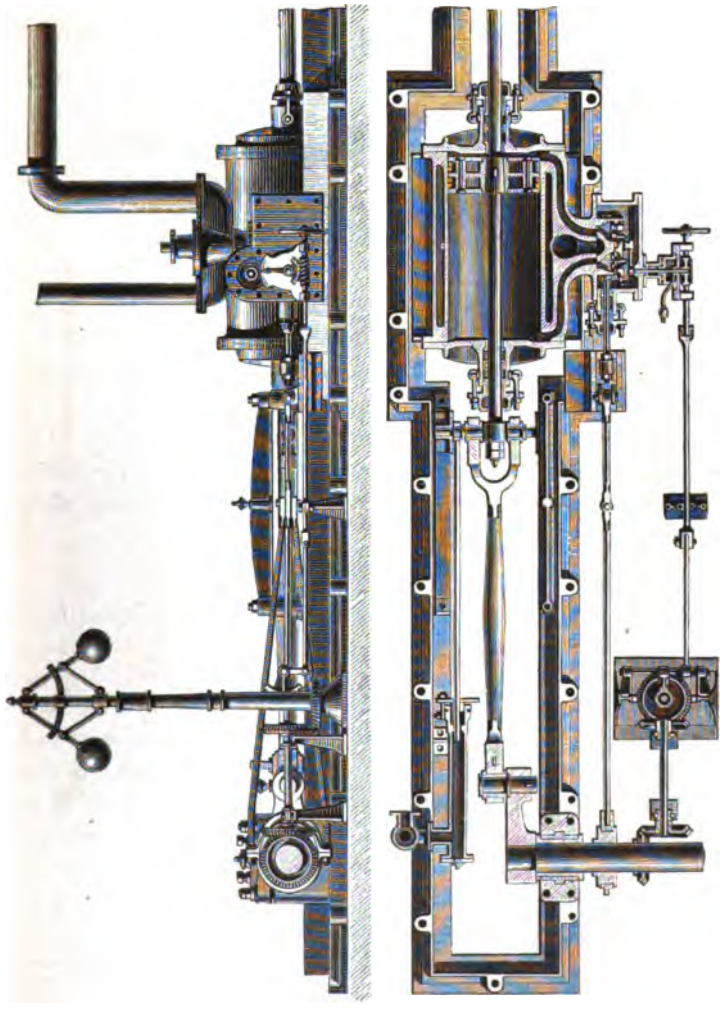
Fig. 161.



balancier, du système Farcot; la distribution est celle que

nous avons étudiée au n° 96, dont la came est commandée par le régulateur.

Fig. 162.

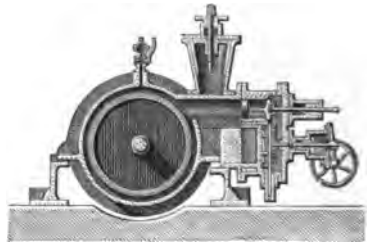


Nous rappellerons que cette distribution ouvre et ferme brusquement les lumières d'admission, ce qui supprime l'éti-

rage de la vapeur. Les espaces nuisibles sont plus faibles que dans les distributions à un seul tiroir.

Les *fig.* 162 et 163 représentent une des machines des soufleries des hauts-fourneaux de Rans (Jura).

Fig. 163.



La distribution appartient au système Farcot, seulement la came est remplacée par un coin (98) que l'on déplace à la main, selon le degré de détente que l'on veut obtenir.

Le condenseur, qui n'est pas indiqué sur la figure, n'est autre chose que le condenseur à injection et à surface décrit au n° 74.

§ V. — *Des machines à détente variable à admissions et échappements indépendants.*

120. Ces machines sont à connexion directe et à cylindre horizontal. Deux lumières d'admission sont placées au-dessus du cylindre à ses deux extrémités, deux lumières d'échappement sont respectivement placées au-dessous des précédentes, à la partie inférieure du cylindre; les sections de ces lumières sont relativement grandes, de manière à réduire les pertes de travail dues aux étranglements, et atteignent $\frac{1}{15}$ de celle du cylindre.

Le système de distribution caractérise celui de la machine; dans tous les cas, il remplit les conditions suivantes : il ouvre et ferme très-rapidement les lumières d'admission et d'échappement en vue de supprimer l'étirage de la vapeur; ses organes éprouvent à se déplacer une très-faible résistance.

L'éloignement des orifices d'échappement de ceux d'ad-

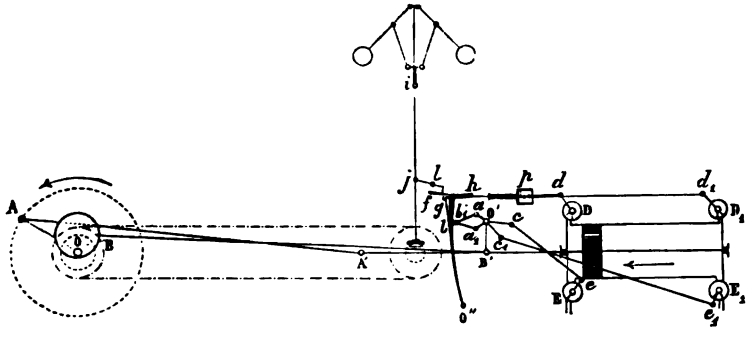
mission élimine la cause de refroidissement due à la condensation, et par suite les coups d'eau.

L'indépendance des admissions et des échappements permet de réduire à très-peu de chose les espaces nuisibles, de supprimer la période de compression des machines à tiroir, et de réduire au strict nécessaire les avances à l'admission et à l'échappement.

Les diagrammes relevés sur les machines dont nous nous occupons, lorsque les cylindres sont munis de chemises de vapeur, diffèrent très-peu des diagrammes résultant de l'application de la loi de Mariotte (*voir* les *fig.* 126 et 127). Le rapport du travail mesuré du frein sur l'arbre moteur au travail indiqué par les diagrammes est en moyenne de 90 pour 100 et a atteint parfois 93 pour 100. Il nous semble que l'on ne peut exiger plus, et que les machines à vapeur ont atteint leur dernier degré de perfection.

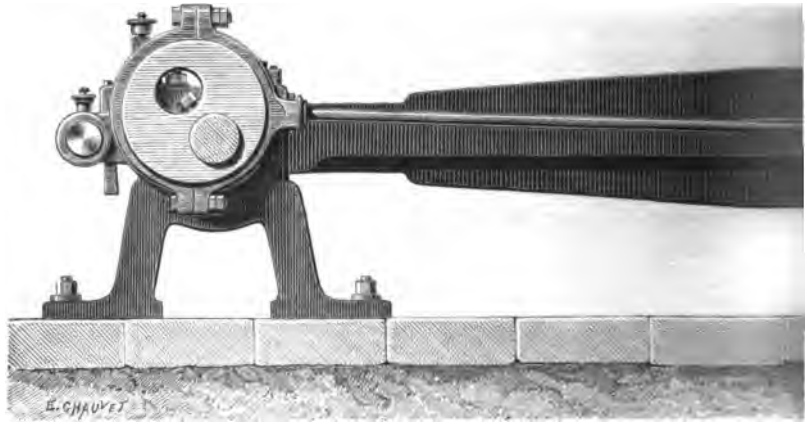
Nous allons étudier les deux principaux types de ces machines, qui ont été conçus et exécutés presque en même temps, l'un en Amérique, l'autre en Suisse.

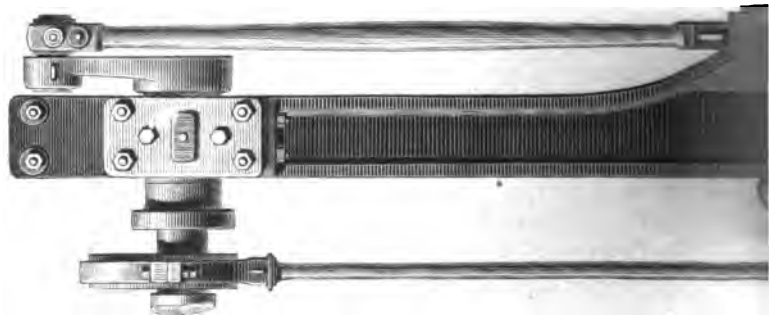
Fig. 164.

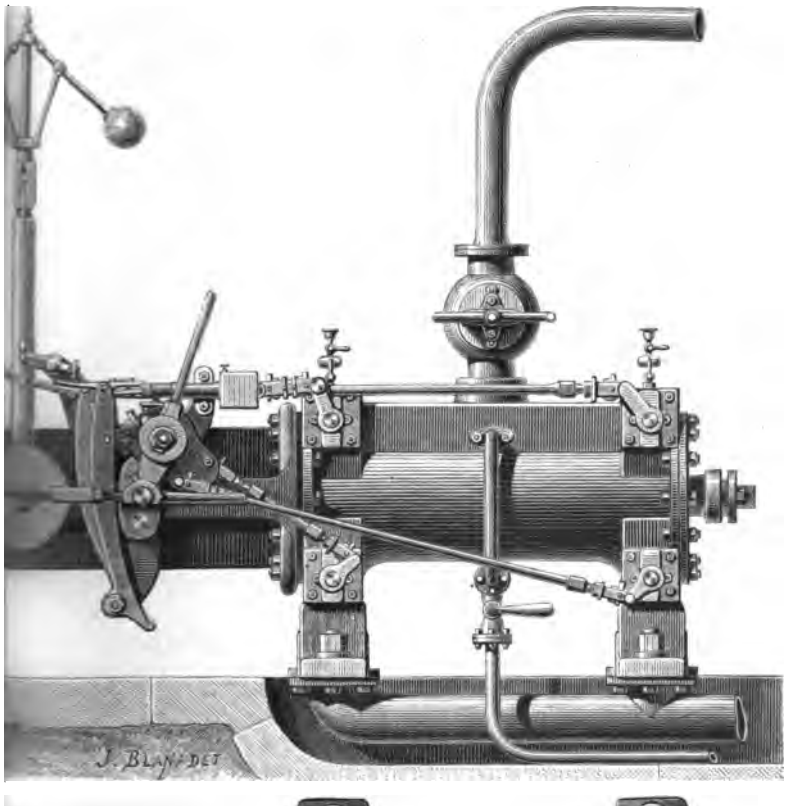


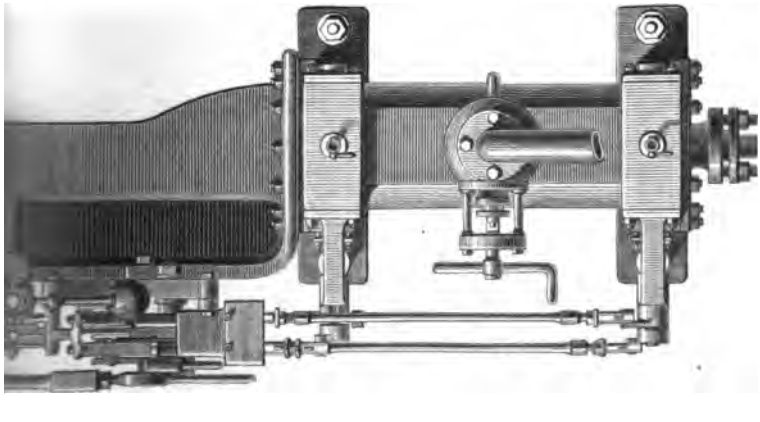
121. *Machine Corliss.*—Dans cette machine (*fig.* 164 et 165), la vapeur arrive, par un tuyau vertical T, au milieu d'un réservoir rectangulaire circonscrit à la partie supérieure du cylindre avec lequel il fait corps; de chaque côté de ce réservoir, la vapeur se répand dans l'enveloppe du cylindre par deux orifices, et l'eau résultant de la condensation dans cette enveloppe est renvoyée dans la chaudière en ouvrant un robinet inférieur.

Fig. 163



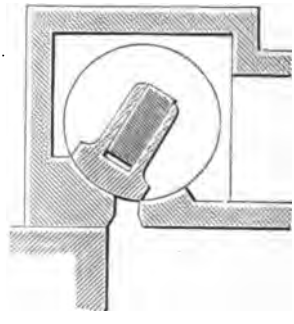



J. BLANCHET



L'admission de la vapeur dans le cylindre est réglée par les distributeurs D, D_1; chacun d'eux (*fig.* 166) est formé d'une

Fig. 166.



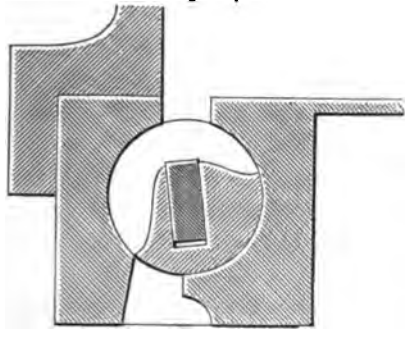
monture en fer dont la section est rectangulaire, qui peut tourner autour d'un axe horizontal de direction perpendiculaire à celle du mouvement du piston. Un piston circulaire, formé d'un segment de cylindre, s'engage à frottement doux dans cette monture, correspond à une glace cylindrique présentant une surface un peu plus large, et dont l'orifice d'admission occupe la région moyenne. La section de chaque orifice est le $\frac{1}{15}$ de la section du cylindre. Deux ressorts méplats interposés entre la monture et le piston font appuyer ce dernier sur la glace, en vue de compenser les effets de l'usure. Le distributeur ne supporte que la pression qui s'exerce sur la surface, relativement petite, de la partie cylindrique du piston; l'axe de la monture traverse, par des stuffing-box, les parois latérales de la boîte. Il résulte de cette disposition que l'on n'a à vaincre qu'un faible frottement pour déplacer le distributeur. L'espace nuisible se trouve réduit à un faible intervalle compris entre la glace et le cylindre et au volume très-petit compris entre le fond du cylindre et le piston arrivé à l'extrémité de sa course.

Les deux distributeurs d'échappement E, E_1 ont le même diamètre que les précédents, mais leur surface cylindrique est plus étendue (*fig.* 167). La section de leurs lumières est de $\frac{1}{9}$ de celle du cylindre; la période d'ouverture de ces lumières correspond aux $\frac{1}{10}$ de la course. Les deux pieds, qui supportent

le cylindre, servent de conduits à l'échappement et sont reliés par un tuyau qui aboutit à un condenseur à injection.

Il nous reste maintenant à faire connaître le mécanisme qui produit le jeu des distributeurs.

Fig. 167.



Pour plus de clarté, nous désignerons par de simples lettres les organes de la distribution la plus rapprochée de l'arbre moteur, et par les mêmes lettres affectées de l'indice 1 les organes semblables de l'autre distribution.

Un excentrique OB (*fig.* 164 et 165) est monté sur l'arbre moteur et fait, avec la manivelle OA, un angle qui ne diffère de 90 degrés que d'un angle de la grandeur des angles ordinaires de calage.

Vers son extrémité, la barre BB′ de l'excentrique, dirigée horizontalement vers le cylindre, présente une encoche dans laquelle s'engage le bouton B′ d'une manivelle dont l'axe O′ est parallèle à celui de l'arbre moteur, ce qui permet, lors de la mise en marche, de faire fonctionner à la main la double distribution, en agissant sur un levier adapté à l'arbre O′.

La manivelle O′B′ est calée sur un plateau qui porte quatre manchons a, a_1, c, c_1, dont les deux derniers commandent, par des bielles, les manivelles Ec, E$_1c_1$, qui terminent d'un même côté les axes distributeurs d'échappement. Les deux autres sont reliés, par des bielles articulées en b et b_1, à deux pièces (*porte-ressorts*), mobiles autour d'un axe fixe O″, parallèle à l'axe O′.

Occupons-nous spécialement, pour fixer les idées, du sys-

tème du distributeur d'admission le plus rapproché de l'arbre moteur. Deux lames élastiques, l'une en contact avec l'autre, sont encastrées dans la région du porte-ressort voisine de l'axe O″. Les extrémités libres de ces lames sont munies d'un appendice permettant, à l'aide d'une double bielle, de les relier à une tige formant le prolongement de la bielle horizontale qui commande la manivelle D*d* du distributeur; sur cette tige est monté un piston en bronze *p*, fonctionnant dans un cylindre fermé du côté du porte-ressort, et dont nous indiquerons plus loin la fonction.

A l'extrémité du porte-ressort est articulée une pièce (*palette de déclic*) qui est formée, du côté du cylindre, d'une partie rectiligne *gh* et de l'autre côté d'une partie légèrement courbe dont la convexité est tournée vers le bas.

L'extrémité de la partie droite est entaillée par-dessous, de manière à pouvoir, sous l'action d'un petit ressort disposé en conséquence, venir buter contre l'angle dièdre supérieur de la tige du piston guide, extrémité qui affecte la forme d'un parallélépipède rectangle dont deux faces sont horizontales.

On voit, par cette disposition, que, dans la période d'oscillation correspondant à la marche vers le porte-ressort, ou dans ce que l'on peut appeler le *mouvement direct*, la palette de déclic pousse la bielle et fait tourner le distributeur qui, au moment voulu, démasque rapidement la lumière d'admission; dans le mouvement inverse, la bielle reviendrait en arrière sous l'action du ressort, en suivant la loi du mouvement du porte-ressort; mais cette circonstance ne se présente pas généralement, comme nous le verrons bientôt.

Le régulateur, qui est placé en arrière des porte-ressorts par rapport au cylindre, est porté sur une colonne creuse contenant son mouvement de commande et ne peut que soulever ou abaisser son manchon qui est engagé dans une rainure ménagée dans la colonne. Au manchon est articulée une bielle *ij*, commandant, à son extrémité, le *levier de détente jl* placé sur une pièce en forme de Y. Cette pièce est assemblée avec le bâti et porte tout le mouvement de la distribution.

L'extrémité *l* du levier de détente, opposée au régulateur, porte deux *touches* en acier venant se placer au-dessus des par-

ties courbes des palettes de déclic. Les touches ont pour effet de faire basculer les palettes autour de leur axe, lorsqu'elles viennent à les rencontrer dans leur mouvement oscillatoire. A ce moment, la tige et la bielle, qui étaient conduites dans un sens, obéissant à l'action des ressorts, prennent un mouvement rétrograde très-rapide ; la lumière d'admission se trouve ainsi fermée presque instantanément, et la détente commence.

Une touche rencontre plus tôt ou plus tard la palette de déclic correspondante, selon que le manchon du régulateur est plus ou moins élevé; par suite, l'admission diminue ou augmente; on a ainsi une détente variable très-rapide et d'une grande précision. La palette n'arrive à commander de nouveau les bielles d'admission qu'au commencement de l'oscillation directe suivante du porte-ressort.

Le manchon du régulateur, du côté de la colonne opposé au levier de détente, porte la tige d'un piston percé de trous fonctionnant dans un cylindre fixé après cette colonne et contenant de l'huile. Si le mouvement de la machine vient à s'accélérer, le passage de l'huile à travers les trous détermine une résistance qui a pour effet de supprimer, à très-peu près, les oscillations des boules, lorsque la vitesse vient à éprouver une variation; les boules prennent ainsi presque immédiatement la position qui convient à la nouvelle vitesse de régime. Pareille chose a évidemment lieu si la vitesse de la machine vient à diminuer.

Les pistons placés sur les tiges qui forment les prolongements des bielles d'admission ont pour effet d'éviter les chocs dans la période de fermeture qui s'opère sous l'action des ressorts. Vers le fond de leurs cylindres, on a pratiqué une petite ouverture, variable à volonté au moyen d'un robinet. Dans le mouvement direct, l'air est aspiré sous le piston par cette ouverture; mais, au moment de la fermeture, le mouvement du piston est trop rapide pour que l'air introduit puisse être complétement expulsé pendant la durée du mouvement. Il se forme ainsi un matelas élastique qui neutralise en partie l'action du ressort et évite un choc.

Un système d'écrous adapté aux bielles des distributeurs

permet de rectifier, quand il y a lieu, le jeu des organes de la distribution.

Avant d'aller plus loin, étudions un instant le mode d'action des palettes de déclic sur le régulateur.

Soient

P le poids de chacune des boules;

a la longueur des tiges qui les relie à l'arbre, mesurée à partir de leurs centres;

b le côté du losange qui entre dans la composition du régulateur;

ω la vitesse angulaire de régime de l'arbre;

α l'angle que forment les tiges a avec la verticale.

En nous reportant au n° 75 de la IVe Partie, on a

$$\frac{2P}{g} a^2\omega^2\cos\alpha - 2Pa = 0.$$

Lorsque les touches viennent en contact avec les palettes du déclic, il s'exerce sur le manchon un petit effort p qui tend à abaisser les boules, effort que l'on peut considérer comme constant, pendant la faible durée θ de son action, et comme étant connu; l'angle α diminue de l'angle $\delta\alpha$, que nous supposerons suffisamment petit pour qu'il soit permis d'en négliger les puissances supérieures à la première; pendant le temps θ, par l'effet du modérateur, la vitesse ω n'éprouve pas de variation appréciable, et l'on a

$$\frac{2P}{g} a\omega^2\cos(\alpha - \delta\alpha) - 2Pa - pb = 0,$$

d'où

$$\delta\alpha = \frac{pb}{\frac{2P}{g} a\omega^2\sin\alpha}.$$

Pour que l'angle $\delta\alpha$ reste petit et que par suite ω ne varie pas sensiblement, comme nous l'avons supposé, il faut que l'angle α ait une certaine valeur : c'est pourquoi l'angle moyen formé par les deux branches du régulateur de la machine Corliss est à peu près égal à 80 degrés.

Pour terminer, nous allons chercher à établir la relation qui

existe entre la loi du mouvement des porte-ressorts et celle du mouvement du piston.

Soient

ω la vitesse angulaire de l'arbre moteur, qui est censée avoir lieu de la gauche vers la droite;

θ l'angle que forme la manivelle avec son point mort extérieur;

$90^\circ + \alpha$ l'angle compris sous la manivelle et l'excentrique, α étant une constante positive ou négative.

Nous supposerons, comme cela a effectivement lieu, que la barre d'excentrique BB′ est assez longue pour que l'on puisse en négliger l'obliquité, et que l'on a

$$O'a = O'a_1, \quad O'c = O'c_1, \quad ab = ab_1,$$

quoique, dans la réalité, le rayon $O'c$ soit un peu plus petit que $O'c_1$.

Enfin, pour éviter toute confusion, nous affecterons respectivement du signe + et du signe — les vitesses circulaires selon qu'elles auront lieu de la gauche vers la droite ou en sens inverse.

La vitesse angulaire instantanée autour du point O′ (*fig.* 168) étant

$$(a) \qquad -\omega' = -\omega \frac{OB}{O'B'} \cos(\theta + \alpha),$$

la vitesse correspondante du point a est

$$-\omega \frac{OB}{O'B'} O'a \cos(\theta + \alpha).$$

La vitesse angulaire autour du centre instantané S (point de rencontre des directions de $O'a$, $O''b$) de ab a donc pour valeur

$$\omega \frac{OB}{O'B'} \frac{O'a}{Sa} \cos(\theta + \alpha),$$

et la vitesse du point b

$$(b) \qquad \omega \frac{OB}{O'B'} \frac{O'a}{Sa} Sb \cos(\theta + \alpha);$$

Si l'on mène par le point O′ la parallèle O′*k* à *ab* jusqu'à sa rencontre *k* avec la direction de O″*b*, il est facile de voir, par

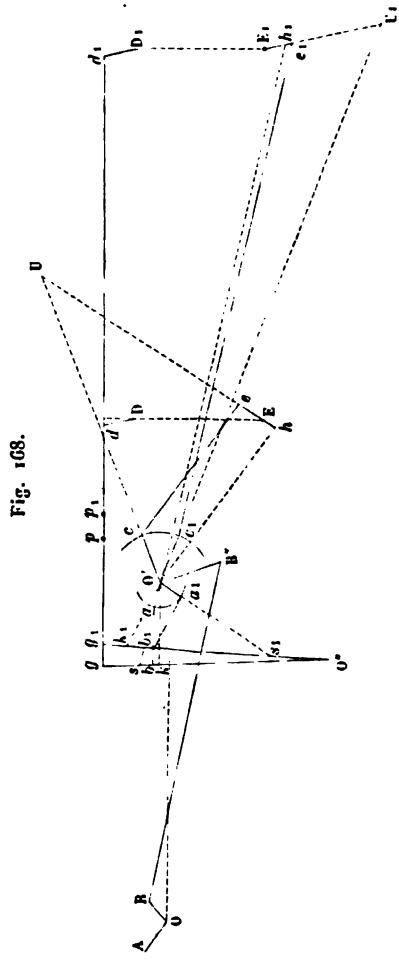


Fig. 168.

une similitude de triangles, que l'expression (*b*) peut se mettre sous la forme simple

$$\omega \frac{OB}{O'B'} bk \cos(\theta + \alpha).$$

On voit enfin que la vitesse de l'articulation g du porte-ressort avec la bielle du distributeur D est

$$(1) \qquad -\omega \frac{OB}{O'B'} \frac{O''g}{O''b} bk \cos(\theta + \alpha).$$

On reconnaît de la même manière que la vitesse semblable relative au tiroir D_1 a pour valeur

$$(1') \qquad +\omega \frac{OB}{O'B'} \frac{O''g}{O''b} b_1 k_1 \cos(\theta + \alpha).$$

Les longueurs bk, b_1k_1 varient avec θ suivant une loi compliquée que nous ne chercherons pas à établir; mais, comme les déplacements angulaires autour des axes O, O′ sont très-limités, ces longueurs varient peu, et l'on peut, sans erreur sensible, leur substituer leurs valeurs correspondant à la position moyenne du système articulé.

Nous prendrons, pour cette position moyenne, celle pour laquelle l'excentrique est perpendiculaire à la direction de la tige du piston; les points b et b_1 devront coïncider pour cette position; nous ferons d'ailleurs en sorte que la bissectrice de l'angle $aO'a_1$ soit perpendiculaire à $O''b$. Dans ces conditions, les valeurs moyennes de bk, b_1k_1 auront une même valeur que nous désignerons par μ, et, à l'obliquité près de la bielle motrice, les choses se passeront de la même manière dans les deux oscillations du piston. Nous aurons ainsi, au lieu des formules (1) et (1′), la formule unique

$$(2) \qquad \pm\omega \frac{OB}{O'B'} \frac{O''g}{O''b} \mu \cos(\theta + \alpha).$$

Occupons-nous maintenant des distributeurs d'échappement.

Soient U le centre instantané de la bielle ce, point d'intersection des directions de $O'e$ et Ee; h le point de rencontre de la parallèle en O′ à ce avec la direction de Ee. D'après la formule (a), la vitesse de c est égale à

$$-\omega' \times O'c = -\omega \frac{OB}{O'B'} O'c \cos(\theta + \alpha);$$

la vitesse angulaire autour de U est, par suite,

$$\omega \frac{OB}{O'B'} \frac{O'c}{Uc} \cos(\theta + \alpha),$$

et la vitesse du point e

$$(3) \qquad \omega \frac{OB}{O'B'} \frac{O'c \times Ue}{Ue} \cos(\theta + \alpha) = \omega \frac{OB}{O'B'} he \cos(\theta + \alpha).$$

On trouverait de même, pour la vitesse de e_1,

$$(3') \qquad - \omega \frac{OB}{O'B'} h_1 e_1 \cos(\theta + \alpha).$$

Si l'on fait en sorte que les valeurs moyennes de he, h_1e_1 aient la même valeur ν, et c'est ce qui a effectivement lieu, les formules précédentes se réduiront à la suivante :

$$(4) \qquad \pm \omega \frac{OB}{O'B'} \nu \cos(\theta + \alpha).$$

Enfin, si l'on s'arrange de manière que l'on ait

$$\nu = \frac{O''g}{O''b} \mu$$

et si l'on pose, pour abréger,

$$r = \frac{OB}{O'B'} \nu,$$

les formules (2) et (4) seront comprises dans celle-ci

$$(5) \qquad \mp \omega r \cos(\theta + \alpha),$$

le signe supérieur se rapportant aux distributeurs D et E_1, et le signe inférieur aux deux autres.

Mais on voit alors que la distribution, en dehors de la période de détente, a lieu, comme dans la distribution, par un tiroir ordinaire dont la course serait $2r$ et l'angle de calage α. On retombe ainsi sur un problème connu.

Il nous reste maintenant à dire quelques mots sur la détente.

Nous supposerons, comme cela a lieu d'ailleurs, que le système articulé du régulateur est un losange.

Lorsque la machine passe de l'état de repos à un état de mouvement permanent, le levier de détente, dont la ligne médiane fait toujours un petit angle avec l'horizon, s'abaisse d'une quantité sensiblement proportionnelle à la réduction subie par la diagonale verticale du losange; or cette réduction est égale à une constante diminuée d'un terme proportionnel à l'inverse du carré de la vitesse angulaire du régulateur, par suite de la vitesse angulaire de la machine.

La hauteur y de la touche au-dessus de la tige à conduire est donc de la forme

$$(c) \qquad y = m + \frac{n}{\omega^2},$$

m et n étant deux constantes qu'il est facile de calculer pour un système donné.

Soit R le rayon de l'arc de la palette de déclic.

Le chemin parcouru par le tiroir fictif dont nous avons parlé plus haut, à partir du point mort, est

$$(d) \qquad x = r[\sin(\theta + \alpha) - \sin\alpha].$$

Lorsque la palette de déclic vient buter contre la touche correspondante, il est facile de voir que l'on a

$$(x + a)^2 = y(2R - y),$$

a étant la distance de la projection horizontale de la touche à la position qu'occupe l'articulation du porte-ressort avec le déclic pour $\theta = 0$.

Si l'on remarque que le rapport $\frac{y}{2R}$ est toujours une petite fraction, on peut écrire tout simplement

$$x = -a + \sqrt{2Ry}$$

ou encore, en ayant égard aux valeurs (c) et (d),

$$(6) \qquad \sin(\theta + \alpha) = \sin\alpha + \frac{a}{r} + \frac{1}{r}\sqrt{2R\left(m + \frac{n}{\omega^2}\right)}.$$

Cette formule fera connaître la détente

$$(7) \qquad \Delta = \frac{2}{1 - \cos\theta} = \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

correspondant à une vitesse angulaire donnée.

Si l'on s'impose la condition que l'on ait $\Delta = \Delta_0$ pour $\omega = \omega_0$, les équations (6) et (7) établiront une relation entre m, n, R, à laquelle on devra satisfaire.

Nous croyons devoir ne pas poursuivre plus loin ces considérations théoriques, quoique le sujet comporte un certain nombre de questions intéressantes dont la solution présente plus ou moins de difficultés : telle est, par exemple, celle qui se rapporte au fonctionnement du modérateur à huile.

122. *Machine Sulzer.* — Cette machine est représentée, en élévation et en plan, par la *fig.* 169; la *fig.* 170 est une section faite par un plan perpendiculaire à l'axe du cylindre passant par l'axe des tiges de deux soupapes correspondantes d'admission et d'échappement; la *fig.* 171 indique la position du mécanisme de l'une des deux soupapes d'admission lorsque l'excentrique est à fond de course et que les deux taquets d'acier dont il sera parlé ci-après sont le plus éloignés l'un de l'autre. Enfin la *fig.* 172 représente le mécanisme de l'admission considéré uniquement au point de vue géométrique.

Le cylindre est muni d'une chemise de vapeur entourée de matières feutrées maintenues elles-mêmes par une enveloppe en bois.

La distribution se fait par des soupapes qui, pour la plus légère élévation au-dessus de leurs siéges, donnent une grande issue à la vapeur.

La tige du piston est guidée par une glissière cylindrique qui offre l'avantage sur la double glissière plane, généralement en usage, de parer aux effets résultant d'un jeu latéral de l'arbre moteur entre ses épaulements.

Les soupapes sont maintenues sur leurs siéges par des ressorts à boudin; elles sont en fonte au bois, grise et à petits grains. On a été conduit par l'expérience à employer cette

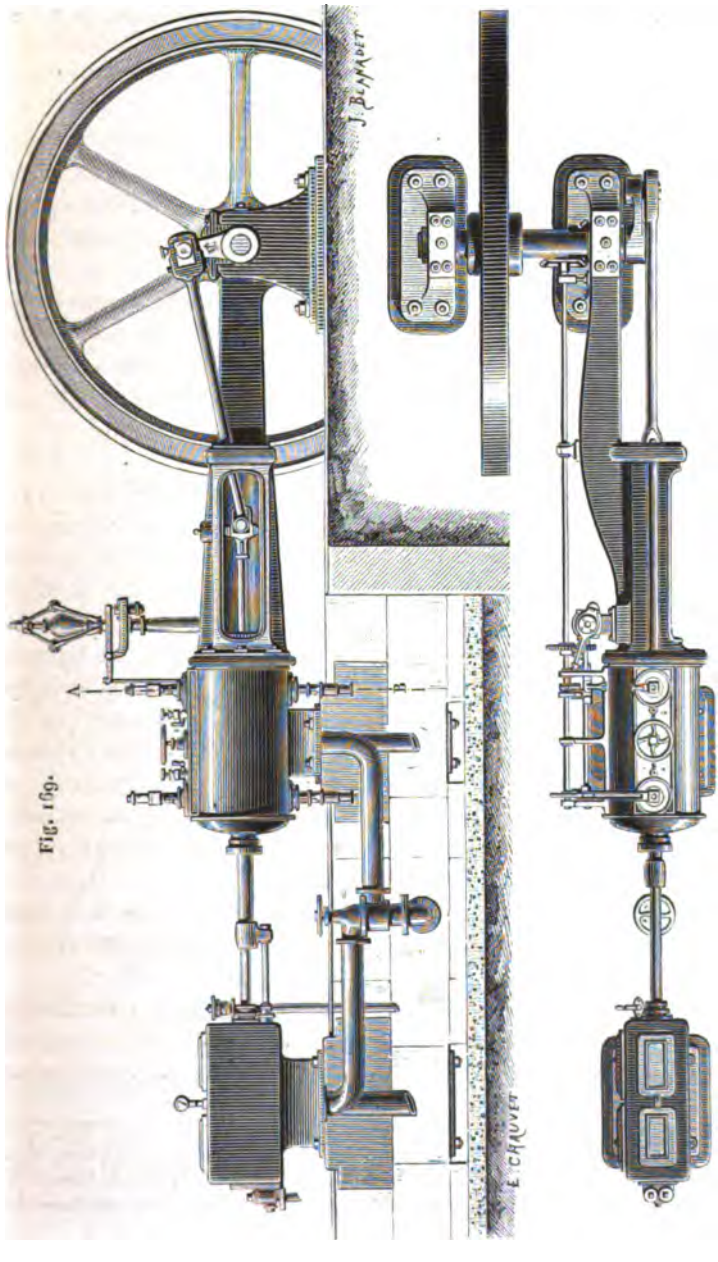


Fig. 169.

matière pour éviter les effets de mattage.(1); d'ailleurs, on a dis-

Fig. 170.

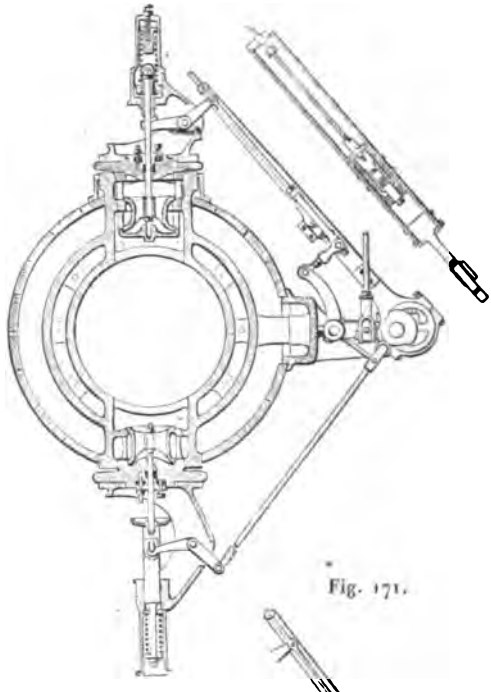
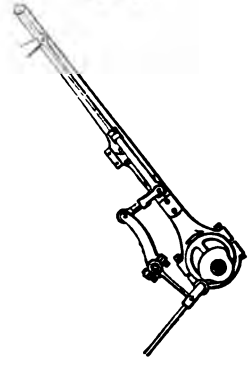


Fig. 171.

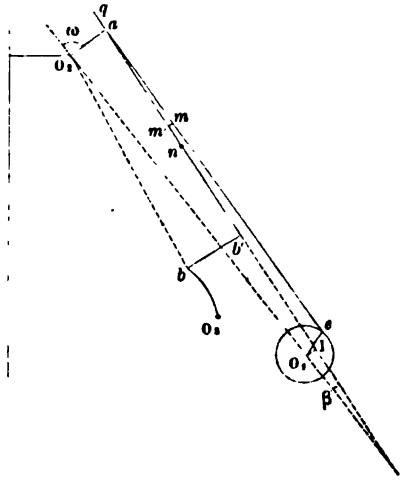


posé sur chacune des tiges des soupapes d'admission un petit

(1) Les objections soulevées contre l'emploi des soupapes paraissent avoir été très-exagérées. Nous en citerons un exemple : les machines des bateaux de la Compagnie générale de navigation de Lyon, dont la puissance varie entre 200

piston à compression d'air, semblable à ceux des machines Corliss, pour amortir les chocs lorsque les soupapes d'admission, après avoir été soulevées, sont renvoyées brusquement sur leurs siéges comme nous le verrons plus loin.

Fig. 172.



Une roue d'angle, montée sur l'arbre moteur, engrène avec une roue identique adaptée à l'une des extrémités d'un arbre O_1 parallèle à l'axe du cylindre; cet arbre, par une transmission secondaire qu'il nous paraît inutile de décrire, communique le mouvement au régulateur qui appartient au système dit *américain* que nous étudierons en temps voulu. Le manchon de ce régulateur ne peut se déplacer que dans le sens vertical; le levier qu'il commande est terminé, d'une part, par la tige articulée chargée de produire la variation de la détente, et, de l'autre, par un modérateur analogue à celui de la machine Corliss, mais auquel il n'est pas nécessaire de donner

et 1000 chevaux, sont toutes à soupapes; les anciennes machines à tiroir ont été transformées. Le nombre de tours par minute de l'arbre moteur de chaque machine est de 20 à 50 tours suivant sa puissance, et la vitesse du piston est de 2 mètres. Néanmoins on ne retouche les soupapes que tous les quatre ou cinq ans au minimum. Ce délai a été souvent porté à neuf et dix ans et quelquefois quinze ans.

autant d'importance, en raison même de la nature du régulateur.

La tige de chacune des quatre soupapes est articulée à un levier coudé, et, au delà de son axe, à une pièce qui est en rapport avec l'arbre O_1.

Pour les soupapes d'échappement, cette pièce est une barre d'excentrique articulée à une manivelle mobile autour d'un axe parallèle et terminée au delà par un galet. Ce galet reçoit l'action d'une came formée de deux parties cylindriques de rayons différents; quand celle de ces parties dont le rayon est le plus grand agit sur le galet, la soupape est soulevée brusquement et retombe rapidement sur son siége dès que l'action de la partie ci-dessus sur le galet vient à cesser.

Occupons-nous maintenant du mécanisme de l'une ou de l'autre des soupapes d'admission.

La barre *eq* d'un excentrique O_1e monté sur l'arbre O_1 forme, un peu au delà du collier, une fourchette dont le plan de symétrie est vertical. La pièce qui réunit les deux extrémités de la fourchette porte, en son milieu, une sorte d'olive percée d'un trou diamétral et mobile autour de l'axe de cette pièce.

Dans ce trou s'engage une tige cylindrique articulée en *a* au levier coudé de la soupape et mobile autour de l'axe O_2; cette tige se termine par un châssis du côté de l'arbre O_1. La tête du châssis est reliée par une bielle *bb'* à une manivelle O_3b, montée sur un arbre O_3 parallèle à l'arbre O_1. Cet arbre est commandé par la tige verticale, définie ci-dessus, du régulateur, par l'intermédiaire d'une manivelle.

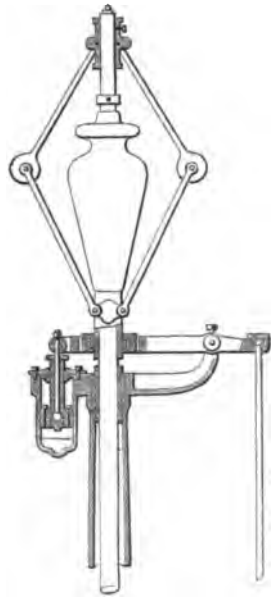
La tête du châssis est munie, à l'intérieur, d'un taquet en acier; un autre taquet, relié aux deux flasques de la barre d'excentrique entre lesquelles il est placé, correspond au précédent. Tant que les deux taquets ne sont pas en contact, le bras de levier O_2a reste fixe sous l'action du ressort de la soupape; mais, à partir du moment où les deux taquets sont en contact, la soupape se soulève, et l'admission de la vapeur a lieu pendant toute la durée du contact.

Il résulte de cette disposition, rendue très-claire par les *fig.* 170 et 172, que, si le manchon du régulateur vient à s'élever, il en est de même de la manivelle de la fourchette : le

taquet de cette fourchette s'éloignant davantage de celui de la bielle, la durée de leur contact est réduite; la soupape reste ouverte moins longtemps, et la vapeur se détend davantage.

Le régulateur américain (*fig.* 173) est un régulateur à boules

Fig. 173.



d'un faible poids, dont les bielles forment un losange. Les bielles sont deux à deux articulées aux extrémités d'un diamètre horizontal à chacune des sphères. La douille est surmontée d'une masse pesante, de révolution, traversée par l'arbre.

Reportons-nous au n° 75 de la IVe Partie, dont nous conserverons les notations, en supposant $a = b = c$; désignons par $2Q$ le poids de la masse qui repose sur la douille; au lieu des formules (2) et (3) du numéro précité, nous aurons les suivantes :

$$\frac{P}{g} a w^2 \cos\alpha - (P + Q) \mp p = 0, \tag{2'}$$

$$w_0^2 = \frac{g}{a \cos\alpha_0}\left(1 + \frac{Q}{P}\right), \tag{3'}$$

et, au lieu des équations (4),

$$(4')\qquad \begin{cases} \omega_2 = \omega_0 \sqrt{1 + \dfrac{p}{P+Q}} \\ \omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - \dfrac{p}{P+Q}}. \end{cases}$$

Comme le rapport $\frac{p}{P+Q}$ est une très-petite fraction, on peut prendre très-approximativement

$$(5')\qquad \begin{cases} \omega_2 = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{2}\,\dfrac{p}{P+Q}\right), \\ \omega_3 = \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2}\,\dfrac{p}{P+Q}\right), \end{cases}$$

et l'on a, pour le degré de sensibilité,

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{p}{P+Q}.$$

On voit ainsi que le régulateur dont nous nous occupons peut être doué d'une sensibilité aussi grande que l'on voudra, en donnant au poids Q une valeur convenable.

En faisant en sorte que l'admission de la vapeur soit supprimée et atteigne son maximum pour des valeurs de α très-voisines de α_0, la vitesse angulaire de l'arbre moteur ne pourra varier relativement, ou du moins à très-peu près, qu'entre les limites très-faibles $\frac{1}{2}\frac{p}{P+Q}$, $-\frac{1}{2}\frac{p}{P+Q}$; de sorte que l'on obtient très-sensiblement le même résultat qu'avec un régulateur isochrone.

Le régulateur dont il s'agit offre de plus cet avantage, que, par l'effet de la grande masse Q, les oscillations des boules lors d'un changement de vitesse sont très-faibles; elles sont, de plus, détruites presque immédiatement par le modérateur à huile.

Nous allons maintenant étudier, avec quelques détails, le mécanisme au moyen duquel la détente se produit.

Dans la réalité, la bielle bb' est un peu plus longue que O_2a; mais, en vue de simplifier nos formules, nous négligerons la différence, et nous poserons $bb' = O_2a = r$.

Comme, d'après la disposition adoptée, le point b, sous l'ac-

tion du régulateur, ne peut se déplacer que très-peu de part et d'autre de la droite O_1O_2, la longueur bO_2 n'éprouve pas de variations sensibles; nous la supposerons constante et égale à $a = ab'$.

La figure O_2abb' restera ainsi constamment, pour nous, un parallélogramme qui différera très-peu d'un rectangle tant que la soupape restera fermée.

Soient

θ l'angle dont a tourné la manivelle motrice à partir de l'un de ses points morts;

$\theta + \gamma$ l'angle que forme l'excentrique O_1e avec la droite O_1O_2;

β l'angle déterminé par cette droite avec ab', angle qui restera constant tant que les boules du régulateur resteront à la même hauteur;

d la distance O_1O_2;

e l'excentricité O_1e;

$\varepsilon = O_1I$ la distance du point O_1 à la droite ab';

l la longueur eq de la barre de l'excentrique;

ω l'angle formé par O_2a avec le prolongement de O_1O_2;

i l'angle eqI.

Nous supposerons que le rapport variable $\frac{\varepsilon}{l}$ reste de l'ordre du rapport très-petit $\frac{e}{l}$, dont la seconde puissance est négligeable.

Nous avons

$$(A)\qquad \begin{cases} \varepsilon = r\sin(\omega-\beta) - d\sin\beta, \\ \sin i = \dfrac{e\sin(\theta+\gamma-\beta)-\varepsilon}{l}, \\ Ia = d\cos\beta + r\cos(\omega-\beta). \end{cases}$$

Considérons d'abord la période dans laquelle les deux taquets ne sont pas en contact, et soient m, n les points où ils sont fixés sur eq et ab'; m' la projection de m sur ab', $\lambda = me$, $\mu = an$.

On a, au degré d'approximation convenu,

$$(B)\qquad \begin{cases} Im' = \lambda + e\cos(\theta+\gamma-\beta), \\ In = Ia - \mu = d\cos\beta + r\cos(\omega-\beta) - \mu, \\ mm' = (l-\lambda)\sin i = \dfrac{l-\lambda}{l}[e\sin(\theta+\gamma-\beta) + d\sin\beta - r\sin(\omega-\beta)]. \end{cases}$$

Pour que les taquets puissent se rencontrer, il faut que les longueurs In et Im' soient égales ou que la valeur correspondante θ' de θ satisfasse à l'équation

$$(c) \qquad e\cos(\theta'+\gamma-\beta)=d\cos\beta+r\cos(\omega-\beta)-\lambda-\mu,$$

formule que nous ne nous arrêterons pas à discuter.

Soient h, k les distances respectives des bords supérieurs des taquets m, n à eq et ab'; h', k' les distances semblables relatives aux bords inférieurs.

Pour que les deux taquets se rencontrent, il faut que, pour $\theta=\theta'$, on ait $mm'<h'+k$, ou que

$$\frac{l-\lambda}{l}[e\cos(\theta'+\gamma-\beta)+d\sin\beta-r\sin(\omega-\beta)]<h'+k.$$

Les deux taquets se quitteront lorsque l'on aura

$$-mm'=h+k'$$

en même temps que $Im''=In$.

Soient θ'' et ω'' les valeurs correspondantes de θ et ω; on aura, pour les déterminer, les deux équations

$$(D)\quad\begin{cases} e\sin(\theta''+\gamma-\beta)+d\sin\beta-r\sin(\omega''-\beta)=-\dfrac{l}{l-\lambda}(h+k'),\\ e\cos(\theta''+\gamma-\beta)-d\cos\beta-r\cos(\omega''-\beta)+\lambda+\mu=0, \end{cases}$$

équations qui donnent la solution de la question.

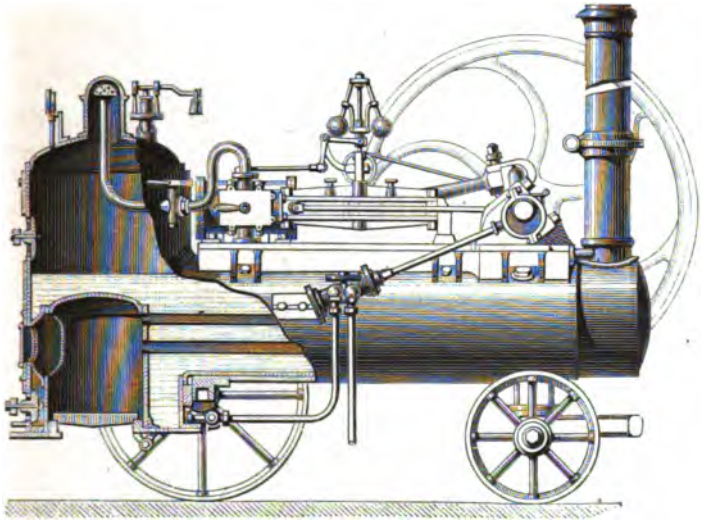
§ VI. — *Locomobiles; machines mi-fixes.*

123. Lorsqu'un travail, sur un lieu déterminé, est temporaire, et que d'autres travaux également temporaires peuvent être entrepris successivement en d'autres lieux, l'emploi d'une machine fixe ne serait pas pratique, en raison des frais que nécessiteraient le déplacement et la nouvelle installation de la machine et de son générateur.

C'est en vue de parer à cet inconvénient que l'on construit des machines à échappement libre dont le mécanisme est supporté par la chaudière qui n'est pas emprisonnée dans un

massif en maçonnerie ; tout le système peut alors se transporter facilement d'un point à un autre.

Fig. 174.



Généralement on cherche à réduire à très-peu de chose les pertes de chaleur dues au rayonnement, en entourant la chaudière de matières peu perméables à la chaleur, telles que le bois, le feutre, etc., ou d'une enveloppe en tôle de fer ou de cuivre, maintenue par de petites cornières et déterminant entre elle et la chaudière une couche d'air annulaire, et l'on sait que l'air confiné est peu conducteur de la chaleur.

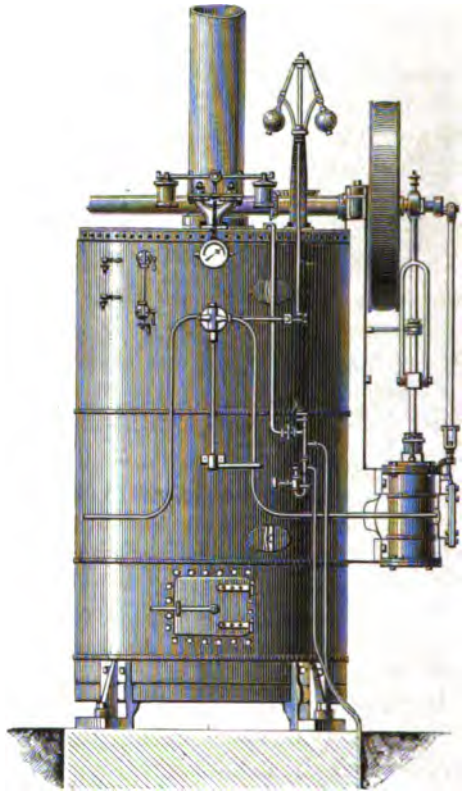
Pour éviter les causes de dislocation dues aux vibrations et aux efforts développés par la vapeur, il faut, autant que possible, que tout le mécanisme repose sur un même bâti en fonte, boulonné sur le générateur.

Les machines dont nous nous occupons forment deux catégories : les *locomobiles* et les *machines mi-fixes*.

Une locomobile est montée sur roues, et peut ainsi être traînée par des chevaux ou des bœufs d'un point à un autre. La *fig.* 173 représente une machine de cette catégorie ; sa chaudière, qui est horizontale, appartient au système tubulaire ; à l'exception de la pompe d'alimentation, tout ce mé-

canisme est monté sur un même bâti. Les locomobiles sont principalement employées dans les travaux agricoles pour

Fig. 175.



mettre en mouvement des battoirs à blé, et même des charrues, des herses, etc.; dans les travaux publics, pour les épuisements, le cassage des pierres destinées à l'entretien des routes, etc.

Si l'on supprime ses roues, la locomobile devient une machine mi-fixe.

La *fig.* 174 représente une machine mi-fixe verticale; les machines de cette catégorie sont souvent employées dans des ateliers dont le travail exige une faible puissance motrice, et

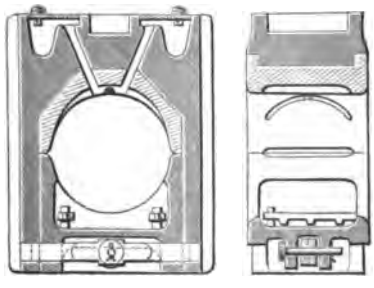
qui souvent sont trop exigus pour recevoir une machine fixe.

§ VII. — *Locomotives.*

124. Une locomotive est une machine à deux cylindres conjugués dont la chaudière est parallèle à la voie et appartient au système tubulaire. La chaudière repose sur un châssis également parallèle à la voie, auquel se trouve fixé le mécanisme. Les deux machines partielles sont symétriquement situées par rapport au plan vertical (*plan méridien*), passant par l'axe de la chaudière.

Les roues sont calées sur les essieux avec lesquels elles font corps; elles sont munies de rebords extérieurs ou *boudins;* leur jante appartient à une surface conique dont le sommet se trouve vers l'intérieur et dont l'ouverture est très-faible. Les coussinets sont en bronze et sont renfermés dans une pièce (*botte à graisse*) qui porte à sa partie supérieure une cavité qui reçoit l'huile employée au graissage des essieux. Les *fig.* 176 représentent deux coupes d'un type de botte à graisse, la première perpendiculaire à l'axe de l'essieu, et l'autre passant par cet axe.

Fig. 176.



Chaque botte à graisse est maintenue, avec un faible jeu, entre les deux branches d'une sorte de fourchette fixée au longeron du châssis et à laquelle on a donné le nom de *plaque de garde.*

Le châssis repose sur les bottes à graisse, non directement,

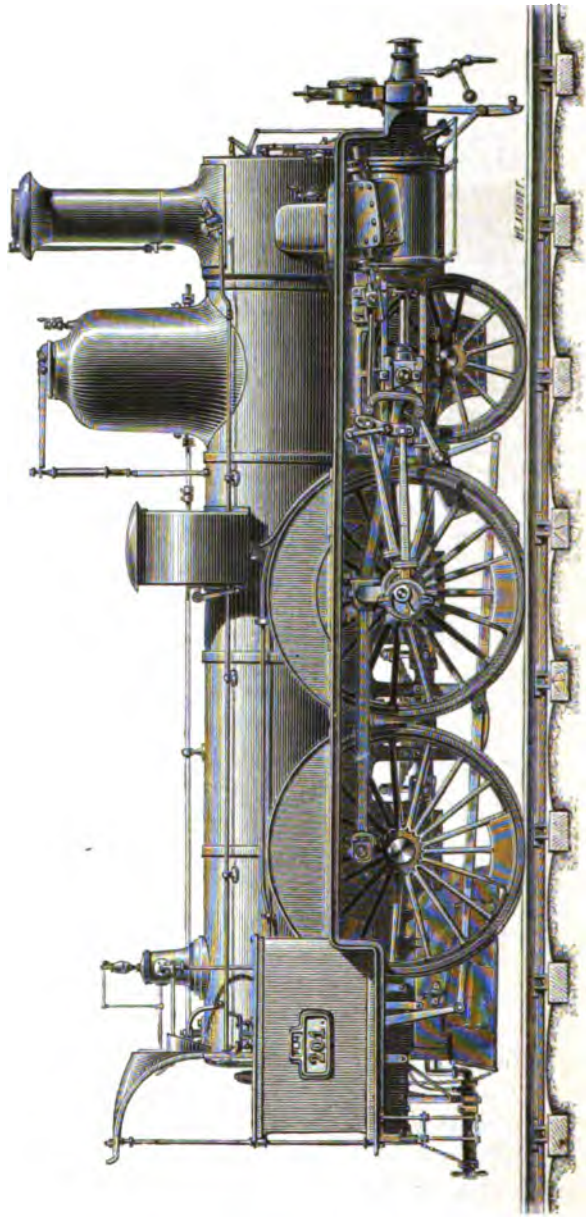


Fig. 177.

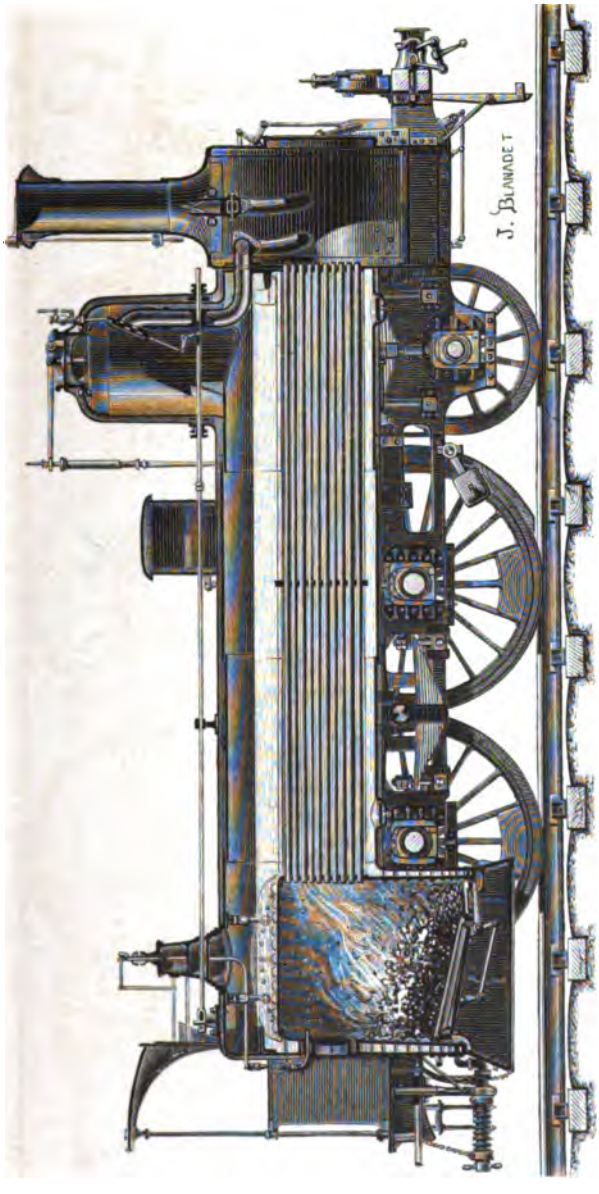


Fig. 178.

Fig. 179.

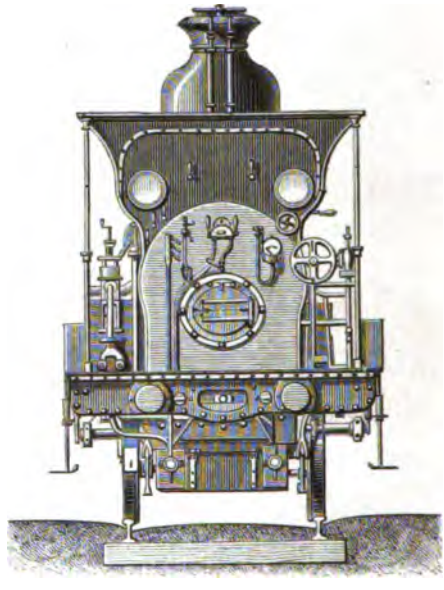


Fig. 180.

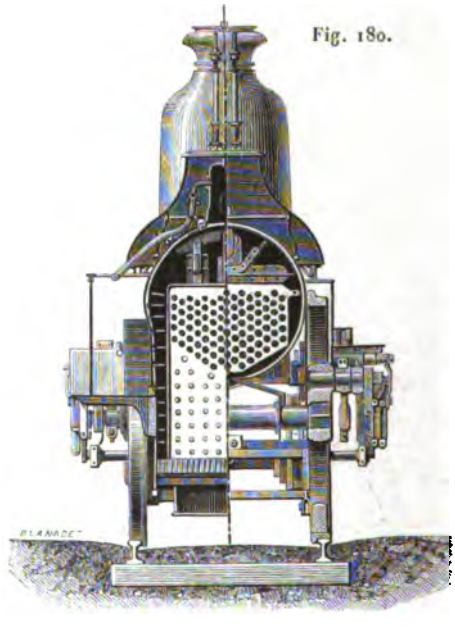


Fig. 181.

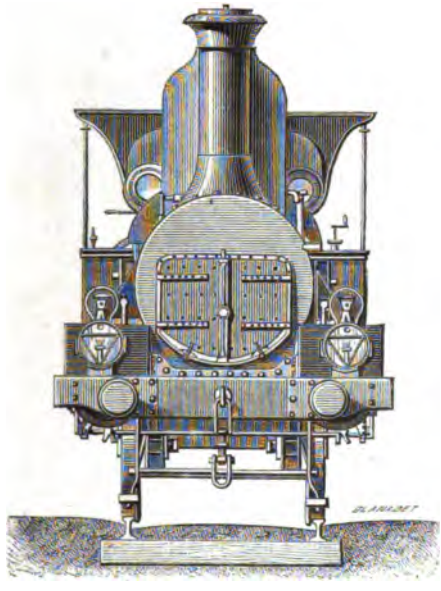
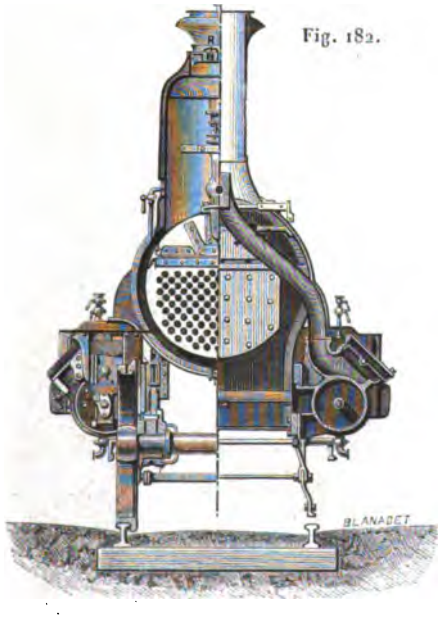


Fig. 182.



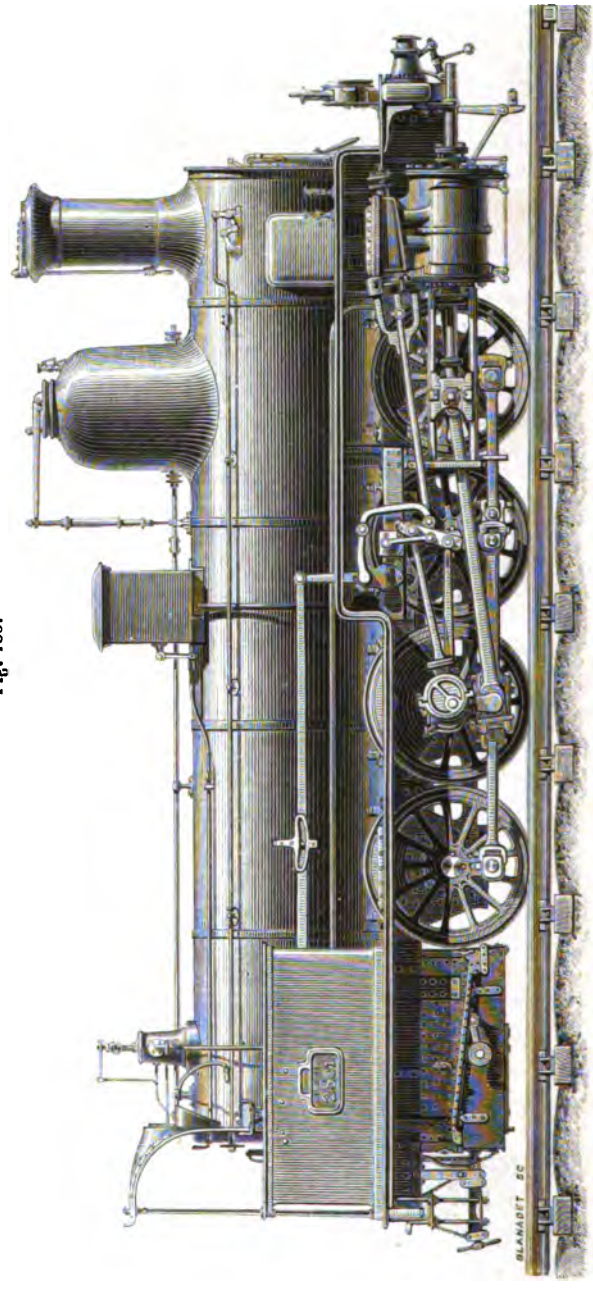


Fig. 183.

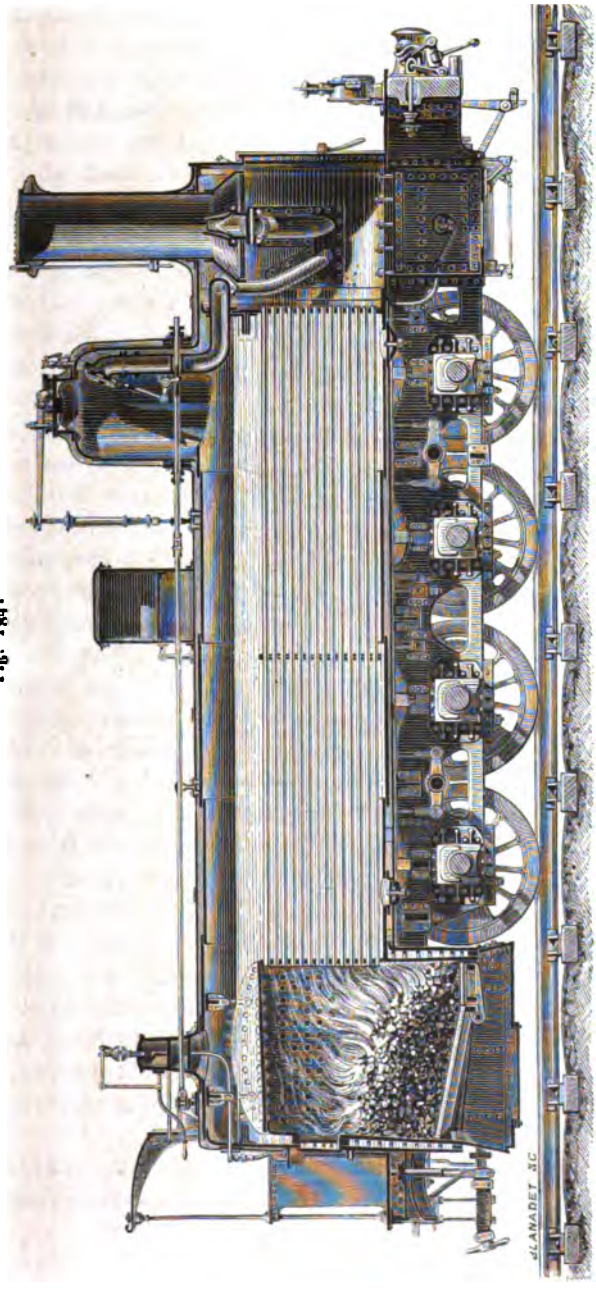


Fig. 184.

mais sur chacune d'elles par l'intermédiaire d'une tige terminée, à sa partie supérieure, par une chappe; cette chappe embrasse un ressort à lames étagées droites ou dont la convexité est tournée vers le bas; les extrémités de ce ressort, qui est situé au-dessus du châssis, sont traversées par deux tiges fixées au longeron; l'extrémité supérieure de chaque tige est filetée pour recevoir un écrou. Les ressorts ont pour effet de ne faire supporter les chocs, résultant des inégalités de la voie, que par les roues et les essieux; de plus ils permettent, en les tendant plus ou moins au moyen des écrous lorsque la machine a plus de deux essieux, de faire varier à volonté, entre des limites qu'il est facile d'établir, la portion de la charge totale que doit supporter chaque essieu.

Les bielles des pistons sont articulées à deux manivelles à angle droit, montées sur l'essieu des *roues motrices* ou, dans certains cas, à deux parties de cet essieu coudées à angle droit.

Pour augmenter l'adhérence, on *accouple* souvent les roues motrices avec une paire ou deux paires de roues portantes, qui doivent alors avoir les mêmes diamètres que les premières, pour qu'il n'y ait pas de glissement. L'accouplement des deux roues situées du même côté que la machine s'établit au moyen d'une tige (*bielle d'accouplement*), qui s'articule à deux manivelles identiques faisant corps avec les roues; la longueur de la bielle d'accouplement, mesurée d'un axe à l'autre des œils d'articulation, étant prise égale à la distance des axes des essieux, la bielle reste constamment parallèle à la voie.

La chaudière est munie d'une enveloppe semblable à celle que nous avons indiquée pour les locomobiles; elle est surmontée d'un dôme correspondant au trou d'homme, vers le sommet duquel part le tuyau de prise de vapeur; le dôme a pour effet de réduire notablement la quantité d'eau qui serait entraînée par la vapeur. Au moyen d'une manivelle et d'une transmission, on peut déplacer un tiroir ou registre (*régulateur*), qui permet de réduire plus ou moins la section, en un point déterminé, du tuyau de prise de vapeur et, par conséquent, de faire varier le débit de la vapeur.

Les chaudières des locomotives sont munies d'un manomètre, d'un tube indicateur de niveau, de robinets étagés et

de soupapes de sûreté maintenues par des ressorts (*balances*); de plus, on fixe dans le ciel du foyer un écrou en fer vissé dans l'épaisseur de la tôle, et dans lequel on coule du plomb. Ce bouchon fond lorsque le niveau de l'eau s'abaisse jusqu'à découvrir le foyer, et la vapeur, en s'échappant, éteint le feu.

Le *sifflet à vapeur*, placé sur la partie postérieure de la chaudière, sert à donner des avertissements; il est en tout semblable aux sifflets d'alarme des chaudières fixes, à cette exception près, qu'au lieu d'un flotteur, c'est un robinet à main qui le fait fonctionner.

Les distributions des locomotives sont toutes déterminées par des coulisses, afin de pouvoir à volonté changer la direction du mouvement de la locomotive; la partie supérieure du levier de *changement de marche*, qui commande la bielle de relevage, est articulée à l'écrou d'une vis horizontale munie d'un volant sur lequel agit le mécanicien. L'écrou se termine, à sa partie supérieure, par un double index glissant sur une règle graduée, de manière à pouvoir régler à volonté le degré de détente dans l'une et l'autre marche.

Les deux tuyaux d'échappement se réunissent en un seul, dont l'axe coïncide avec celui de la cheminée; ce tuyau central se termine par la *tuyère*, ajutage rectangulaire formé de deux faces planes parallèles entre lesquelles, au moyen d'un système de tiges et de leviers, on fait mouvoir deux valves qui, en s'écartant ou en se rapprochant, font varier la section de l'orifice (*échappement variable*); on peut ainsi activer à volonté la combustion.

Lorsque la machine est en stationnement, on produit le tirage, lorsqu'il y a lieu de le faire, en ouvrant le robinet d'un petit tuyau (*souffleur*), prenant de la vapeur dans la chaudière pour l'injecter verticalement dans la cheminée.

Les *fig.* 177, 178, 179, 180, 181, 182 représentent un type de machines express de la Compagnie des chemins de fer de Paris-Lyon-Méditerranée, et les *fig.* 183 et 184 un type des machines à marchandises de la même Compagnie.

Comme nous ne nous proposons de considérer ici une locomotive que comme machine à vapeur, nous nous en tiendrons à ces généralités, en renvoyant, pour plus de détails, à l'ouvrage

de M. Ch. Couche, intitulé : *Voie, matériel et exploitation technique des chemins de fer.*

En dehors des questions que nous avons traitées au Chapitre VI, et qui s'appliquent aux locomotives, il s'en présente deux autres qui sont spéciales à ce genre de machines.

125. *Du tirage dans les locomotives.* — La vapeur, en s'échappant dans la cheminée, change brusquement de vitesse par suite de l'élargissement brusque de section qu'elle éprouve; il résulte de là une perte de force vive et une diminution de pression d'autant plus grandes, que l'on a réduit davantage la section de l'orifice d'échappement. L'air extérieur est appelé à travers la masse de combustible, et son débit est d'autant plus considérable ou la combustion est d'autant plus active, que la diminution ci-dessus de la pression est plus forte; mais la contre-pression devient supérieure à la pression atmosphérique.

Pour ne pas compliquer outre mesure la question, nous ferons abstraction des réductions de section des lumières produites par le tiroir.

De plus, comme les variations de pression dans le mouvement de la vapeur, du gaz de la combustion et du mélange de ces deux fluides sont faibles, nous pourrons considérer ces fluides comme incompressibles. Enfin, comme par la forme même des débouchés de la vapeur et des gaz dans la partie supérieure de la cheminée les contractions sont très-faibles, nous supposerons égaux à l'unité les coefficients correspondants.

Soient

r la longueur de la manivelle;
n sa vitesse angulaire censée constante;
$\theta = nt$ l'angle qu'elle forme avec la direction du mouvement du piston;
Ω la section de la cheminée;
$\gamma\Omega$ celle du cylindre;
$\nu\Omega$ la section de l'orifice d'échappement;
p, V la pression et la vitesse de la vapeur dans la section contractée au delà de cet orifice;

p_a la pression atmosphérique;
p_0 la contre-pression;
ρ le poids spécifique de la vapeur humide comprise dans le cylindre, calculée comme si elle se trouvait à la pression p_a, qui diffère peu de p_0, et à la température de 100 degrés;
l la longueur du tuyau d'échappement;
$\varepsilon\Omega$ sa section.

On a, en négligeant quelques termes secondaires,

$$\frac{KV^2}{2g} + \frac{\nu l}{g\varepsilon}\frac{dV}{dt} = \frac{p_0 - p}{\rho},$$

K étant un coefficient supérieur à l'unité, censé connu, l'excès K — 1 se rapportant aux effets de la vitesse du piston, des frottements et des changements brusques de section entre la distribution et l'échappement.

La vitesse du piston étant $nr\sin\theta$, en négligeant l'obliquité de la bielle, on a

$$V\nu\Omega = \gamma\Omega nr\sin\theta,$$

d'où

$$(a) \qquad V = \frac{\gamma}{\nu} nr\sin\theta,$$

et par suite

$$(1) \qquad K\frac{\gamma^2}{\nu^2}\frac{n^2r^2}{2g}\sin^2\theta + \frac{\gamma l}{g\varepsilon} nr\cos\theta = \frac{p_0 - p}{\rho}.$$

Nous supposerons que la pression dans la boîte à fumée est égale à p_a, ce qui est sensiblement exact; nous négligerons la vitesse des gaz dans cette capacité, ainsi que l'accélération de leur vitesse dans la zone annulaire comprise entre la cheminée et le tuyau d'échappement, en raison du peu de hauteur de cette zone. Cela posé, si V′ est la vitesse des gaz en traversant le plan de la section de l'orifice d'échappement, ρ' leur densité, nous avons

$$(2) \qquad \frac{V'^2}{2g} = \frac{p_a - p}{\rho'}.$$

Des équations (1) et (2) on tire

$$(3)\qquad p_0 = p_a + \rho\left(K\frac{\gamma^2}{\nu^2}n^2r^2\sin^2\theta + \frac{\gamma l}{g\varepsilon}nr\cos\theta\right) - \frac{\rho' V'^2}{2g},$$

formule qui permettra de calculer la contre-pression lorsque l'on connaîtra l'expression de W en fonction de θ.

Soient q et q' les poids de vapeur et de gaz débités par seconde, W la vitesse du mélange à l'orifice de la cheminée; on a, en appliquant le principe des forces vives entre la section déterminée par le plan de l'orifice d'échappement et l'ouverture de la cheminée,

$$\frac{q+q'}{2g}W^2 - \frac{qV^2}{2g} - \frac{q'V'^2}{2g} = \frac{pq}{\rho} + \frac{p'q'}{\rho'} - p_a\left(\frac{q}{\rho}+\frac{q'}{\rho'}\right) - \frac{q}{2g}(W-V)^2 - \frac{q'}{2g}(W-V')^2,$$

ou

$$(4)\qquad \frac{W^2}{g}(q+q') - W(qV+q'V') = (p-p_a)\left(\frac{q}{\rho}+\frac{q'}{\rho'}\right).$$

Or on a

$$q = V\nu\rho,\quad q' = V'(1-\nu)\rho',$$
$$W = V\nu + V'(1-\nu) = \frac{q}{\rho}+\frac{q'}{\rho'},$$

par suite,

$$(5)\qquad \nu(1-\nu)(V\rho - V'\rho')(V-V') = p_a - p.$$

Des équations (3) et (4) on déduit la suivante :

$$(6)\qquad \nu(1-\nu)(V\rho - V'\rho')(V-V') = \rho' V'^2,$$

d'où l'on tire, en ayant égard à la valeur (a),

$$(7)\qquad \left\{\begin{array}{l} V' = \dfrac{\gamma nr\sin\theta}{2\rho'[1-\nu(1-\nu)]}(1-\nu) \\ \qquad \times\left\{-(\rho+\rho') + \sqrt{(\rho+\rho')^2 + 4\rho'\left[\dfrac{1}{\nu(1-\nu)}-1\right]}\right\}. \end{array}\right.$$

Cette vitesse est nulle pour $\nu = 1$ et infinie pour $\nu = 0$; elle croît donc à mesure que ν décroît, ce qui devait être.

En posant

$$V' = Hnr\sin\theta,$$

la formule (3) donnera

$$p_0 = p_a + \frac{n^2 r^2 \sin^2\theta}{2g}\left(\rho K^2 \frac{\gamma^2}{\gamma'^2} - H^2\rho'\right) + \frac{\gamma l n r \cos\theta}{g\varepsilon},$$

et il sera facile de trouver le travail de la contre-pression,

$$\gamma\Omega r \int p_0 \, d\theta,$$

les limites de l'intégrale étant celles de la période considérée.

126. *De la marche à contre-vapeur.* — Nous avons considéré, au n° 136, la marche à contre-vapeur, au point de vue cinématique; il nous reste maintenant à en étudier les effets mécaniques.

Nous rappellerons d'abord les différents résultats auxquels nous sommes arrivé au numéro précité.

Supposons que le piston soit arrivé à fond de course :

1° Il reçoit, sur celle de ses faces qui est en regard du fond du cylindre, l'action de la vapeur qui se continue pendant que le piston se déplace d'une certaine fraction, qui est très-petite, de la course.

2° Cette vapeur se détend sur une autre fraction de la course; mais, comme cette fraction est bien supérieure à la précédente, la pression finale est en général au plus égale à la pression atmosphérique.

3° Les produits de la combustion sont aspirés dans le tuyau d'échappement jusqu'à la fin de la course.

4° Sur une très-faible partie de la course suivante, une partie de ces produits est refoulée dans l'atmosphère.

5° L'autre partie subit une compression.

6° La vapeur de la chaudière se mélange avec les gaz comprimés, et, pendant tout le reste de sa course, le piston sert à vaincre la pression de la chaudière et même une pression qui lui est un peu supérieure, en raison des résistances passives.

Dans les deux premières périodes, il se développe un travail moteur, mais peu important.

Que la pression finale dans la seconde période soit infé-

rieure ou supérieure à la pression atmosphérique, la pression, au commencement de la troisième, devient bientôt égale à cette dernière, par suite d'introduction des gaz de la combustion.

Dans les trois dernières périodes, il se développe un travail résistant, en vertu duquel la machine fonctionne comme un frein. Le travail produit dans la quatrième est relativement faible; le travail de compression du gaz, qui dans la cheminée possède une température élevée, soit 3oo degrés environ, détermine une augmentation de cette température, condition très-défavorable à la conservation des surfaces frottantes et des matières lubrifiantes, d'où un premier inconvénient.

C'est surtout le travail résistant correspondant à la cinquième période qui joue le rôle le plus important; dès que la lumière d'admission commence à s'ouvrir, les gaz comprimés et la vapeur de la chaudière se mélangent, et l'on peut considérer, sans grande erreur, la pression comme étant égale à celle de la chaudière pendant toute la durée de la période considérée.

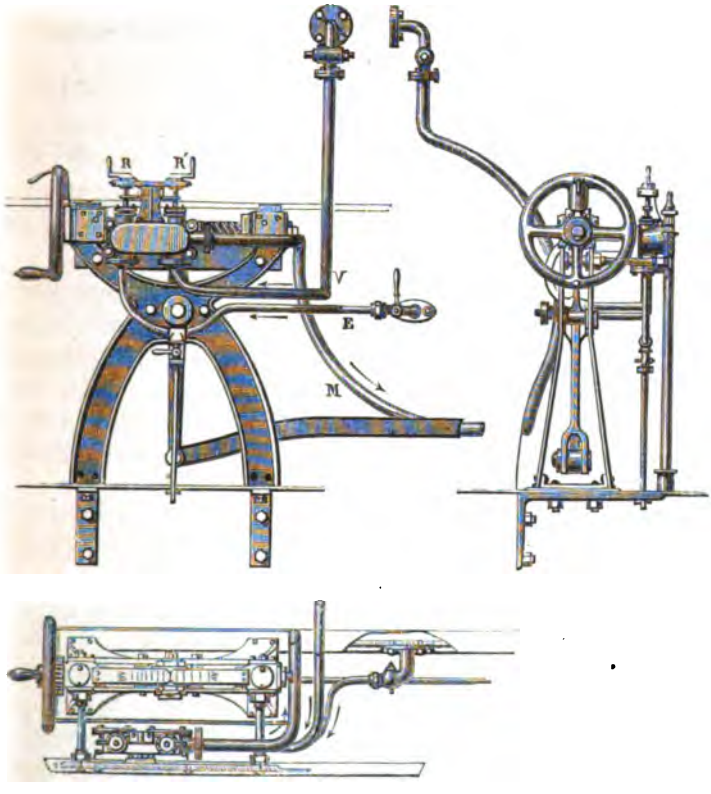
Mais, finalement, toute la masse gazeuse est envoyée dans la chaudière, dont elle prend la température, ce qui exige qu'elle vaporise une certaine quantité de liquide; il résulte de là une augmentation de pression qui soulève les soupapes de sûreté, et toute la chaleur développée par le travail résistant se trouve rejetée au dehors, inconvénient qui, joint à celui de l'encrassement de la chaudière, vient s'ajouter à celui que nous avons fait ressortir plus haut.

MM. Lechatelier et Ricour sont parvenus à éviter ces deux inconvénients et à rendre très-usuel l'emploi de la contre-vapeur en injectant, au moment où l'on veut s'en servir, un mélange d'eau et de vapeur, emprunté à la chaudière, dans le tuyau d'échappement; ce mélange, qui prend la température de 100 degrés, remplace les gaz de la combustion; en réglant convenablement la proportion d'eau, on peut arriver à faire en sorte qu'à la fin de la compression il ne se trouve sous le piston que de la vapeur saturée.

Les *fig.* 185 représentent la disposition adoptée par la Compagnie des chemins de fer de Paris-Lyon-Méditerranée, dans

ses machines locomotives. Deux valves R et R′ permettent de faire arriver, dans une capacité, un courant de vapeur venant

Fig. 185.



de la chaudière par un tuyau V, et un courant d'eau chaude par un tuyau E, partant également de la chaudière. Le mélange, dont on peut régler à volonté la proportion, se rend dans le tuyau d'échappement par la conduite M.

Dans la pratique, on reconnaît que :

(*a*) Le volume de vapeur d'eau injecté est insuffisant lorsque :

1° Il ne s'échappe pas de vapeur de la cheminée, ou qu'elle s'en échappe par jets intermittents ;

2° La pression s'élève dans la chaudière;

3° L'injecteur automoteur s'arrête s'il fonctionne, ou ne s'amorce pas s'il est arrêté.

(*b*) Le débit excédant de vapeur se manifeste par l'importance exagérée du jet de vapeur en sortant de la cheminée.

(*c*) L'insuffisance du volume d'eau se reconnaît lorsque :

1° Il ne s'échappe pas d'eau de la cheminée;

2° Le manomètre indique une augmentation de pression dans la chaudière.

(*d*) De l'excès de l'injection d'eau résulte une pluie abondante sortant de la cheminée.

Nous allons maintenant nous proposer de déterminer la proportion de vapeur qu'il faut introduire dans le mélange pour que, après la compression, il se trouve de la vapeur saturée dans le cylindre; il est clair que le maximum de cette proportion correspondra au cas où, après la compression, la vapeur saturée serait sèche, ou que le cylindre ne renfermerait pas d'eau.

Soient

t_0 la température dans la chaudière;

t_1 la température d'ébullition de l'eau sous la pression atmosphérique;

η_0 la proportion d'eau entraînée par la vapeur en sortant de la chaudière, et qui souvent n'est pas inférieure à 0,40;

ε la proportion de vapeur humide qui doit être empruntée à la chaudière pour être mélangée avec de l'eau à t_1 degrés;

γ la proportion de vapeur que renferme le mélange;

r, r_0, r_1 les chaleurs de volatilisation de la chaleur aux températures t, t_0, t_1;

c, c_0, c_1 les chaleurs spécifiques correspondantes de l'eau.

D'après l'équation (13) du n° 8, on a

$$\varepsilon = \frac{r_1\gamma + \int_{t_0}^{t_1} c\,dt}{r_0\eta_0}, \tag{1}$$

ou approximativement

$$(1') \qquad \varepsilon = \frac{r_1\gamma - \frac{1}{2}(c_0 + c_1)(t_0 - t_1)}{r_0\eta_0}.$$

Soient maintenant

t_2, η_2 la température et la proportion de vapeur après la compression;

$\frac{1}{n}$ la fraction connue à laquelle le volume s'est réduit;

r_2, c_2 les valeurs de r et de c pour $t = t_2$;

ρ_1, ρ_2 les poids spécifiques de la vapeur saturée aux températures t_1, t_2.

On a, en négligeant le volume occupé par le liquide,

$$(2) \qquad \frac{1}{n}\frac{\gamma_1}{\rho_1} = \frac{\eta_2}{\rho_2}.$$

Nous avons enfin la relation

$$(3) \qquad \frac{\eta_2 r_2}{273 + t_2} = \frac{\gamma_1 r_1}{273 + t_1} - 2{,}30258\,\frac{c_2 + c_1}{2}\,\log\text{vulg.}\,\frac{273 + t_2}{273 + t_1},$$

déduite de la formule 39 du n° 30 de la IIIe Partie, et dans laquelle η_2 est une quantité donnée, au plus égale à l'unité.

Les équations (2) et (3) entre γ_1 et t_2 ne peuvent être résolues que par des tâtonnements très-laborieux; en supposant γ_1 connu, l'équation (1') fera connaître l'inconnue principale ε; mais on peut éviter la difficulté en nous proposant de déterminer une proportion d'eau plus que suffisante, pour qu'après la compression la vapeur reste saturée. Remarquons, en effet, que, si la vapeur est mélangée avec une quantité d'eau convenable, elle restera saturée après la compression à la température t_0; par conséquent, si nous supposons qu'après la compression la température est devenue t_0, nous obtiendrons une valeur plus que suffisante pour $1 - \varepsilon_1$.

L'équation (3) devient alors

$$(3') \qquad \frac{\eta_2 r_0}{273 + t_0} = \frac{\gamma_1 r_1}{273 + t_1} - 2{,}30258\,\frac{c_0 + c_1}{2}\,\log\text{vulg.}\,\frac{273 + t_0}{273 + t_1}.$$

En éliminant r_2 entre les équations (2) et (3), on trouve la suivante :

$$(4)\qquad \gamma\left(\frac{r_1}{273+t_1}-\frac{1}{n}\frac{\rho_0}{\rho_1}\frac{\dot{r}_0}{273+t_0}\right)=1{,}15129(c_0+c_1)\log\frac{273+t_0}{273+t_1},$$

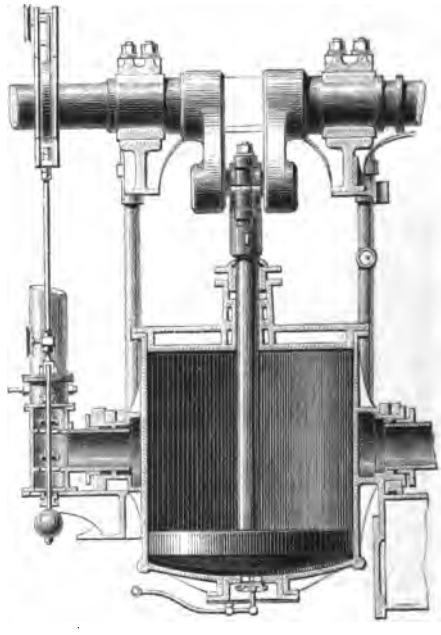
qui permettra de trouver γ et par suite ε.

On estime, dans la pratique, que l'on peut marcher dans de bonnes conditions sans descendre au-dessous de $\gamma=\frac{4}{5}$.

§ VIII. — *Machines à vapeur de navigation.*

127. Les *fig.* 186 et 187 représentent une machine oscillante dont nous avons étudié le mouvement au n° 40 de la IVe Partie. Les deux tourillons sont creux ; l'un sert pour l'admission et l'autre pour l'échappement.

Fig. 186.



Ces machines occupent peu de place, et c'est ce qui fait que

leur emploi est assez fréquent sur les bateaux à vapeur de petites dimensions.

Fig. 187.

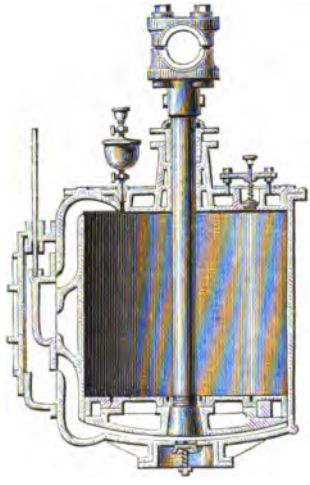
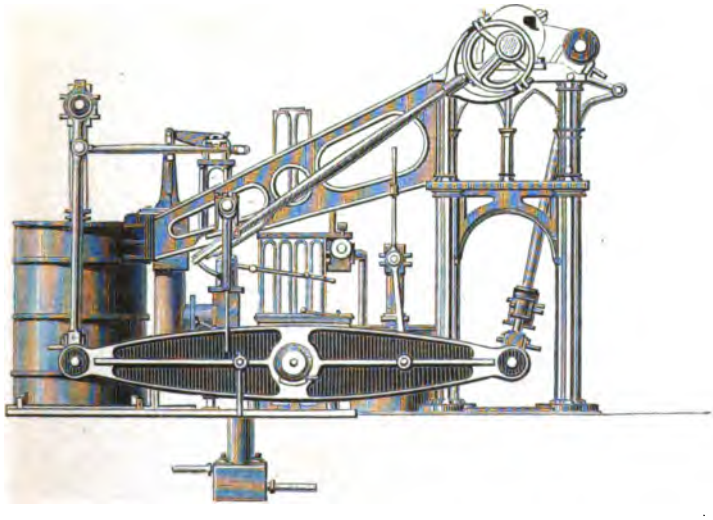


Fig. 188.



La *fig.* 188 représente une machine à balancier en dessous (IVe Partie, n° 56).

Pour plus de détails sur les machines employées sur les bateaux et les navires, nous renverrons au *Traité des appareils à vapeur de navigation* de M. Ledieu.

§ IX. — *Machines à vapeur rotatives.*

128. Plusieurs tentatives ont été faites par divers constructeurs en vue de trouver, pour les machines à vapeur, des dispositions telles que la vapeur communique directement au récepteur un mouvement de rotation, en supprimant ainsi les pièces à mouvement alternatif, par suite le volant. On réduirait ainsi le prix d'acquisition d'une machine en même temps que l'on supprimerait des pertes de travail dues aux frottements et aux vibrations des pièces oscillantes.

Le grand inconvénient que présentent ces machines résulte de l'usure, avec le temps, des parties frottantes, et, dès que la vapeur peut pénétrer entre elles, la machine devient défectueuse.

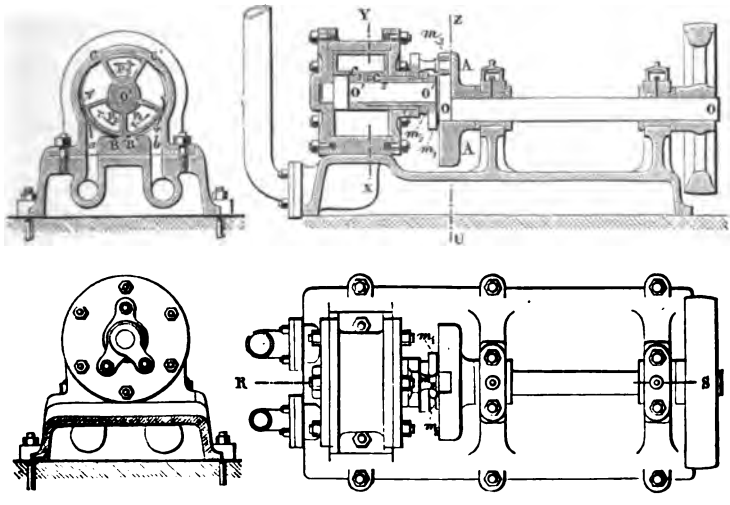
Il ne faut pas songer à employer des turbines à vapeur; car, pour que leur rendement soit convenable, il faudrait leur donner une vitesse qui se trouve dans un rapport déterminé avec la vitesse d'écoulement de la vapeur; or cette dernière est considérable, même lorsque la pression dans la chaudière atteint sa plus petite valeur pratique; le récepteur devrait être ainsi animé d'une vitesse de rotation exorbitante et par suite inacceptable.

Il est donc nécessaire, dans une machine rotative, de faire agir la vapeur par pression sur le récepteur, au lieu de lui donner de la vitesse pour venir frapper cet organe. Jusqu'ici, on n'a construit de semblables machines que pour de faibles puissances, et principalement en vue de faire mouvoir des pompes rotatives qui sont très-avantageuses lorsque l'on a à élever de grandes masses d'eau à une faible hauteur. Nous nous bornerons à citer ici deux machines rotatives, l'une en raison de son caractère d'ancienneté et de la manière remarquable dont l'étude en a été faite, et l'autre parce qu'elle est à la mode du jour.

129. ***Machine de MM. Minary frères.*** — Cette machine est très-intéressante à bien des points de vue : elle a été conçue en 1838 (époque à laquelle on commençait à peine à s'occuper des machines de ce genre) par deux jeunes gens âgés de vingt à vingt-quatre ans; l'étude en est complète; la disposition adoptée est des plus logiques, comme nous l'établirons plus loin.

Sur l'une des extrémités de l'arbre moteur OO (*fig.* 189),

Fig. 189.

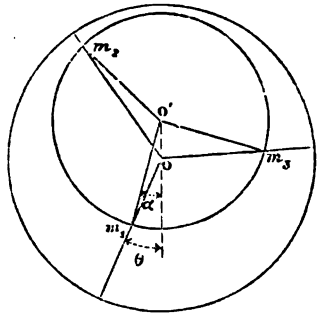


extérieurement au palier correspondant, est monté un plateau AA, sur la face libre duquel on a pratiqué trois rainures radiales identiques, à section rectangulaire, dont les axes de figure font, de l'une à l'autre, un angle de 120 degrés.

Dans chaque rayure se trouve ajusté, à égale distance pour toutes trois de l'axe de rotation, un maneton qui s'engage dans une coulisse formant manivelle. Les trois manivelles m_1, m_2, m_3 sont identiques et tournent autour d'un axe horizontal O'O' compris dans le même plan vertical que celui de l'arbre moteur, mais qui se trouve à une certaine hauteur au-dessus de ce dernier; nous appellerons *excentricité* cette hauteur, pour simplifier le langage.

Les manivelles $O'm_1$, $O'm_2$, $O'm_3$ sont respectivement montées sur un arbre dont l'axe est $O'O'$, sur un canon c_2 enveloppant cet arbre, et sur un canon c_3 plus court glissant sur le précédent.

Fig. 190.



L'arbre O' et les canons c_2, c_3 portent, à leurs extrémités opposées à l'arbre OO, trois pistons en bronze P_1, P_2, P_3, identiques, dont la section transversale affecte la forme d'un secteur circulaire; les lignes médianes des profils de ces pistons sont parallèles à celles des manivelles correspondantes.

Les pistons se meuvent dans une boîte cylindrique de même longueur, qui leur est concentrique, mais qui est excentrée sur une partie de son périmètre; ils se meuvent à frottement doux sur l'autre partie; moyennant une certaine modification facile à comprendre, on pourrait, au moyen de ressorts, comme dans les machines Corliss, compenser les effets de l'usure, quoique, en réalité, cela ne soit pas bien nécessaire, la pression exercée par les surfaces en contact devant être très-faible.

Vers le bas de l'enveloppe, de part et d'autre du plan vertical OO et O'O', à droite et à gauche sur la figure, se trouvent les lumières d'admission et d'échappement a et b, qui sont identiques.

L'enveloppe est excentrée cylindriquement, à partir de ces lumières, sur les portions circulaires BC, B'C', de manière à permettre l'arrivée de la vapeur, d'une part, et de l'autre, de lui donner issue dans l'atmosphère ou dans le condenseur, après avoir exercé son action sur le récepteur.

Si la vapeur arrive de la chaudière entre deux pistons qui s'écartent l'un de l'autre, elle développera un travail moteur; si l'inverse a lieu du côté de la lumière d'échappement, la vapeur qui a travaillé sera refoulée au dehors.

La machine peut être à détente fixe.

Elle est construite de manière qu'il n'y a pas de période de compression de la vapeur.

Nous allons maintenant en étudier les effets.

Soient (*fig.* 190)

θ l'angle formé par la rainure Om_1 avec la partie inférieure $O'O$ de la verticale du point O';

α_1, α_2, α_3 les angles estimés dans le sens du mouvement de la machine, c'est-à-dire de la gauche vers la droite, formés par les manivelles $O'm_1$, $O'm_2$, $O'm_3$ avec $O'O$;

r le rayon de ces manivelles;

e l'excentricité $O'O$;

ε le rapport $\frac{e}{r}$.

Le triangle $OO'm_1$ donne

$$\sin(\theta - \alpha_1) = \varepsilon \sin\theta;$$

d'où

$$\alpha_1 = \theta - \arcsin(\varepsilon \sin\theta),$$

et, en développant en série,

$$\alpha_1 = \theta - \varepsilon\sin\theta - \frac{\varepsilon^3 \sin^3\theta}{6} - \frac{3}{40}\varepsilon^5 \sin^5\theta - \frac{15}{336}\varepsilon^7 \sin^7\theta.$$

Si nous supposons, comme dans la *fig.* 189, que ε ne dépasse pas $\frac{1}{2}$, nous pourrons nous contenter de la formule approximative

$$\alpha_1 = \theta - \varepsilon\sin\theta. \tag{1}$$

Pour obtenir α_2 et α_3, il suffit de remplacer successivement, dans cette formule, θ par $\theta + \frac{2}{3}\pi$, $\theta + \frac{4}{3}\pi$, ce qui donne

$$\alpha_2 = \theta + \tfrac{2}{3}\pi + \varepsilon\sin(\theta - 60^\circ), \tag{1'}$$

$$\alpha_3 = \theta + \tfrac{4}{3}\pi + \varepsilon\sin(\theta + 60^\circ). \tag{1''}$$

Il est facile de voir, d'après ces formules, que si θ augmente de 120 degrés, le piston $O'm_3$ vient remplacer $O'm_1$ dans sa position primitive, tandis que $O'm_2$ remplace $O'm_3$.

Soient maintenant

$$\beta_1 = \alpha_2 - \alpha_1, \quad \beta_2 = \alpha_3 - \alpha_2, \quad \beta_3 = 360^\circ - \alpha_3 + \alpha_1$$

les angles $m_1O'm_2$, $m_3O'm_3$, $m_2O'm_1$; en posant

$$\mu = 2\varepsilon\cos 30^\circ, \tag{2}$$

nous aurons

$$\beta_1 = \tfrac{2}{3}\pi + \mu\sin(\theta - 30^\circ), \tag{3}$$

$$\beta_2 = \tfrac{2}{3}\pi + \mu\sin(\theta + 90^\circ), \tag{3'}$$

$$\beta_3 = \tfrac{2}{3}\pi - \mu\sin(\theta + 30^\circ). \tag{3''}$$

Nous pouvons supposer maintenant que $O'm_1$, $O'm_2$, $O'm_3$ représentent les axes des figures des pistons P_1, P_2, P_3.

Soient λ l'angle au centre de chaque piston; σ_1, σ_2, σ_3 ceux qui correspondent aux intervalles compris entre les pistons P_1 et P_2, P_2 et P_3, P_3 et P_4; en vertu des relations précédentes, on a

$$\sigma_1 = \tfrac{2}{3}\pi + \mu\sin(\theta - 30^\circ) - \lambda, \tag{4}$$

$$\sigma_2 = \tfrac{2}{3}\pi + \mu\sin(\theta + 90^\circ) - \lambda, \tag{4'}$$

$$\sigma_3 = \tfrac{2}{3}\pi - \mu\sin(\theta + 30^\circ) - \lambda. \tag{4''}$$

On peut substituer ces angles aux volumes des intervalles correspondants.

Supposons maintenant que l'on fasse croître θ à partir de zéro; σ_1 croît, atteint son maximum pour $\theta = 120^\circ$ et son minimum pour $\theta = 300^\circ$; la valeur de σ_1 est maximum pour $\theta = 0$ et minimum pour $\theta = 180^\circ$; enfin σ_3 croît à partir de $\theta = 0$ jusqu'à $\theta = 60^\circ$, et décroît à partir de là jusqu'à ce que l'on ait $\theta = 240^\circ$.

Les trois minimum sont évidemment égaux, et l'on obtiendra pour λ la plus grande valeur que l'on puisse lui attribuer en exprimant que les minimum sont nuls, ce qui donne

$$\lambda = \tfrac{2}{3}\pi - \mu. \tag{5}$$

L'action de la vapeur sur P_1 ne peut se continuer au delà de la position de ce piston correspondant à $\theta = 120°$, parce qu'il y aurait ou un travail de compression, ou écoulement de la vapeur admise par la lumière d'échappement. Comme on a $\alpha_1 = \frac{2}{3}\pi - \varepsilon \cos 30° = \frac{2}{3}\pi - \frac{\mu}{2}$, l'angle au centre de la lumière d'admission devra être au plus égal à $\frac{2\pi}{3} - \frac{\mu}{2} + \frac{\lambda}{2}$, ou, en admettant la valeur (5) $\pi - \frac{3}{2}\mu$, selon que cet angle sera égal ou inférieur à la limite supérieure, la machine sera à détente ou sans détente.

Pour qu'il n'y ait pas de travail de compression entre P_1 et P_2, il faut que la lumière d'échappement soit sur le point de se démasquer pour $\theta = 120°$.

Pour cette valeur, on a

$$2\pi - \alpha_2 = \pi - \frac{\mu}{2};$$

l'angle au centre correspondant à la lumière d'échappement est, par suite,

$$\pi - \frac{\mu}{2} + \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{3} - \mu.$$

Soient maintenant

p_0 la pression de la vapeur admise;
p' la contre-pression;
a le produit de la largeur des pistons par leur rayon moyen;

La pression p_0 exerce son action sur P_1 à partir du moment où l'on a $\alpha_1 = -\frac{\lambda}{2}$, jusqu'à ce que l'on ait $\alpha_1 = \frac{2}{3}\pi + \mu$, valeur qui correspond à l'angle $\theta = 120°$.

L'augmentation éprouvée par le volume (P_1, P_2) étant

$$a\left(\tfrac{2}{3}\pi + \mu + \frac{\lambda}{2}\right),$$

on a, pour le travail de la pression p_0,

$$(a) \qquad ap_0\left(\tfrac{2}{3}\pi + \mu + \frac{\lambda}{2}\right).$$

La pression p' exerce son action entre les limites

$$\alpha_1 = \tfrac{2}{3}\pi + \mu \quad \text{et} \quad \alpha_1 = 2\pi - \frac{\lambda_2}{2},$$

d'où le travail négatif

$$(b) \qquad -ap'_1\left(\tfrac{4}{3}\pi - \mu - \frac{\lambda}{2}\right).$$

Si ρ_0 est le poids spécifique de la vapeur saturée sous la pression p_0, η_0 la proportion d'eau que renferme la vapeur d'admission, le travail produit par 1 kilogramme de cette dernière vapeur sera

$$(6) \qquad \mathfrak{T} = \frac{\eta_0}{\rho_0}\left(p_0 - \frac{\tfrac{4}{3}\pi - \mu - \frac{\lambda}{2}}{\tfrac{2}{3}\pi + \mu + \frac{\lambda}{2}}p'\right).$$

En admettant la valeur de λ donnée par la formule (5), comme le supposent à très-peu près MM. Minary, cette formule devient

$$(6') \qquad \mathfrak{T} = \frac{\eta_0}{\rho_0}\left(p_0 - \frac{\pi - \frac{\mu}{2}}{\pi + \frac{\mu}{2}}p_1\right).$$

Soit n le nombre de tours exécutés par minute par l'arbre moteur; le travail de la vapeur par seconde évalué en chevaux s'obtiendra en multipliant la somme des expressions (a) et (b) par $\frac{3n}{60 \times 75} = \frac{n}{1500}$, ce qui donne

$$(7) \qquad \frac{an}{1500}\left[p_0\left(\tfrac{2}{3}\pi + \mu + \frac{\lambda}{2}\right) - p'\left(\tfrac{4}{3}\pi - \mu - \frac{\lambda}{2}\right)\right].$$

Si l'on prend, avec MM. Minary, $\varepsilon = \frac{1}{2}$ ou $\mu = 0{,}886$, la formule (5) donne, pour la valeur maximum de λ, le nombre 1,2084, ce qui correspond à un angle de 68°73′. Dans ce cas particulier, la formule (6) donne

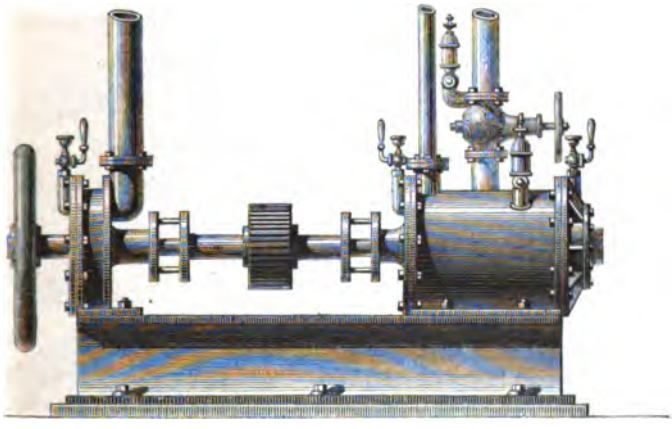
$$\mathfrak{T} = \frac{\eta_0}{\rho_0}(p_0 - 0{,}75p');$$

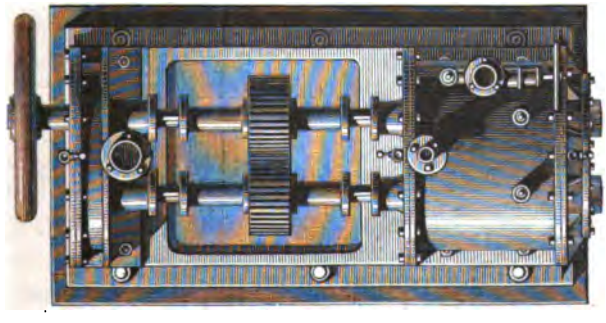
le travail de la contre-pression n'est ainsi que les $\frac{3}{4}$ de celui

qui est développé dans les machines à cylindre, toutes choses égales d'ailleurs, ce qui est très-favorable au système que nous venons d'étudier.

130. *Machine Behrens.* — Cette machine(*fig.* 191 et 192) se compose de deux pistons P, P′ identiques, montés sur deux arbres parallèles mis en communication l'un avec l'autre par deux roues dentées également identiques; les pistons sont ainsi animés de rotations égales et de sens contraire. Chacun

Fig. 191.



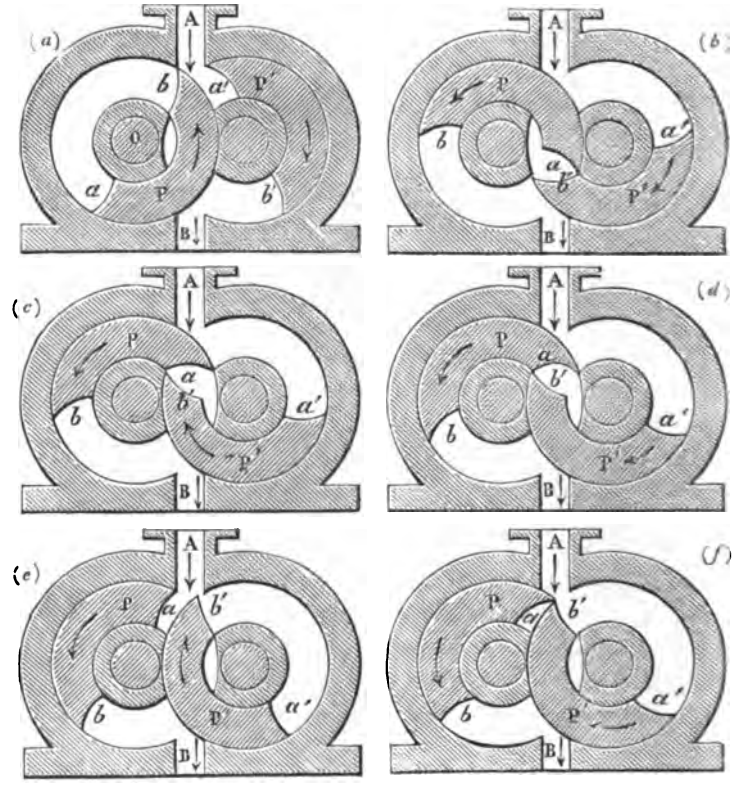


d'eux a la forme d'une portion de cylindre annulaire, porte un moyeu à l'une de ses extrémités pour le placer sur l'arbre fixe

autour duquel il doit tourner. Sa surface intérieure reste en contact avec une douille qui fait corps avec l'arbre. Sa surface extérieure reste également en contact avec la paroi intérieure d'une portion de cylindre creux. L'ensemble des deux cylindres creux est d'une seule pièce. Les tuyaux d'arrivée A et de sortie B de la vapeur, opposés l'un à l'autre, se trouvent sur les intersections des deux cylindres. Dans chaque douille fixe, on a pratiqué une entaille destinée à laisser passer à frottement doux l'autre piston.

Dans la position indiquée dans la *fig.* 192 (*a*) la vapeur agit sur

Fig. 192.



la surface *a'* du piston P' qui conduit dès lors P, la pression

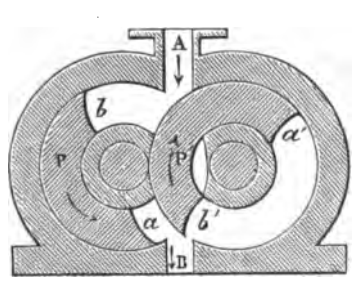
de vapeur comprise dans le vide *ab* déterminé par ce dernier ne produisant aucun effet.

Dans les *fig.* (*b*) et (*c*) la vapeur agit toujours sur la surface *a'*, mais la vapeur comprise dans le volume *a*, *b* se rend dans le tuyau d'échappement.

Dans la *fig.* (*d*), le piston P' est engagé dans l'entaille de la douille de P, qui est sur le point de recevoir l'action de la vapeur sur sa face *a*; la vapeur agit sur cette face dans la *fig.* (*e*), tandis qu'elle n'exerce plus aucune action sur P' qui est alors commandé par P.

Il est vrai que pendant un temps très-court, *fig.* 192 (*f*), la

Fig. 192 (*g*).



vapeur n'exerce aucune action; mais la double rotation continue en vertu de la vitesse acquise; bientôt la vapeur agit sur *a*; *a'b'* est mis en communication avec le tuyau d'échappement, et ainsi de suite.

On peut rendre cette machine à détente, soit en plaçant sur le tuyau A une valve mue par un excentrique calé sur un des arbres, soit en formant la machine de deux cylindres juxtaposés, dont l'un est d'une capacité quatre ou cinq fois plus grande que l'autre; la vapeur agit alors constamment dans le petit cylindre à pleine pression et se rend ensuite dans le grand pour se détendre, comme cela a lieu dans la machine de Woolf.

La disposition adoptée par M. Behrens est applicable aux pompes élévatoires.

On peut adapter un condenseur à la machine rotative, en

montant la pompe à air, appartenant au même système, sur les arbres de cette machine.

Un grand nombre de machines Behrens ont été construites aux États-Unis et en France et ont donné des résultats très-satisfaisants.

CHAPITRE VIII.

DES MACHINES A AIR CHAUD.

131. L'emploi de la vapeur d'eau comme véhicule de la chaleur dans les machines thermiques présente les inconvénients suivants :

1° Le générateur, accessoire obligé de la machine, est une cause de dangers et exige une surveillance et un soin particuliers.

2° La température dans la chaudière ne peut guère dépasser celle de 180°,31 qui correspond à la pression de 10 atmosphères, tandis que la température dans le condenseur ne peut pas être au-dessous de 25 degrés; d'où une limite au rendement théorique maximum, par suite au rendement théorique de la machine.

3° Pratiquement, il paraît à peu près impossible de donner à une machine à vapeur une disposition qui se rapproche suffisamment de celle qui correspondrait au rendement maximum, pour des températures déterminées du générateur et du condenseur.

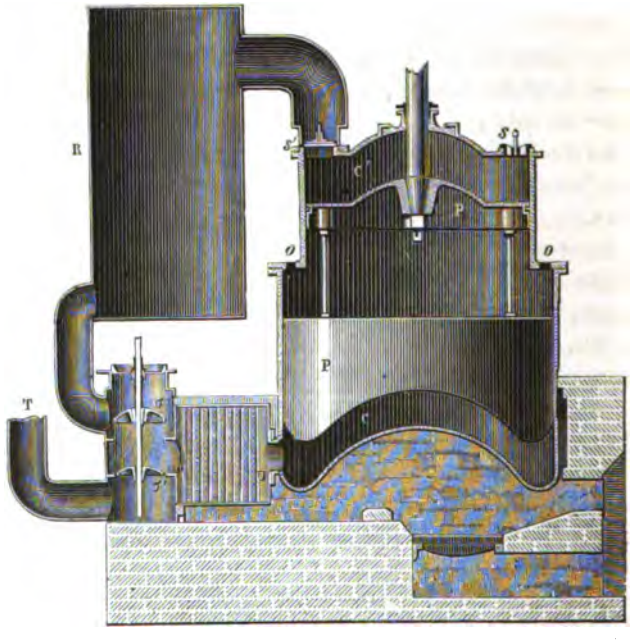
On peut supprimer les deux premiers de ces inconvénients en substituant à la vapeur de l'air ambiant porté à la haute température d'un foyer sous une faible pression, et atténuer le troisième à l'aide d'un appareil appelé *régénérateur*.

Néanmoins, les machines à air chaud n'ont pas donné, au point de vue économique, des résultats plus avantageux que les machines à vapeur, et c'est pourquoi il n'en est plus question pour ainsi dire qu'au point de vue historique. Néanmoins, nous allons indiquer sommairement les principaux types des machines à air chaud.

132. ***Machine à air chaud d'Éricsson.*** — Cette machine (*fig.* 193) se compose de deux systèmes verticaux de pistons et de cylindres dont les tiges sont articulées à un balancier, comme cela a lieu pour les tiges des pistons de la machine de Woolf.

Dans la composition de chaque système est une enveloppe formée entre deux cylindres de diamètres différents; celui C de ces cylindres, qui a le plus grand diamètre, est disposé au-dessus d'un foyer et supporte l'autre cylindre C'. Les pistons

Fig. 193.



P et P' de ces deux cylindres sont réunis par des tringles métalliques; le piston inférieur est formé d'une enveloppe métallique renfermant des matières peu perméables à la chaleur, telles qu'un mélange de charbon de bois et d'argile pulvérisés; c'est la tige du piston P qui est articulée au balancier.

On a pratiqué des ouvertures *oo* dans la couronne qui relie les deux cylindres. La lettre *s* désigne une soupape qui s'ouvre de l'extérieur à l'intérieur et qui permet à l'air at-

mosphérique d'arriver dans le cylindre C'; s' est une soupape qui s'ouvre de bas en haut et qui permet de faire communiquer C' avec un réservoir d'air R; ce réservoir est mis en communication, par le bas, avec la chapelle de la soupape σ au-dessous de laquelle se trouve une soupape σ'; ces deux soupapes, qui s'ouvrent de bas en haut, sont commandées par la machine. Le dessous de la soupape σ' est mis en communication avec l'air extérieur par un tuyau T, et l'intervalle des deux soupapes avec une capacité en relation avec le cylindre C, renfermant un grand nombre de disques en fil de fer qui constituent le *régénérateur* U.

Pour mettre la machine en mouvement, on fait d'abord du feu sur la grille pendant deux heures environ, pour communiquer au régénérateur la quantité de chaleur voulue; on comprime ensuite dans le réservoir R, au moyen d'une pompe à bras, de l'air que l'on amène à une pression de $1\frac{1}{2}$ atmosphère environ, puis on ouvre la soupape σ : l'air comprimé traverse le régénérateur, s'échauffe, se dilate en pénétrant dans le cylindre C', et soulève le piston P invariablement relié à P'; la soupape s' s'ouvre et R reçoit un nouvel approvisionnement d'air. Quand le double piston est sur le point d'arriver à l'extrémité de sa course ascendante, σ se ferme; σ' ne s'ouvre que lorsque la course est terminée; l'air chaud et détendu de C' traverse le régénérateur qui continue à être chauffé par le foyer, auquel il abandonne la plus grande partie de sa chaleur, et se rend par σ' dans l'atmosphère, en même temps que le double piston redescend par son propre poids; lorsque ce piston est sur le point d'arriver à fond de course, σ s'ouvre, et les choses se passent de la même manière que plus haut, et ainsi de suite.

Pour que la machine ne produise pas un travail illusoire, il faut que l'air agissant sous le piston P' ait une température au moins égale à 250 degrés et que l'on peut porter à 300 degrés; mais à cette température les huiles et les graisses, quoique ne se décomposant qu'à 400 degrés, arrivent à un tel état de fluidité que leurs propriétés lubrifiantes perdent en grande partie leur efficacité; d'où des fuites nombreuses qui rendent la machine défectueuse. A cet inconvénient s'ajoute celui

d'exiger de grandes dimensions relatives pour une machine d'une puissance déterminée.

Dans une expérience faite au Havre sur une machine d'Ericsson de 3 chevaux, on a reconnu que la proportion de 0,30 de la chaleur développée par le combustible était utilisée pour le chauffage; que la machine utilisait 31 pour 100 de cette chaleur; et enfin que la machine ne transmettait à l'arbre que 30 pour 100 du travail moteur, soit un rendement définitif de 3,6 pour 100, résultat supérieur à celui que donnent les machines à vapeur d'une faible puissance.

Les considérations théoriques suivantes ne doivent être considérées que comme un simple aperçu, attendu qu'elles reposent sur des hypothèses plus ou moins plausibles et qui ne peuvent conduire qu'à des approximations.

Nous supposerons : 1° que les températures T et $t < T$ de la toile la plus voisine et la plus éloignée du piston P restent sensiblement constantes; 2° que l'air sous ce piston, dans son oscillation ascendante, reste à la température T; 3° que le volume de l'air contenu dans le régénérateur se trouve à la température moyenne $\frac{T+t}{2}$.

Soient

α le coefficient de dilatation des gaz;

p_a, t_a la pression et la température de l'air atmosphérique;

Π_a le poids spécifique de l'air sous la pression p_a et à la température zéro;

Ω, Ωk les sections des cylindres C et C';

H la course des deux pistons;

Ωv l'espace nuisible du cylindre C;

Ωr le volume compris entre les soupapes σ et s';

τ la température, sensiblement constante, de la masse d'air contenue dans ce volume;

$\Omega r'$ le volume de l'air que renferme le régénérateur;

$\Omega r''$ le volume compris entre les deux soupapes σ, σ' et de la toile la plus éloignée du piston;

z le chemin parcouru à un instant quelconque par les deux pistons à partir du moment où ils étaient en leur point le plus bas;

p la pression correspondante dans le réservoir R, que nous supposerons égale à celle qui s'exerce sur la face supérieure du piston P', ce qui est une nouvelle hypothèse;

p_m la valeur moyenne de p qui est sensiblement constante.

Nous avons maintenant trois périodes à étudier :

Première période. — Le piston P s'élève à partir de son point le plus bas, et la soupape s reste fermée.

Le poids de l'air compris entre s' et P' est

$$(a)\quad \frac{\Pi_a}{p_a}\Omega(z+\nu)\frac{p}{1+\alpha T}+\frac{\Pi_a}{p_a}\Omega(r+\nu'')\frac{p}{1+\alpha\tau}+\Omega r'\frac{\Pi_a}{p_a}\frac{p}{1+\alpha\dfrac{T+t}{2}};$$

or, lorsque le piston était au bas de sa course, que les soupapes σ et s' étaient fermées, on avait, sous le piston, le volume d'air $\Omega\nu$ à la température T et à la pression p_a; dans le régénérateur, le volume $\Omega r'$ à la même pression, mais à la température $\dfrac{t+T}{2}$; le volume $\Omega r''$ à la température t et toujours sous la pression p_a; enfin le volume Ωr à la pression p_m et à la température t_a; d'où, pour le poids total,

$$(b)\qquad \frac{\Pi_a\Omega\nu}{1+\alpha T}+\Pi_a\frac{\Omega r'}{1+\alpha\dfrac{T+t}{2}}+\Pi_a\frac{\Omega r''}{1+\alpha t}+\frac{\Pi_a}{p_a}\frac{\Omega r p_m}{1+\alpha\tau}.$$

Comme ce poids est égal au précédent, on obtient une relation d'où l'on déduit

$$(1)\qquad \frac{p}{p_a}=\frac{M+\dfrac{r}{1+\alpha\tau}\dfrac{p_m}{p_a}}{\dfrac{z}{1+\alpha t}+M+\dfrac{r}{1+\alpha\tau}},$$

en posant, pour abréger,

$$(2)\qquad M=\frac{\nu}{1+\alpha T}+\frac{r''}{1+\alpha t}+\frac{r'}{1+\alpha\dfrac{T+t}{2}},$$

On voit que la pression p varie peu en raison de la grandeur relative de r.

La soupape s' sera sur le point de se soulever lorsque l'air contenu dans C' primitivement à la température t_a et sous la

pression p_a, comprimé par le piston P', atteindra la pression p_m à la température τ; la valeur correspondante de z, que nous désignerons par h, sera donnée par l'équation

$$\frac{Hp_a}{1+\alpha t_a} = \frac{(H-h)p_m}{1+\alpha\tau}, \tag{3}$$

et il sera facile alors de calculer le travail

$$\mathfrak{C}_1 = \Omega \int_0^h p\,dz \tag{4}$$

produit dans la période considérée et dont nous nous dispenserons d'écrire l'expression.

Deuxième période. — La soupape s' est ouverte jusqu'au moment où σ se ferme.

Le poids de l'air compris dans le cylindre C' est

$$\frac{\Pi_a}{p_a}\frac{\Omega K(H-z)}{1+\alpha\tau}p. \tag{a'}$$

Au commencement de la course, le poids de l'air contenu dans le même cylindre était

$$\Pi_a \frac{\Omega K - H}{1+\alpha t_a}. \tag{b'}$$

En égalant la somme des expressions (a) et (a') et la somme des expressions (b) et (b'), on exprimera que le poids de l'air contenu dans tout l'appareil n'a pas varié depuis le commencement de la course, et l'on trouve ainsi

$$\frac{p}{p_a} = \frac{M + \dfrac{kH}{1+\alpha t_a}}{+M\left(\dfrac{1}{1+\alpha t} - \dfrac{K}{1+\alpha\tau}\right)z + \dfrac{1}{1+\alpha\tau}(r+kH)}, \tag{5}$$

valeur dans laquelle le coefficient de z sera généralement négatif.

Si h' est la valeur connue de z correspondant au moment où σ se ferme, le travail développé de la seconde période sera

$$\mathfrak{C}_2 = \Omega \int_h^{h'} p\,dz, \tag{6}$$

dont il est facile de trouver l'expression.

Troisième période. — La soupape σ est fermée. L'air se détend sous le piston; nous admettrons que la quantité de chaleur qui lui est communiquée par le foyer compense l'abaissement de température résultant de l'hypothèse d'une détente sans perte ni gain de chaleur.

Pour obtenir p, il suffira de supposer $r=0$ dans l'équation (1), et l'on trouvera facilement l'expression du travail

$$\mathfrak{C}_3 = \Omega \int_{h'}^{H} p\,dz \tag{7}$$

effectué pendant la troisième période.

Avant que la soupape s' soit ouverte, le travail de la contre-pression est

$$\mathfrak{C}'_1 = -\Omega K \int_0^{h'} p\,dz, \tag{8}$$

p étant donné par la relation

$$\frac{p}{p_a} = \left(\frac{H}{z}\right)^{\gamma},$$

dans laquelle γ représente le rapport des chaleurs spécifiques c, c' de l'air sous pression constante et sous volume constant.

A partir de là et jusqu'à la fin de la course, le travail de la contre-pression est

$$\mathfrak{C}'_2 = -\Omega K (H - h) P. \tag{9}$$

Dans sa course descendante, le piston P refoule l'air chaud dans l'atmosphère, d'où le travail

$$\mathfrak{C}'_3 = -\Omega p_a H; \tag{10}$$

mais la pression atmosphérique, en s'exerçant sur le piston P', développe le travail

$$\mathfrak{C}'_4 = \Omega K p_a H. \tag{11}$$

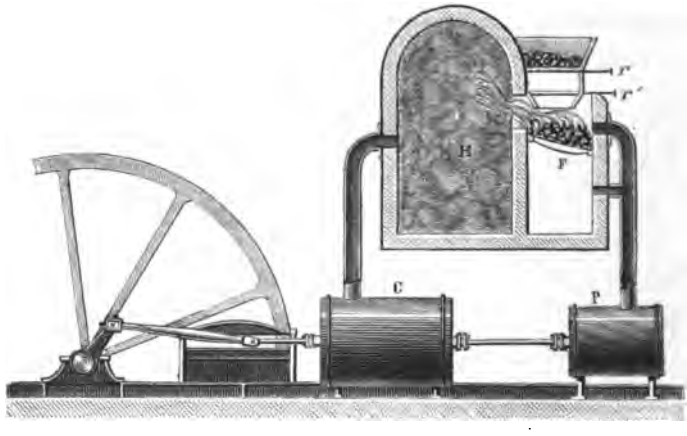
On obtiendra donc le travail total $\mathfrak{C}$ correspondant à une oscillation complète du piston, en faisant la somme des expressions (4), (6), (7), (8), (9), (10) et (11).

133. ***Machine à air chaud de M. Belou.*** — Cette machine a non-seulement pour but, comme les précédentes, d'utiliser

dans les meilleures conditions la chaleur fournie par les foyers, mais encore de réduire autant que possible la quantité de chaleur enlevée par la fumée.

Elle se compose d'un cylindre horizontal de machine à vapeur C (*fig.* 194), d'une pompe à air P montée sur la tige du piston. Cette pompe envoie de l'air par une conduite, qui se bifurque, sur la grille et en dessous; le combustible, placé dans une trémie, est introduit dans le foyer en tirant, puis repoussant un premier registre *r*, de manière à le faire passer dans une chambre déterminée par ce registre, et un second registre *r'* que l'on n'a plus qu'à ouvrir et à fermer; on évite ainsi les déperditions de gaz pendant le chargement. Les gaz, provenant de la distillation et de la combustion de la houille et l'air en excès, se

Fig. 194.



rendent dans une chambre H, où l'équilibre de température s'établit. Ces gaz se rendent ensuite dans le cylindre C et agissent sur le piston d'abord à pleine pression, puis en se détendant.

Soient

p_a la pression atmosphérique;

Π_a la densité de l'air sous cette pression à la température zéro;

t_a la température ambiante;

T la température qui, pratiquement, ne doit pas atteindre 280 degrés, et P la pression des gaz dans la chambre H.

Conservons d'ailleurs à c, c', γ les mêmes significations que ci-dessus.

La compression de l'air dans la pompe P lui fait prendre une température τ supérieure à t_a donnée par la relation

$$\frac{273+\tau}{273+t_a}=\left(\frac{p}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \tag{1}$$

Si χ est le poids d'air employé par kilogramme de combustible pour l'élever de τ à T°, il a absorbé la quantité de chaleur

$$\eta=\chi c(T-\tau), \tag{2}$$

qui n'est autre chose que le pouvoir calorifique du combustible.

On peut pousser, comme nous le supposerons, la détente dans le cylindre jusqu'au point où sa pression est devenue égale à p_a; la température t que prend le gaz à la fin de la détente est donnée par la formule

$$\frac{273+t}{273+T}=\left(\frac{p_a}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \tag{3}$$

Or nous avons pris l'air à la température t_a et sous la pression p_a; il sort de l'appareil sous la même pression, à la température t : la quantité de chaleur perdue inutilement est, par suite,

$$\chi c(t-t_a). \tag{4}$$

La quantité de chaleur utilisée est la différence entre les expressions (2) et (4), et, en la divisant par la première de ces expressions, on obtient, pour le rendement calorifique,

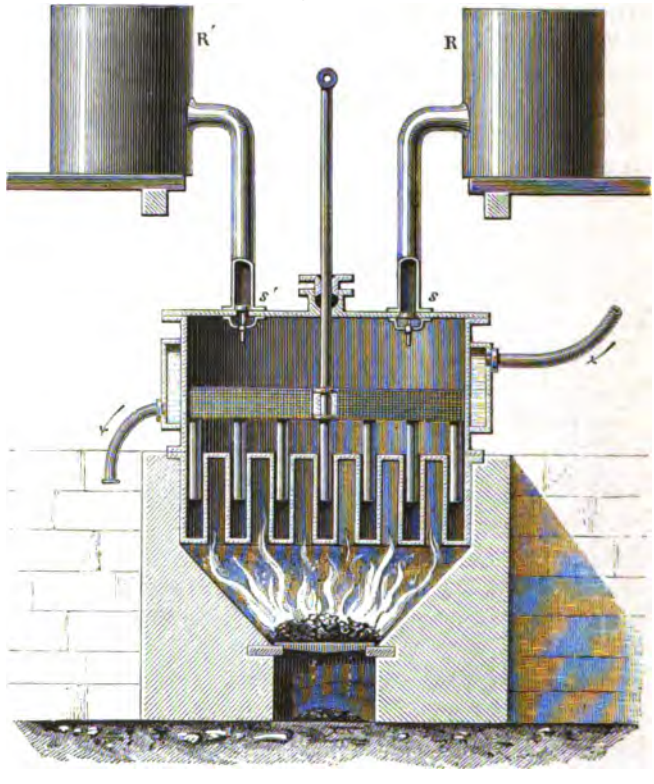
$$\mu=1-\frac{t-t_a}{T-\tau} \tag{5}$$

ou, en éliminant t et τ au moyen des formules (1) et (3),

$$\mu=1-\left(\frac{p_a}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \tag{6}$$

134. *Machine à air chaud de M. Lemoine.* — Cette machine (*fig.* 195) se compose d'un cylindre vertical placé au-dessus d'un foyer; le fond intérieur de ce cylindre est muni de tubes verticaux communiquant avec l'intérieur du cylindre et fermés à leurs extrémités inférieures.

Fig. 195.



Le piston, qui glisse dans le cylindre sans en toucher les parois, est formé de disques de toiles métalliques superposés, semblables à ceux du réchauffeur d'Éricsson, maintenus dans une monture; des cylindres pleins verticaux, fixés à la face inférieure du piston, viennent, lorsque ce dernier est à fond de course, s'engager dans les tubes du fond inférieur du cylindre.

La paroi latérale de ce cylindre est enveloppée par un manchon dans lequel circule de l'eau froide, de manière à la maintenir constamment à une basse température.

Le fond supérieur du cylindre est muni de deux soupapes s, s' s'ouvrant, la première de dehors en dedans et la seconde de dedans en dehors, et établissant respectivement la communication entre les réservoirs R, R′ ; le premier de ces réservoirs renferme de l'air à la pression P supérieure ou égale à la pression atmosphérique p_a, et l'autre à une pression P′ plus grande que P.

Supposons que le piston soit au bas de sa course et que le cylindre soit rempli d'air froid à la pression p_a : les toiles métalliques supérieures du piston sont froides, tandis que les toiles inférieures sont chaudes. Si l'on élève le piston, la soupape s restera fermée ; il en sera de même de la soupape s', tant que la pression p dans le cylindre n'aura pas atteint la valeur P′, période que nous considérerons d'abord. L'air du cylindre traversera le piston, s'échauffera d'abord aux dépens des toiles métalliques, puis par le contact avec le fond du cylindre, et sa pression ira en augmentant ; à partir du moment où l'on aura $p = P'$, la soupape s' s'ouvrira, livrera passage à une partie de l'air du cylindre pour se rendre dans le réservoir R′. Lorsque le piston redescendra, l'air, en le traversant, y déposera de la chaleur, se refroidira par ce fait et par celui de la dilatation ; la pression, allant en diminuant, deviendra bientôt inférieure à P′ et s' se fermera ; il arrivera ensuite un moment où p deviendra inférieur à P, et alors s s'ouvrira, et le réservoir R, en envoyant de l'air froid à la pression P, compensera le vide qui tend à se produire. Enfin, quand le piston sera au bas de sa course, le cylindre sera plein d'air froid à la pression P, et les choses se passeront comme dans la course précédente.

Le résultat définitif d'une oscillation complète du piston est donc de faire passer un certain volume d'air froid du réservoir R dans le réservoir R′, c'est-à-dire de la pression P à la pression P′ ; l'air comprimé dans ce dernier peut être utilisé par un cylindre à double effet semblable à celui des machines à vapeur.

Si l'on prend $P = p_a$, le réservoir R devient inutile ; si l'on

veut avoir $P > p_a$, on comprimera de l'air une fois pour toutes dans R et une pompe commandée par la machine introduira dans ce réservoir la quantité d'air enlevée à chaque double course par R'.

Nous admettrons : 1° que la température t des toiles supérieures du piston et de l'air situé au-dessus de lui reste constante et qu'elle est égale à la température de l'air des réservoirs R, R'; 2° que la température T de l'air au-dessous du piston est constante et égale à celle des toiles métalliques inférieures; 3° que, à chaque instant, la pression a la même valeur p sur les deux faces du piston.

Soient

Π_a le poids spécifique de l'air à 0° sous la pression atmosphérique p_a;

Ω, H la section et la hauteur du cylindre;

z le chemin parcouru par le piston à partir du moment où il était en contact avec le fond inférieur du cylindre.

En exprimant que la somme des poids de l'air qui se trouvent en contact avec les deux faces du piston est la même qu'au commencement de la course, on a

$$\frac{\Pi_a}{p_a}\frac{\Omega z p}{1+\alpha T}+\frac{\Pi_a}{p_a}\frac{\Omega(H-z)p}{1+\alpha t}=\frac{\Pi_a}{p_a}\frac{\Omega H P}{1+\alpha t};$$

d'où

$$(1)\qquad z=\frac{H(1+\alpha T)}{\alpha(T-t)}\left(1-\frac{P}{p}\right),$$

formule qui fera connaître la hauteur à laquelle doit s'élever le piston pour que la pression atteigne une valeur donnée. La hauteur h, pour laquelle la soupape s' sera sur le point de s'ouvrir, sera donnée par la formule (1), en y faisant $p = P'$, d'où

$$(2)\qquad h=\frac{H(1+\alpha T)}{\alpha(T-t)}\left(1-\frac{P}{P'}\right).$$

On peut négliger le très-petit chemin qui est parcouru par le piston dans sa course descendante jusqu'au moment où la soupape s' se ferme. Les poids d'air contenus dans le cylindre res-

pectivement au commencement et à la fin de sa course ascendante étant

$$\frac{\Pi_a}{p_a}\frac{\Omega HP}{1+\alpha t},\quad \frac{\Pi_a}{p_a}\frac{\Omega HP'}{1+\alpha T},$$

la différence ou le poids d'air qui est entré dans R′ est

$$\frac{p_a}{\Pi_a}\Omega H\left(\frac{P}{1+\alpha t}-\frac{P'}{1+\alpha T}\right),$$

et son volume à la pression P′ et à la température t

$$V=\Omega H\left(\frac{P}{P'}-\frac{1+\alpha t}{1+\alpha T}\right). \tag{3}$$

Pour que la machine fonctionne, il faut que cette quantité soit positive ou que $P>\frac{1+\alpha t}{1+\alpha T}P'$.

Dans la partie de la course descendante pour laquelle s reste fermée, on a, en appelant z' le chemin parcouru par le piston,

$$\frac{\Pi_a}{p_a}\frac{\Omega(H-z')p}{1+\alpha T}+\frac{\Pi_a}{p_a}\frac{\Omega z'p}{1+\alpha t}=\frac{\Pi_a}{p_a}\frac{\Omega HP'}{1+\alpha T};$$

d'où

$$z'=\frac{H(1+\alpha t)}{\alpha(T-t)}\left(\frac{P'}{p}-1\right). \tag{4}$$

Si h' représente la valeur de z' au moment où la soupape s est sur le point de se fermer, on a

$$h'=\frac{H(1+\alpha t)}{\alpha(T-t)}\left(\frac{P'}{P}-1\right). \tag{5}$$

A partir de cet instant, le cylindre se remplira d'air froid jusqu'à la fin de sa course.

Proposons-nous maintenant de calculer les quantités de chaleur fournies par le foyer et le piston et celles qui sont enlevées par le réfrigérant.

Lorsque le piston s'élève de dz, le poids de l'air qui se trouve au-dessous du piston se trouve augmenté de

$$\frac{\Pi_a}{p_a}\frac{\Omega}{1+\alpha T}dpz, \tag{6}$$

quantité qui représente le poids de la tranche fluide qui, en

traversant le piston, a été portée, sous la pression p, de la température t_a à la température T. En désignant par c la chaleur spécifique de l'air sous une pression constante, la quantité de chaleur enlevée par cette tranche au piston est

$$dq = c\,(\mathrm{T} - t)\frac{\Pi_a}{p_a}\,\Omega\,\frac{dpz}{1+\alpha t}.$$

En intégrant entre $z = 0$ et $z = \mathrm{H}$, on a, pour la quantité de chaleur fournie par le piston dans sa course ascendante,

$$q = \frac{\Pi_a}{p_a}\,\frac{\mathrm{T} - t}{1+\alpha\mathrm{T}}\,\Omega\mathrm{HP}'. \tag{7}$$

Par suite de l'introduction de la tranche dont le poids est donné par l'expression (6) et qui occupe le volume

$$\frac{\Omega}{p}\,dpz,$$

le volume Ωz du gaz situé sous le piston a éprouvé une variation et est devenu V′; mais on a évidemment

$$\Omega z + \Omega dz = \mathrm{U} + \frac{\Omega}{p}\,dpz,$$

d'où, pour la variation de volume,

$$\mathrm{U} - \Omega z = -\,\Omega z\,\frac{dp}{p}.$$

Cette variation, sans changement de température, correspond à une certaine quantité de chaleur que le foyer seul a dû fournir et qui a pour valeur

$$d\mathrm{Q} = \frac{(\mathrm{U} - \Omega z)\,p}{\mathrm{A}} = -\,\frac{\Omega z}{\mathrm{A}}\,dp,$$

A étant l'équivalent mécanique de la chaleur.

Si l'on remplace dans cette expression z par sa valeur (1), que l'on intègre entre les limites zéro et H, on trouve, pour la quantité de chaleur fournie par le foyer dans l'oscillation ascendante du piston,

$$\mathrm{Q} = -\,\frac{\Omega\mathrm{H}\,(1+\alpha\mathrm{T})}{\mathrm{A}\alpha\,(\mathrm{T} - t)}\left(\mathrm{P}' - \mathrm{P} - \mathrm{P}\log\text{nép}\,\frac{\mathrm{P}'}{\mathrm{P}}\right). \tag{8}$$

Cette quantité étant toujours négative, on en conclut que l'air, loin de recevoir de la chaleur, en restitue au fond du cylindre, ou, si l'on veut, au foyer.

Considérons la course descendante : lorsque le piston descend de dz', le poids de l'air qui se trouve au-dessous de lui augmente de la quantité

$$\frac{\Pi_a}{p_a}\frac{\Omega d(H-z')p}{1+\alpha T},$$

qui représente le poids de la tranche d'air qui a traversé le piston et dont le volume est

$$\frac{\Omega}{p}d(H-z')p.$$

Si V′ est ce qu'est devenu le volume de la masse d'air sous le piston correspondant à la hauteur z', on a

$$\Omega(H-z')+\Omega d(H-z')=V'+\frac{\Omega}{p}d(H-z')p,$$

d'où

$$V'-\Omega(H-z')=\Omega(z'-H)dp.$$

La quantité de chaleur empruntée au foyer pour produire cette variation de volume à température constante est, par suite,

$$dQ=\frac{\Omega}{A}(z'-H)dp.$$

Si l'on remplace z' par sa valeur déduite de la formule (1) que l'on intègre entre les limites $z'=0$, $z=H$ pour lesquelles $p=P'$, $p=P$, on trouve, pour la quantité de chaleur fournie par le foyer pendant la course descendante,

$$(9)\quad Q'=\frac{\Omega H(1+\alpha T)}{A\alpha(T-t)}\left(P'-P-P'\log\text{nép}\frac{P'}{P}\right)+\frac{\Omega H}{A}(P'-P).$$

La somme des deux quantités (8) et (9) ou la quantité totale de chaleur fournie par le foyer dans une oscillation complète du piston est donc

$$(9)\quad Q+Q'=\frac{\Omega H}{A\alpha(T-t)}[P(1+\alpha T)-P'(1+\alpha t)]\log\text{nép}\frac{P'}{P}.$$

Pour produire un travail extérieur, on peut faire agir l'air de R′ à pleine pression dans un cylindre dont l'échappement serait mis en communication avec R; la température ne changera pas et restera égale à t dans la période de pleine pression; mais elle s'abaissera et deviendra τ, pendant l'échappement, lorsque la pression passera brusquement de P′ à P.

Pour déterminer la température τ, nous remarquerons que 1 kilogramme d'air produit, dans cette dernière période, un travail

$$P\left(\frac{\Pi_a}{\rho_a}\frac{P}{1+\alpha\tau}-\frac{\Pi_a}{\rho_a}\frac{P'}{1+\alpha t}\right).$$

L'air n'ayant pu recevoir des corps environnants une quantité appréciable de chaleur, pendant la durée très-courte de l'échappement, le travail précédent doit être considéré comme étant produit aux dépens de la chaleur sensible de l'air; on a donc, en désignant par c' la chaleur spécifique de ce fluide sous volume constant,

$$c'(t-\tau)=\frac{P}{A}\frac{\Pi_a}{\rho_a}\left(\frac{P}{1+\alpha\tau}-\frac{P'}{1+\alpha T}\right);$$

d'où, en se rappelant que

$$\frac{\alpha\Pi_a}{A\rho_a}=c-c',$$

c étant la chaleur spécifique sous pression constante,

$$\tau=\left(\frac{c'}{c}+\frac{c-c'}{c}\frac{P}{P'}\right)t-\frac{c-c'}{\alpha c}\left(1-\frac{P}{P'}\right),$$

ou

$$\tau=\left(\frac{1}{\gamma}-\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{P}{P'}\right)(273+t)-\frac{1}{273}, \qquad (10)$$

en posant $\gamma=\frac{c}{c'}=1{,}41$.

Si les pressions sont presque égales, on a sensiblement $\tau=t$, et l'abaissement de température est presque nul; dans le cas de $P'=2P$, ce qui est un cas limite, on trouve

$$\tau=0{,}855\,t-39°{,}6.$$

Pour que la vapeur d'eau contenue dans l'air ne soit pas

réduite en glace qui viendrait se déposer dans l'échappement, il faut que $\tau > 0$ ou que

$$t > 46°,33.$$

L'abaissement de température serait encore plus rapide si l'on détendait l'air sans perte ni gain de chaleur, comme il est facile de le reconnaître; il convient donc de s'en tenir à la pleine pression.

L'équivalent thermique du travail mécanique produit par la machine est, en ayant égard à la formule (3),

$$\frac{(P' - P)V}{A} = \frac{\Omega H}{A}(P' - P)\left(\frac{P}{P'} - \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha T}\right); \tag{11}$$

d'où, en divisant par la valeur (9), pour le rendement thermique,

$$\mu = \left(1 - \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha T}\right)\left(1 - \frac{\frac{P}{P'}}{\text{log nép.}\,\frac{P'}{P}}\right). \tag{12}$$

Le maximum, par rapport à P', du travail utile ou de l'expression (12) correspond à

$$P' = P\sqrt{\frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha t}}$$

et a pour valeur

$$\frac{\Omega HP}{A}\left(1 - \sqrt{\frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha T}}\right)^2.$$

CHAPITRE IX.

DES MACHINES A GAZ.

135. Lorsqu'une industrie, qui n'a pas de cours d'eau comme auxiliaire, ne doit utiliser de la force motrice que pendant une fraction de la journée, il peut être avantageux de substituer à l'emploi de la machine à vapeur, qui entraîne la dépense de la journée du chauffeur et de l'entretien de la grille, la machine au gaz de l'éclairage. Les produits de la combustion du gaz, en se dilatant et agissant sur un piston, produisent le travail voulu.

Nous allons examiner les principaux types des machines à gaz.

136. *Machine Lenoir.* — Cette machine ne diffère d'une machine à vapeur horizontale que par les organes de distribution et d'échappement.

Un tiroir A (*fig.* 196 et 197), placé dans une boîte de distribution où arrive le gaz, permet l'introduction de ce fluide dans le cylindre, et de l'air par des trous pratiqués latéralement.

En considérant une des faces du piston au moment où la lumière d'admission est fermée, le mélange est enflammé par une étincelle électrique et la détente se produit.

L'échappement a lieu par un autre tiroir A'.

L'étincelle est due à l'interruption d'un courant électrique émanant d'une pile renforcée par une bobine d'induction par l'intermédiaire d'un appareil appelé *distributeur.*

Le distributeur est un cercle en caoutchouc durci (substance qui, comme on le sait, est peu conductrice de l'électricité), ayant une ouverture centrale pour laisser passer l'une

des extrémités de l'arbre moteur; il est muni de deux arcs en cuivre de même rayon, représentant chacun à peu près un quadrant, et d'un cercle en cuivre intérieur non interrompu qui

Fig. 196.

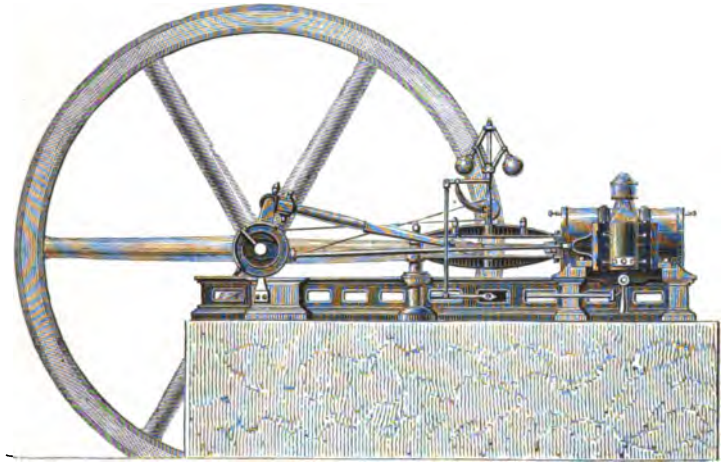
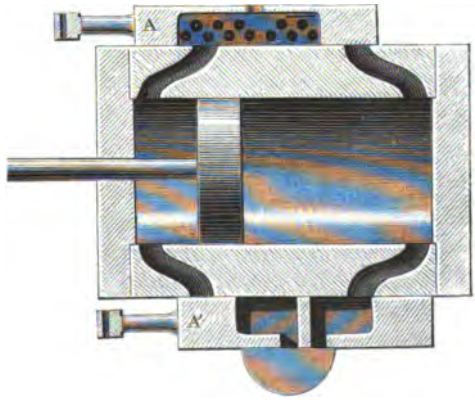


Fig. 197.



reçoit le courant. Une pièce complétement isolée, appelée *frotteur*, assez longue pour toucher à la fois le cercle intérieur et les deux arcs intérieurs, est entraînée dans le mouvement de

l'arbre. Quand cela a lieu, le courant aboutit à l'un ou l'autre des *enflammateurs*, pointes de platine terminant les deux fils du courant et encastrées, avec isolement, dans les deux fonds du cylindre. Les interruptions produisent les étincelles qui doivent enflammer le mélange de gaz et d'air.

Le cylindre est muni d'une enveloppe à circulation d'eau pour empêcher qu'il ne s'échauffe; la circulation est établie par une petite pompe mise en mouvement par la machine.

Le tuyau d'arrivée du gaz présente, à une certaine distance de la machine, un renflement formant réservoir, qui, après chaque introduction, a le temps de se remplir de gaz à sa pression normale. On sait d'ailleurs que l'excès de cette pression sur la pression atmosphérique n'est que de quelques centimètres d'eau.

Dans deux expériences faites par M. Tresca, les consommations en gaz ont été respectivement de 3^{mc}, 166 et de 2^{mc}, 744 par cheval et par heure.

137. *Moteur à gaz de M. Hugon.* — Dans cette machine (*fig.* 198) qui, comme la précédente, est à double effet, le cylindre est alimenté par un mélange d'air et de gaz fait à l'avance, pour chaque cylindrée, dans une sorte de soufflet cylindrique S mis en mouvement par la machine.

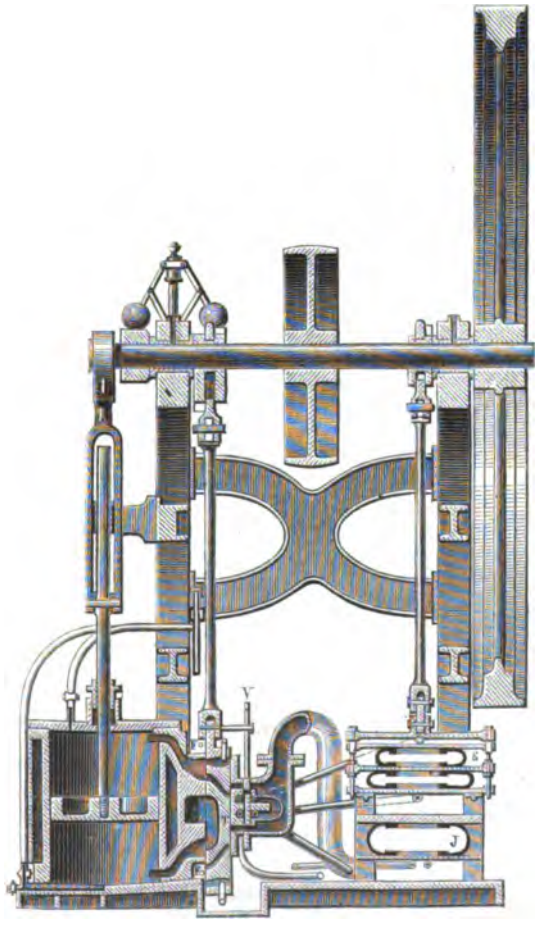
Le mélange est distribué dans le cylindre par un tiroir T dans lequel se trouvent ménagées, en outre des orifices d'admission et d'échappement, deux cavités renfermant chacune un bec alimenté par du gaz à une pression de 0^{m},60 à 0^{m},70 d'eau obtenue au moyen d'un petit soufflet mis en mouvement par la machine.

Ces becs étant allumés déterminent, au moment voulu, l'inflammation du mélange gazeux dans le cylindre; chacun d'eux s'éteint par suite de l'agitation produite par l'inflammation et est ramené au jour lorsque l'autre enflamme le mélange correspondant à l'autre face du piston ; il est rallumé par un bec fixe F.

Le réservoir de gaz pour l'alimentation des becs est en J. Un régulateur à force centrifuge commande le tiroir régulateur V du mélange détonant.

Pour mettre la machine en mouvement, on débraye le soufflet, on comprime une petite quantité de gaz pour allumer les deux becs fixes et l'on ouvre le robinet d'alimentation. On

Fig. 198.



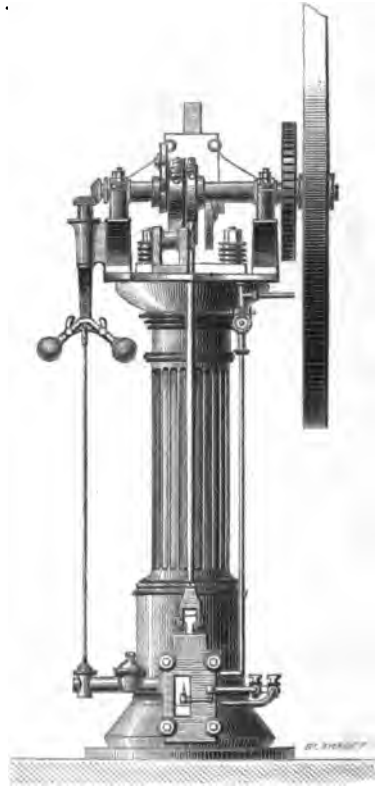
tourne ensuite le volant pour déplacer les deux becs mobiles qui s'éteignent et se rallument par le jeu même de la machine.

L'avantage de cette machine sur la précédente est de ne donner lieu à aucune interruption dans l'inflammation, comme cela arrive quelquefois lorsqu'on se sert de l'étincelle d'induction.

Une machine de 2 chevaux, expérimentée par M. Tresca (1), a dépensé, par cheval et par heure, $2^{mc},6066$ de gaz.

138. *Machine à gaz à simple effet de MM. Otto et Langen.* — Cette machine (*fig.* 199 et 200, qui est à simple effet, se

Fig. 199.



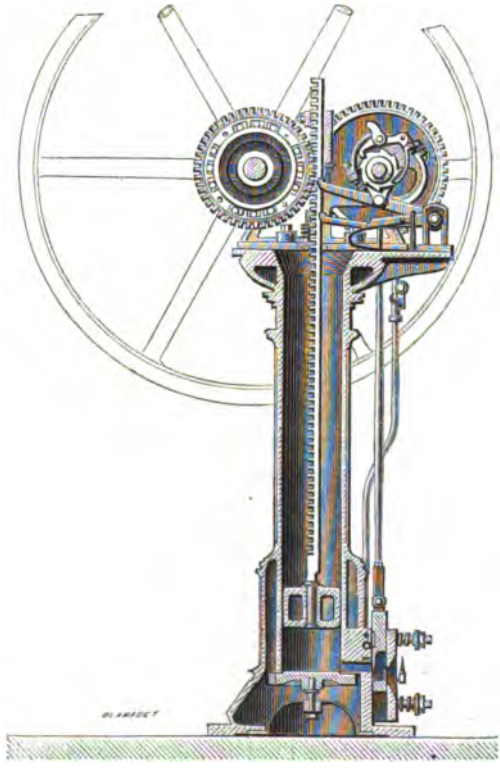
compose d'un cylindre vertical ouvert par le haut, renfermant

(1) *Annales du Conservatoire des Arts et Métiers*, 1866.

un piston sur la surface inférieure duquel agit le mélange explosif.

La tige de ce piston, taillée en crémaillère, engrène avec une roue dentée; la circonférence intérieure de cette roue présente une série d'encoches correspondant à des galets dont

Fig. 200.



les axes sont disposés, suivant une circonférence, sur un plateau monté sur l'arbre moteur.

Les encoches sont disposées de telle manière que le piston ne commande l'arbre que dans sa course descendante.

Le cylindre est entouré à sa partie inférieure, sur une hau-

teur au moins égale à la course du piston, par un manchon dans lequel circule de l'eau froide.

Un tiroir mû par un excentrique, monté sur l'arbre, permet, par deux orifices différents, l'introduction du gaz et de l'air sous le piston à partir de son point le plus bas jusqu'au moment où il est arrivé à une certaine hauteur; il ferme alors les orifices en même temps qu'il met, par une lumière qui le traverse, le bas du cylindre en contact avec l'atmosphère; un bec de gaz constamment allumé, placé très-près du tiroir, détermine l'inflammation du mélange gazeux, et presque en même temps le tiroir ferme la lumière du cylindre.

Par suite de l'explosion, le piston est soulevé et agit sur l'arbre; les gaz de la combustion se détendent, leur pression va en diminuant; cette pression descend même jusqu'à $\frac{2}{3}$ d'atmosphère lorsque le piston a atteint le haut de sa course; ce piston, sous l'action de la pression atmosphérique et de son propre poids, redescend; bientôt le tiroir ouvre la lumière du cylindre pour permettre aux gaz de s'échapper, et ainsi de suite.

D'après M. Tresca, cette machine, dont l'emploi devrait être limité à $\frac{3}{4}$ de cheval, ne consomme que $1^{mc},350$ par cheval et par heure, soit environ moitié de ce que consomment les machines à double effet, ce qui paraît paradoxal au premier abord; mais M. Tresca explique ce fait en faisant observer que la pression des produits de la combustion du gaz descend rapidement au-dessous de 1 atmosphère, et qu'il faut que la machine à double effet dépense une certaine quantité de travail pour vaincre l'excédant de la pression extérieure sur la pression intérieure.

139. *Calcul du travail produit dans une machine à gaz.* — La composition du gaz de l'éclairage est assez variable; nous supposerons la suivante, résultant de l'analyse d'un gaz bien épuré :

Hydrogène bicarboné (C^4H^4).....	0,128
Hydrogène protocarboné (C^2H^4).....	0,662
Oxyde de carbone (CO).....	0,210
	1,000

Nous rappellerons que l'on a

$$C = 75, \quad H = 12{,}15, \quad O = 100;$$

que, sous la pression barométrique 0,76, les poids spécifiques de l'hydrogène bicarboné, de l'hydrogène protocarboné et de l'oxyde de carbone sont respectivement $1^{kg},275$, $0^{kg},727$, $1^{kg},1245$; d'où 0,848 pour le poids spécifique du gaz. Le volume occupé par 1 kilogramme de gaz est donc égal à $1^{mc},180$.

En partant des éléments ci-dessus, on reconnaît facilement que, pour brûler complétement 1 kilogramme de gaz en transformant le carbone en acide carbonique et l'hydrogène en vapeur d'eau, il faut employer $3^{kg},207$ d'oxygène. La proportion correspondante d'azote dans l'air atmosphérique est

$$3{,}207 \times \frac{76{,}87}{23{,}13} = 10^{kg},656;$$

d'où, pour le poids d'air atmosphérique employé, $13^{kg},863$.

Les produits de la combustion se composent de

Acide carbonique	$2^{kg},553$
Vapeur d'eau	$1^{kg},653$
Azote	$10^{kg},656$

Les poids spécifiques à zéro sous la pression 0,76 de l'acide carbonique de la vapeur d'eau et de l'azote étant respectivement $1^{kg},977$, $0^{kg},806$, $1^{kg},256$, celui des produits de la combustion est 1,259.

Le volume d'air employé est

$$\frac{13{,}863}{1{,}3} = 10{,}619$$

et est sensiblement égal à neuf fois le volume du gaz. Ainsi on introduira en volume dans le cylindre 90 pour 100 d'air pour 10 pour 100 de gaz.

Les chaleurs spécifiques sous pression constante de l'acide carbonique, de la vapeur d'eau et de l'azote étant $0^{cal},2163$, $0^{cal},4805$, $0^{cal},2438$, celle des gaz brûlés est

$$c = 0{,}2654.$$

La chaleur spécifique c' sous volume constant du même mélange se déduit de la formule (18) de la page 353 du tome II; on trouve ainsi

$$c' = 0{,}1842,$$

d'où

$$\gamma = \frac{c}{c'} = 1{,}441. \tag{1}$$

Les pouvoirs calorifiques de l'hydrogène bicarboné, de l'hydrogène protocarboné et de l'oxyde de carbone étant respectivement 11858, 13063, 2403, on trouve, pour le pouvoir calorifique du gaz de l'éclairage, 10684 calories.

Supposons que le gaz d'éclairage et l'air atmosphérique soient à la température de 15 degrés; la quantité de chaleur contenue dans le mélange, avant l'explosion, est

$$0{,}2654 \times 15 + 13^{lit},863 \times 0{,}2377 \times 15 = 53^{cal}.$$

Il reste ainsi

$$10684 - 53 = 10631^{cal},$$

qui servent à porter à une certaine température t les gaz de la combustion, et l'on a

$$14{,}656 \times 1{,}259\,t = 10631^{cal};$$

d'où

$$t = 576^{\circ}. \tag{2}$$

Soit q le poids de gaz introduit dans le cylindre; le volume V_0 occupé par le mélange avant l'explosion et à la température ambiante de 15 degrés

$$V_0 = \frac{q(1 + 0{,}00367 \times 15^{0})}{1{,}293} + \frac{13{,}863\,q(1 + 0{,}00367 \times 15^{0})}{0{,}848} = 18{,}06\,q. \tag{3}$$

L'inflammation est assez rapide pour être considérée comme instantanée; de sorte que, en appelant p_a la pression atmosphérique, la pression p_0 des gaz après l'explosion, en négligeant les fuites, est

$$p_0 = p_a \frac{1 + 0{,}00367 \times 576}{1 + 0{,}00367 \times 15} = 2{,}94\,p_a. \tag{4}$$

Connaissant γ, V_0 et p_0 le volume du cylindre et par suite le degré de détente, on aura, en se reportant au n° 19 de la IIIe Partie, tous les éléments nécessaires pour calculer le travail moteur développé dans la machine.

On voit que, dans les machines à gaz, la pression initiale est très-limitée, et, lorsqu'elle atteindra son maximum donné par la formule (4), les gaz sont à une température très-élevée dépassant 500 degrés, ce qui est un grand inconvénient au point de vue de la conservation des surfaces frottantes et des matières lubrifiantes.

FIN.

2136 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

ENGINEERING LIBRARY

Stanford University Libraries
3 6105 010 861 677

DATE DUE

TIMOSHENKO COLLECTION
IN HOUSE USE ONLY

STANFORD UNIVERSITY LIBRARIES
STANFORD, CALIFORNIA 94305-6004